ГЕОДЕЗИЧНО А-СИМЕТРИЧНІ ПСЕВДОРІМАНОВІ ПРОСТОРИ

Кіосак В.А., д.ф.-м.н., професор
(кафедра вищої математики)

Серед робіт по геодезичним відображенням псевдоріманових просторів особливе місці займає робота 1896 року Т. Леві-Чевіти, в якій він, виходячи з рівнянь динаміки, сформулював постановку задачі та отримав основні рівняння. Особливістю роботи є використання тензорних методів

Після того, як тензорні методи дослідження зайняли домінуючі позиції в диференціальній геометрії, Г. Вейль, Л.П. Ейзенхарт, В.Ф. Каган, Г.І. Кручкович, А.С.Солодовніков та інші побудували струнку теорію геодезичних відображень псевдоріманових просторів, інваріантну відносно вибору системи координат.

Новий поштовх ця теорія отримала після робіт М.С. Синюкова, який звів задачу до дослідження лінійної системи диференціальних рівнянь.

Взаємно однозначна відповідність між точками псевдоріманових просторів V_n з метричним тензором g_{ij} та $\bar{V}_n$з метричним тензором $\bar{g}_{ij}$називається геодезичним відображенням, якщо при ній кожна геодезична лінія V_nпереходить в геодезичну лінію $\bar{V}_n$.

Псевдоріманів простір V_n, в якому існує тензор $A_{i_1 i_2 \dots i_k}$ такий, що $A_{i_1 i_2 \dots i_k} = 0$називають А-симетричним. Тут кома “,” знак коваріантної похідної по зв'язності V_n.

Геодезично А-симетричним називаємо псевдоріманів простір, в якому умова*A*-симетричності виконується для коваріантної похідної по зв’язності геодезично відповідного даному простору V_n псевдоріманового простору $\bar{V}_n$. Зокрема, якщо для тензора Річчі псевдоріманового простору V_n виконується умова $\nabla_k R_{ij}$=0 (тут ∇_k знак коваріантної похідної по зв’язності$\bar{V}_n$), то такій простір називаємо геодезично Річчі симетричним. Якщо ця умова виконується для тензора Рімана, то простір має назву геодезично симетричний.

Доведено, що не існує геодезично Річчі симетричних просторів відмінних від просторів Ейнштейна, а також, що не існує геодезично симетричних псевдоріманових просторів відмінних від просторів сталої кривини.

Таким чином, геодезично Річчі симетричні та геодезично симетричні простори існують лише тоді, коли вони простори Ейнштейна та простори сталої кривини відповідно.