

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВАЕРНЫХ КАНАТОВ

Бекерский В. И., Бекерский В. Г. (Одесса)

Методика определения статических усилий в ваерных канатах приведена в работах [1, 2]. Однако для оценки долговечности и надежности работы таких канатов необходимо знать величины действующих на них динамических нагрузок, возникающих при автоколебаниях подвесного блока.

Прежде всего, выясним от чем вызваны автоколебания, и какова их амплитуда, зная которую легко определить динамические нагрузки на канат.

Рассмотрим систему состоящую из подвесного блока и трала (рис. 1).

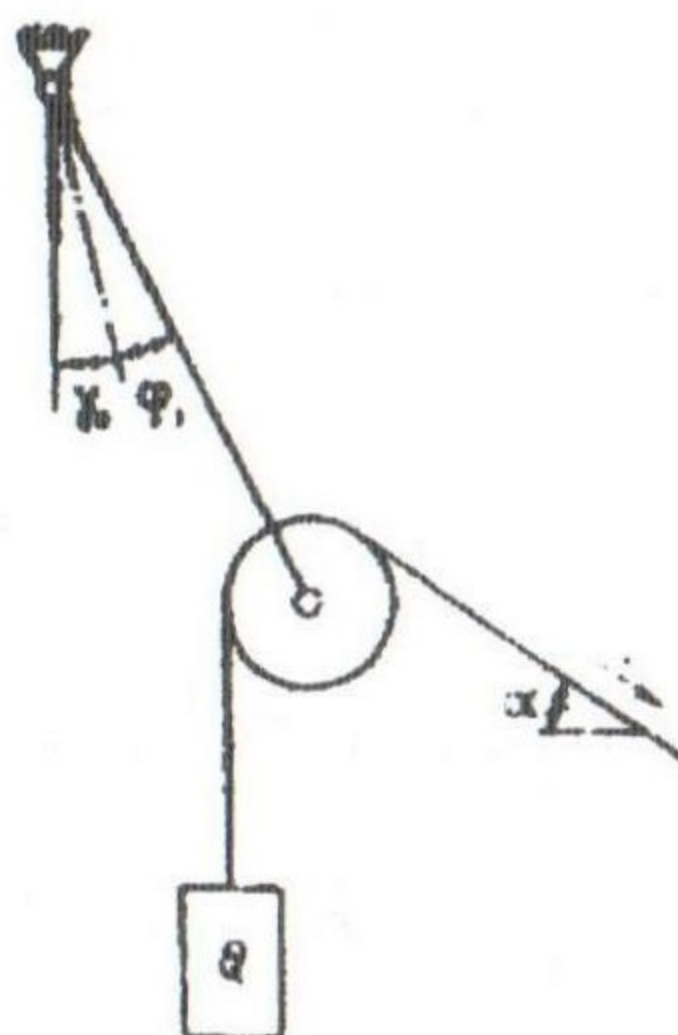


Рис. 1. Схема подвески

Задачу решаем при следующих предположениях: а) качка корабля отсутствует; б) скольжение каната по блоку не происходит; в) канат считаем невесомой упругой нитью с жесткостью ветви между блоком и барабаном  $C_1$  и жесткостью ветви между блоком и тралом  $C_2$ ; г) сопротивлением воды движению трала пренебрегаем; д) считаем, что колебания подвески незначительны.

В положении равновесия подвеска отклоняется от вертикали на угол  $\gamma_0$ . Уравнение равновесия при этом имеет вид

$$\operatorname{tg} \gamma_0 = \frac{\cos \cdot \alpha}{\frac{pl_c}{Ql} + \sin \cdot \alpha + 1},$$

где  $p$  – суммарный вес подвески и блока;  $l_c$  – расстояние от шарнира  $A$  до общего центра тяжести блока и подвески;  $l$  – длина подвески;  $Q$  – вес троса в воде.

Система имеет три степени свободы и определяется координатами  $\varphi_1, \varphi_2, u$ , где  $\varphi_1$  – угол, на который отклоняется подвеска от положения равновесия,  $\varphi_2$  – угол, определяющий колебания блока.

Предполагается, что канат наматывается на барабан с постоянной скоростью  $V$ . Поэтому угол  $\varphi_2$  показывает отклонение блока от положения, которое он занимал бы при равномерном вращении,  $u$  – отклонение троса от положения, которое он имел бы при равномерном движении. Трением в шарнире  $A$  пренебрегаем. С учетом указанных допущений получаем систему дифференциальных уравнений движения системы

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{11} \ddot{\varphi}_1 + b_{11} \varphi_1 + b_{12} \varphi_2 + b_{13} u &= M_{mp} \\ \alpha_{22} \ddot{\varphi}_2 + b_{21} \varphi_1 + b_{22} \varphi_2 + b_{23} u &= M_{mp} \\ \alpha_{33} \ddot{u} + b_{31} \varphi_1 + b_{32} \varphi_2 + b_{33} u &= M_{mp} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $\alpha_{11}$  – момент инерции блока относительно шарнира  $A$ ;  $\alpha_{22}$  – момент инерции подвески;  $\alpha_{33}$  – масса троса;

$$b_{11} = (Pl_c + Ql) \cdot \cos \cdot \gamma_0 + c_1 l^2 \cos^2 (\alpha + \gamma_0) + c_2 l^2 \sin^2 \gamma_0 + Ql \cdot \sin (\alpha + \gamma_0);$$

$$b_{12} = -c_1 r l \cos (\alpha + \gamma_0) - c_2 r l \sin \gamma_0;$$

$$b_{13} = c_2 l \sin \gamma_0; \quad b_{22} = r^2 (c_1 + c_2); \quad b_{23} = -rc_2; \quad b_{33} = c_2; \quad b_{ik} =$$

при  $i \neq k$ ;  $r$  – радиус блока;  $M_{mp}$  – момент трения на оси блока.

Возможность автоколебаний тесно связана со свойствами характеристики трения, т. е. зависимости момента трения от относительной скорости вращения. Полагая момент трения постоянным, невозможно объяснить возникновение автоколебаний. Решение такой задачи требует более точного описания сил трения. Экспериментально установлено, что истинная характеристика момента трения в общих чертах выглядит так, как это изображено на рис. 2.

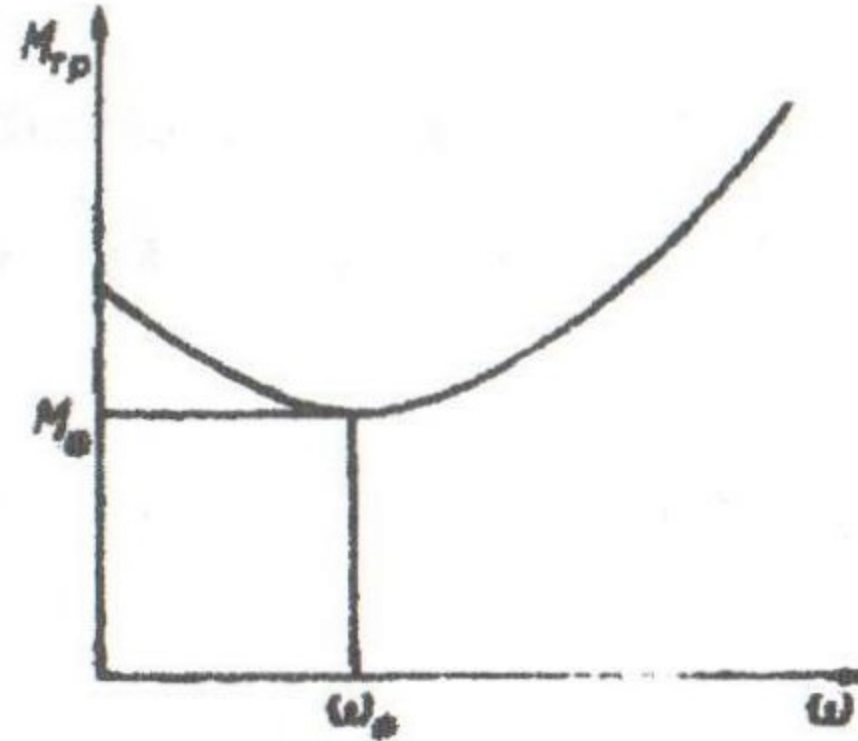


Рис. 2. Характеристика момента трения

Причину автоколебаний следует связывать с наличием падающего участка. При этом относительная угловая скорость качающегося блока

$$\omega = \omega_0 + \dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2,$$

где  $\omega_0 = \frac{v}{r}$  — угловая скорость некачающегося блока.

Полагаем, что характеристика момента трения соответствует рис. 2 и описывается функцией  $M_{тр}$  разложенной в ряд Тейлора в окрестности точки  $\omega_0$ . Ограничимся четырьмя членами разложения:

$$M_{тр} = M_0'(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + \frac{1}{2}M_0''(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^2 + M_0'''(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^3 \quad (2)$$

Система уравнений (1) существенно нелинейная и добавление еще одного нелинейного члена, учитывающего сопротивление воды, не усложнит ее. Но в этом случае эта система будет неконсервативной. Для нее нет простых решений. Поэтому введено предположение (п. 2), которое позволяет применить для решения системы (1) сравнительно простой асимптотический метод, согласно которому частным решением системы (1), соответствующим одночастотным колебаниям, близким к одному из нормальных, в первом приближении будет

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \Phi_1^{(1)} \alpha \cdot \cos \psi; \\ \varphi_2 &= \Phi_2^{(1)} \alpha \cdot \cos \psi; \\ u &= \Phi_3^{(1)} \alpha \cdot \cos \psi. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $\Phi_i^{(1)}$  – нормальные функции являющиеся нетривиальным решением системы однородных алгебраических уравнений

$$\sum_{k=1}^3 (b_{ik} - a_{ik} p_1^2) \Phi_k^{(1)} = 0 \quad (i = 1, 2, 3), \quad (4)$$

где  $p_1$  – основная собственная частота колебаний системы определяемая уравнение третьего порядка относительно  $p^2$ :

$$\det |b_{ik} - a_{ik} p^2 = 0 \quad (i, k = 1, 2, 3).| \quad (5)$$

Решив систему уравнений (4) получим отношения нормальных функций:

$$\frac{\Phi_2^{(1)}}{\Phi_1^{(1)}} = \frac{a_{11} b_{23} p_1^2 - b_{11} b_{23} + b_{12} b_{13}}{a_{22} b_{13} p_1^2 - b_{22} b_{13} + b_{12} b_{23}};$$

$$\frac{\Phi_3^{(1)}}{\Phi_1^{(1)}} = \frac{a_{11} a_{22} p_1^4 - (a_{11} b_{22} + a_{22} b_{11}) p_1^2 + b_{11} b_{22} - b_{22}^2}{a_{22} b_{13} p_1^2 - b_{22} b_{13} + b_{12} b_{23}}. \quad \Pi$$

ри установившихся автоколебаниях амплитудный коэффициент  $a$  находится из уравнения

$$\int_0^{2\pi} \sum_{i=1}^3 \Phi_i^{(1)} \sin \psi d\psi = 0, \quad (6)$$

где  $Q_i^{(1)}$  – силы трения стоящие в правой части уравнения (1) и соответствующие частотному решению (3). Проинтегрировав и упростив уравнение (6), получим

$$a = \frac{2 \frac{1}{\Phi_1^{(1)}}}{p_1 \left( \frac{\Phi_2^{(1)}}{\Phi_1^{(1)}} \right)} \sqrt{-2 \frac{M_0'}{M_0''}} \quad (7)$$

Значение фазы колебаний  $\psi$  получим из уравнения первого приближения

$$\frac{d\psi}{dt} = p_1 - \frac{1}{2\pi m_1 p_1 a} \int_0^{2\pi} \sum_{i=1}^3 Q_i^{(1)} \Phi_i^{(1)} \cos \psi d\psi.$$

$$\frac{d\psi}{dt} = p_1 - \frac{1}{2\pi m_1 p_1 a} \int_0^{2\pi} \sum_{i=1}^3 Q_i^{(1)} \Phi_i^{(1)} \cos \psi d\psi.$$

Интеграл второго слагаемого правой части этого уравнения при подстановке  $Q_i^{(1)}$  распадается на интегралы вида

$$\int_0^{2\pi} \sin^n \psi \cos \psi d\psi, \text{ где } n = 0, 1, 2, 3. \text{ Эти интегралы равны}$$

нулю. Поэтому частота автоколебаний в первом приближении равна основной частоте  $p_1$ .

Динамические усилия в ветви каната между блоком и барабаном

$$N = c_2 [\varphi_2 - l\varphi_1 \cos(\gamma_0 + \alpha)].$$

Учитывая выражения (3) и (7), получим формулу для определения динамических усилий в канате вызванных автоколебаниями подвески блока

$$N = \frac{c_1 \sqrt{-8 \frac{M'_0}{M_0'''}}}{p_1 \left( \frac{\Phi'_2}{\Phi'_1} \right)} \left[ r \frac{\Phi_2^{(1)}}{\Phi_1^{(1)}} - l \cos(\gamma_0 + \alpha) \right]. \quad (8)$$

### Выводы

1. Предположение (п. 2) дает заниженное значение собственной частоты  $p_1$ , а следовательно и завышенное значение усилия  $N$ .
2. Верхнюю границу для  $p_1$  можно найти рассматрив двухмассовую систему, считая нижний конец каната заземленным.
3. Амплитуду колебаний подвешенного блока можно уменьшить, увеличивая основную собственную частоту колебаний путем уменьшения веса блока и подвески.
4. Автоколебания уменьшаются при увеличении скорости подъема трала.
5. Изменив закон трения можно совершенно избавиться от автоколебаний.
6. Экспериментально доказано, что установленный на подшипники качения блок при угловых скоростях соответствующих рабочему диапазону скорости подъема трала, колебаний не имеет, так как угловые скорости вращения находятся правее точки минимума характеристики трения.

### Литература

1. Бекерский В.И. Применение канатов на судах и в портах. –М. «Транспорт», 1986. –150 с.
2. Бекерский В.И., Яглинский В.П., Ткачук В.Н. Статические усилия в ваерных канатах. Вісник одеської державної академії будівництва та архітектури. Одеса, 2004, вип. № 13.