

К ОПТИМАЛЬНОМУ ПРОЕКТИРОВАНИЮ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РАМ

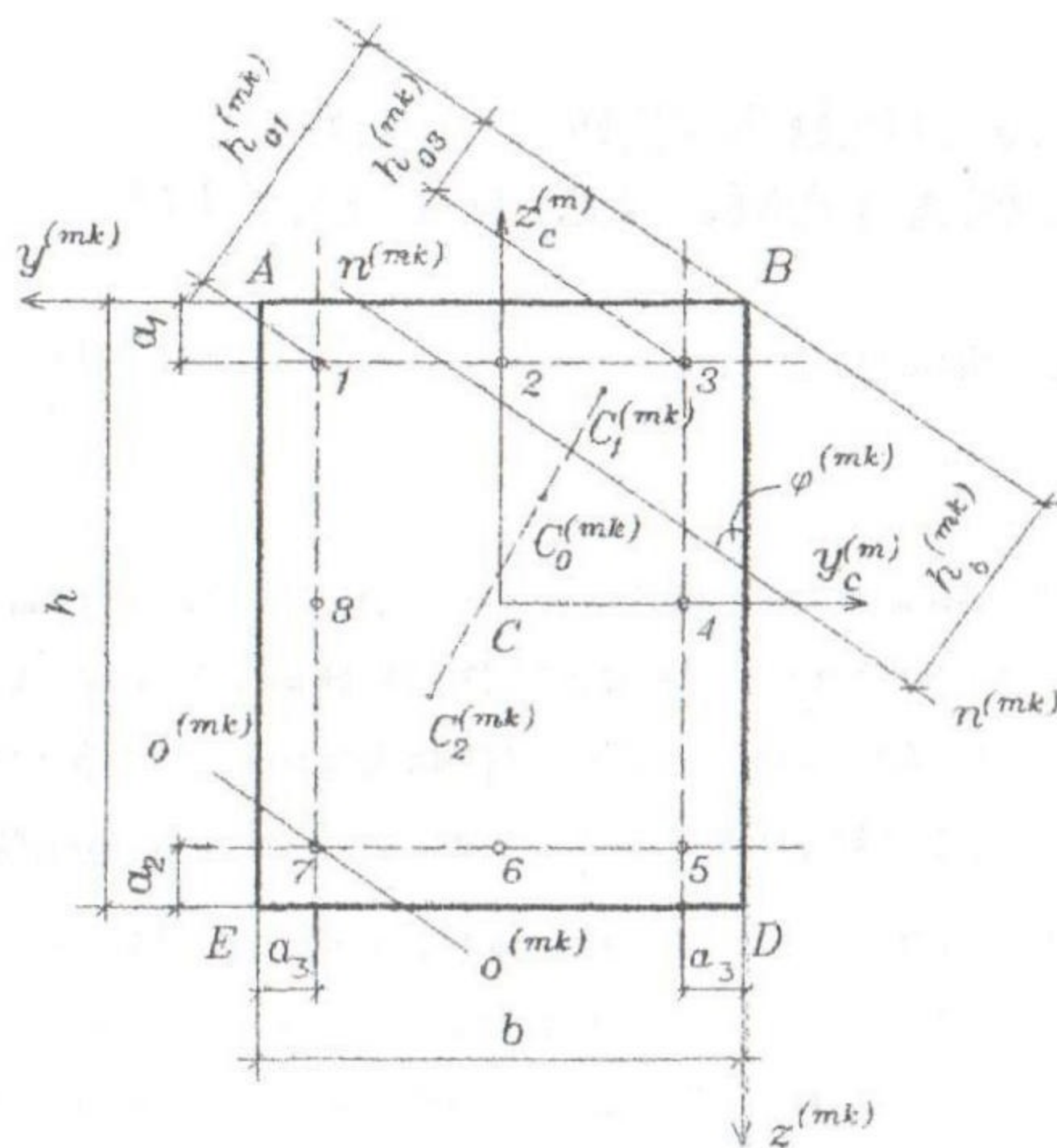
Фомин В. М. (Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)

Как правило, расчет строительных конструкций производится на определенное конечное число расчетных сочетаний нагрузок (собственный вес, полезная нагрузка, ветер, снег, крановые нагрузки, сейсмические воздействия [1 – 3]). Однако в реальности каждая из перечисленных нагрузок (кроме собственного веса) принимает не определенное (пусть даже максимальное) значение, а может меняться в определенных пределах. Сочетание значений этих нагрузок, даже не максимальных, может оказаться более невыгодным для конструкции.

В настоящей работе рассматривается задача оптимального проектирования железобетонных пространственных рам при действии нагрузок, могущих принимать произвольные значения из заданных интервалов. Задача состоит в проектировании конструкции, не разрушающейся при любых значениях этих нагрузок и обладающей минимальной стоимостью (т.е. минимальной стоимостью бетона и стальной арматуры, использованных при ее изготовлении). Для краткости в дальнейшем изложении предполагается применение тяжелых бетонов и арматур классов АI – АIII. Случаи использования других классов бетонов и арматур могут быть учтены внесением дополнений в приведенные ниже формулы в соответствии с нормативным документом [4].

1. Рассмотрим элемент железобетонной рамы прямоугольного сечения, находящийся в состоянии так называемого косоугольного внецентренного сжатия, при котором точка приложения продольной силы, вообще говоря, не находится на одной из осей симметрии поперечного сечения (рис.1). Будем полагать, что величина продольной силы $N^{(mk)}$ в поперечном сечении элемента (m - номер элемента, k - номер сечения), а

также координаты $y_{0c}^{(mk)}$ и $z_{0c}^{(mk)}$ точки $C_0^{(mk)}$ приложения этой силы



в центральной системе осей координат $y_c^{(m)} z_c^{(m)}$ являются функциями некоторого набора параметров $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p]$, причем $\alpha_{0j} \leq \alpha_j \leq \alpha_{1j}$ (α_{0j} и α_{1j} - некоторые заданные величины, $j=1, 2, \dots, p$).

Предположим сначала, что α_j ($j=1, 2, \dots, p$) фиксированы. Подбор арматуры будем производить, учитывая значения внутренних усилий сразу в нескольких сечениях элемента. В соот-

ветствии с п. 3.28 документа [1], расчет элемента по прочности должен производиться из условия

$$|M^{(mk)}(\alpha)| \leq R_b S_b^{(mk)} - \sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} S_{si}^{(mk)} \quad (1.1)$$

Здесь $M^{(mk)}(\alpha)$ - момент продольной силы $N^{(mk)}(\alpha)$ относительно оси $O^{(mk)} - O^{(mk)}$, параллельной прямой $n^{(mk)} - n^{(mk)}$, ограничивающей сжатую зону в k -ом сечении элемента, и проходящей через центр тяжести наиболее растянутого или наименее сжатого стержня продольной арматуры (рис.1); $S_b^{(mk)}$ - статический момент площади сечения сжатой зоны бетона относительно оси $O^{(mk)} - O^{(mk)}$; $n_a^{(m)}$ - число стержней продольной арматуры в элементе; $S_{si}^{(mk)}$ - статический момент площади сечения i -го стержня арматуры относительно вышеуказанной оси; $\sigma_{si}^{(mk)}$ - напряжение в этом стержне, определяемое в случае отсутствия преднапряженной арматуры по формуле

$$\sigma_{si}^{(mk)} = \frac{\sigma_{sc,u}}{1 - \omega/1.1} \left(\frac{\omega}{\xi_i^{(mk)}} - 1 \right) \quad (1.2)$$

где $\sigma_{sc,u}$ – предельное напряжение в арматуре сжатой зоны, принимаемое равным либо 400, либо 500 МПа в соответствии с пунктом 3.12 [4]; величина ω определяется из формулы $\omega = 0.85 + 0.008R_b$ (R_b – расчетное сопротивление бетона в МПа, которое можно выбрать из таблиц 12 – 15 [4]); $\xi_i^{(mk)}$ – относительная высота сжатой зоны бетона, равная $\xi_i^{(mk)} = h_b^{(mk)} / h_{0i}^{(mk)}$, где $h_b^{(mk)}$ – высота сжатой зоны бетона, а $h_{0i}^{(mk)}$ – расстояние от оси, проходящей через центр тяжести сечения стержня и параллельной прямой $n^{(mk)} - n^{(mk)}$, до наиболее удаленной точки сжатой зоны (рис.1). Если $\sigma_{si}^{(mk)} > R_s$ (R_s – расчетное сопротивление арматуры растяжению), то $\sigma_{si}^{(mk)}$ полагается равным R_s . Аналогично, если $\sigma_{si}^{(mk)} < -R_{sc}$ (R_{sc} – расчетное сопротивление арматуры сжатию), то принимается равенство $\sigma_{si}^{(mk)} = -R_{sc}$.

Высота сжатой зоны $x_b^{(mk)}$ и угол $\phi^{(mk)}$ (рис.1), определяющие линию границы сжатой зоны $n^{(mk)} - n^{(mk)}$, находятся из равенства

$$R_b A_b^{(mk)} - \sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} A_{si}^{(m)} - |N^{(mk)}| = 0 \quad (1.3)$$

($A_b^{(mk)}$ – площадь сжатой зоны бетона, $A_{si}^{(m)}$ – площадь поперечного сечения i - го стержня продольной арматуры) и дополнительного условия (будем обозначать его символом *): точки приложения внешней продольной силы $C_0^{(mk)}$, равнодействующей сжимающих усилий в бетоне $C_1^{(mk)}$ и равнодействующей усилий во всей арматуре $C_2^{(mk)}$ должны лежать на одной прямой.

Рассмотрим сначала случай, когда координаты $y_{0c}^{(mk)}$ и $z_{0c}^{(mk)}$ точки $C_0^{(mk)}$ в системе координат $y_c^{(m)} z_c^{(m)}$, совпадающей с осями симметрии сечения, неотрицательны (заметим, что при этом

$0 \leq \phi^{(mk)} \leq \pi/2$). Тогда наиболее удаленной от $n^{(mk)} - n^{(mk)}$ точкой сжатой зоны сечения элемента будет точка B . Проведем через эту точку оси $y^{(mk)}$ и $z^{(mk)}$, параллельные осям $y_c^{(m)}, z_c^{(m)}$ и направленные так, чтобы сечение элемента оказалось в первом квадранте плоскости $y^{(mk)} z^{(mk)}$. Условие * может быть записано следующим образом:

$$\frac{z_1^{(mk)} - z_0^{(mk)}(\alpha)}{y_1^{(mk)} - y_0^{(mk)}(\alpha)} = \frac{z_2^{(mk)} - z_0^{(mk)}(\alpha)}{y_2^{(mk)} - y_0^{(mk)}(\alpha)} \quad (1.4)$$

Здесь $y_j^{(mk)}, z_j^{(mk)}$ - координаты точки $C_j^{(mk)}$ ($j = 0, 1, 2$). Координаты $y_0^{(mk)}(\alpha)$ и $z_0^{(mk)}(\alpha)$ легко определяются через заданные величины $y_{0c}^{(mk)}(\alpha)$ и $z_{0c}^{(mk)}(\alpha)$ (причем $y_0^{(mk)} \leq \frac{b}{2}, z_0^{(mk)} \leq \frac{h}{2}$), а остальные

вычисляются так:

$$y_1^{(mk)} = \frac{S_{bz}^{(mk)}}{A_b^{(mk)}}, \quad z_1^{(mk)} = \frac{S_{by}^{(mk)}}{A_b^{(mk)}};$$

$$y_2^{(mk)} = \frac{\sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} S_{zsi}^{(mk)}}{\sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} A_{si}^{(m)}}, \quad z_2^{(mk)} = \frac{\sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} S_{ysi}^{(mk)}}{\sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} A_{si}^{(m)}} \quad (1.5)$$

($S_{by}^{(mk)}$ и $S_{bz}^{(mk)}$ - статические моменты сжатой зоны бетона, а $S_{ysi}^{(mk)}$ и $S_{zsi}^{(mk)}$ - статические моменты площади сечения i -го стержня продольной арматуры относительно осей $y^{(mk)}$ и $z^{(mk)}$).

При заданных размерах $b^{(m)}$ и $h^{(m)}$ сечения элемента задача подбора арматуры состоит в выборе $A_{si}^{(m)}$ ($i = 1, 2, \dots, 8$), обладающих минимальной суммой

$$S_A^{(m)} = \sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} A_{si}^{(m)} \rightarrow \min \quad (1.6)$$

и удовлетворяющих равенствам (1.3) и (1.4) неравенствам (1.1) при всех k ($k = 1, 2, \dots, k_m$). Это классическая задача нелинейного математического программирования [5] в пространстве переменных $A_{sn}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}$ ($n = 1, 2, \dots, n_a^{(m)}; k = 1, 2, \dots, k_m$) (все величины, фигурирующие в этих формулах, выражаются через них и через заданные величины $b^{(m)}, h^{(m)}, N^{(mk)}, y_{0c}^{(mk)}, z_{0c}^{(mk)}; k = 1, 2, \dots, k_m$). Размерность этого пространства можно уменьшить, объединяя стержни продольной арматуры в группы и полагая (например, из технологических соображений), что стержни, входящие в одну группу, одинаковы. Например, в случае, показанном на рис.1, $n_a^{(m)} = 8$,

$$A_{s1}^{(m)} = A_{s2}^{(m)} = A_{s3}^{(m)} = \tilde{A}_{s1}^{(m)}, A_{s5}^{(m)} = A_{s6}^{(m)} = A_{s7}^{(m)} = \tilde{A}_{s2}^{(m)},$$

$A_{s4}^{(m)} = A_{s8}^{(m)} = \tilde{A}_{s3}^{(m)}$, т.е. в первую группу входят стержни с номерами 1, 2, 3; во вторую – с номерами 5, 6, 7; в третью – с номерами 4 и 8.

Тогда

$$\sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} A_{si}^{(m)} = \sum_{j=1}^{n_a^{(m)}} T_{0j}^{(mk)} \tilde{A}_{sj}^{(m)}, \sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} S_{si}^{(mk)} = \sum_{j=1}^{n_a^{(m)}} T_{1j}^{(mk)} \tilde{A}_{sj}^{(m)},$$

$$\sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} S_{ysi}^{(mk)} = \sum_{j=1}^{n_a^{(m)}} T_{1yj}^{(mk)} \tilde{A}_{sj}^{(m)}, \sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} S_{zsi}^{(mk)} = \sum_{j=1}^{n_a^{(m)}} T_{1zj}^{(mk)} \tilde{A}_{sj}^{(m)}$$
(1.7)

где

$$T_{0j}^{(mk)} = (j) \sum_i \sigma_{si}^{(mk)}, T_{1j}^{(mk)} = (j) \sum_i \sigma_{si}^{(mk)} h_{0i}^{(mk)},$$

$$T_{1yj}^{(mk)} = (j) \sum_i \sigma_{si}^{(mk)} z_{si}^{(mk)}, T_{1zj}^{(mk)} = (j) \sum_i \sigma_{si}^{(mk)} y_{si}^{(mk)}$$

(символ (j) перед знаком суммы означает, что суммирование производится по номерам стержней, входящих в j -ю группу).

В результате приходим к следующей задаче математического программирования:

$$f_0(\tilde{A}_{s1}^{(m)}, \tilde{A}_{s2}^{(m)}, \tilde{A}_{s3}^{(m)}) \rightarrow \min \quad (1.8)$$

где

$$f_0(\widehat{A}_{s1}^{(m)}, \widehat{A}_{s2}^{(m)}, \widehat{A}_{s3}^{(m)}) = n_{a1}^{(m)} * \widehat{A}_{s1}^{(m)} + n_{a2}^{(m)} * \widehat{A}_{s2}^{(m)} + n_{a3}^{(m)} * \widehat{A}_{s3}^{(m)}$$

($n_{aj}^{(m)}$ - количество стержней, входящих в j -ю группу)

при ограничениях

$$\begin{aligned} a) f_1^{(mk)}(\alpha, \widehat{A}_{s1}^{(m)}, \widehat{A}_{s2}^{(m)}, \widehat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) &= 0 \\ b) f_2^{(mk)}(\alpha, \widehat{A}_{s1}^{(m)}, \widehat{A}_{s2}^{(m)}, \widehat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) &= 0 \\ c) f_3^{(mk)}(\alpha, \widehat{A}_{s1}^{(m)}, \widehat{A}_{s2}^{(m)}, \widehat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) &\leq 0 \end{aligned} \quad (1.9)$$

$(k = 1, 2, \dots, k_m)$

где k_m - число поперечных сечений на данном элементе,

$$f_1^{(mk)}(\alpha, \widehat{A}_{s1}^{(m)}, \widehat{A}_{s2}^{(m)}, \widehat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) =$$

$$= R_b A_b^{(mk)} - \sum_{j=1}^3 \widehat{A}_{sj}^{(m)} T_{0j}^{(mk)} - |N^{(mk)}(\alpha)|;$$

$$f_2^{(mk)}(\alpha, \widehat{A}_{s1}^{(m)}, \widehat{A}_{s2}^{(m)}, \widehat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) =$$

$$\begin{aligned} &= (S_{by}^{(mk)} - z_0^{(mk)}(\alpha) A_b^{(mk)}) \left(\sum_{j=1}^3 \widehat{A}_{sj}^{(m)} T_{1zj}^{(mk)} - y_0^{(mk)}(\alpha) \sum_{j=1}^3 \widehat{A}_{sj}^{(m)} T_{0j}^{(mk)} \right) - \\ &- (S_{bz}^{(mk)} - y_0^{(mk)}(\alpha) A_b^{(mk)}) \left(\sum_{j=1}^3 \widehat{A}_{sj}^{(m)} T_{1yj}^{(mk)} - z_0^{(mk)}(\alpha) \sum_{j=1}^3 \widehat{A}_{sj}^{(m)} T_{0j}^{(mk)} \right); \end{aligned}$$

$$f_3^{(mk)}(\alpha, \widehat{A}_{s1}^{(m)}, \widehat{A}_{s2}^{(m)}, \widehat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) =$$

$$= |M^{(mk)}(\alpha)| - R_b S_b^{(mk)} + \sum_{j=1}^3 \widehat{A}_{sj}^{(m)} T_{1j}^{(mk)}. \quad (1.10)$$

2. Заметим, что величины $A_b^{(mk)}, S_b^{(mk)}, S_{by}^{(mk)}, S_{bz}^{(mk)}, T_{1j}^{(mk)}, M^{(mk)}$ являются функциями $\phi^{(mk)}$ и $h_b^{(mk)}$. Займемся их изучением. Для упрощения записи формул этого пункта индексы m и k не будем использовать. Проведем через точку B систему осей координат v, w следующим образом: ось v параллельна линии $n-n$, а ось w перпендикулярна ей и направлена внутрь сечения элемента (рис.2).

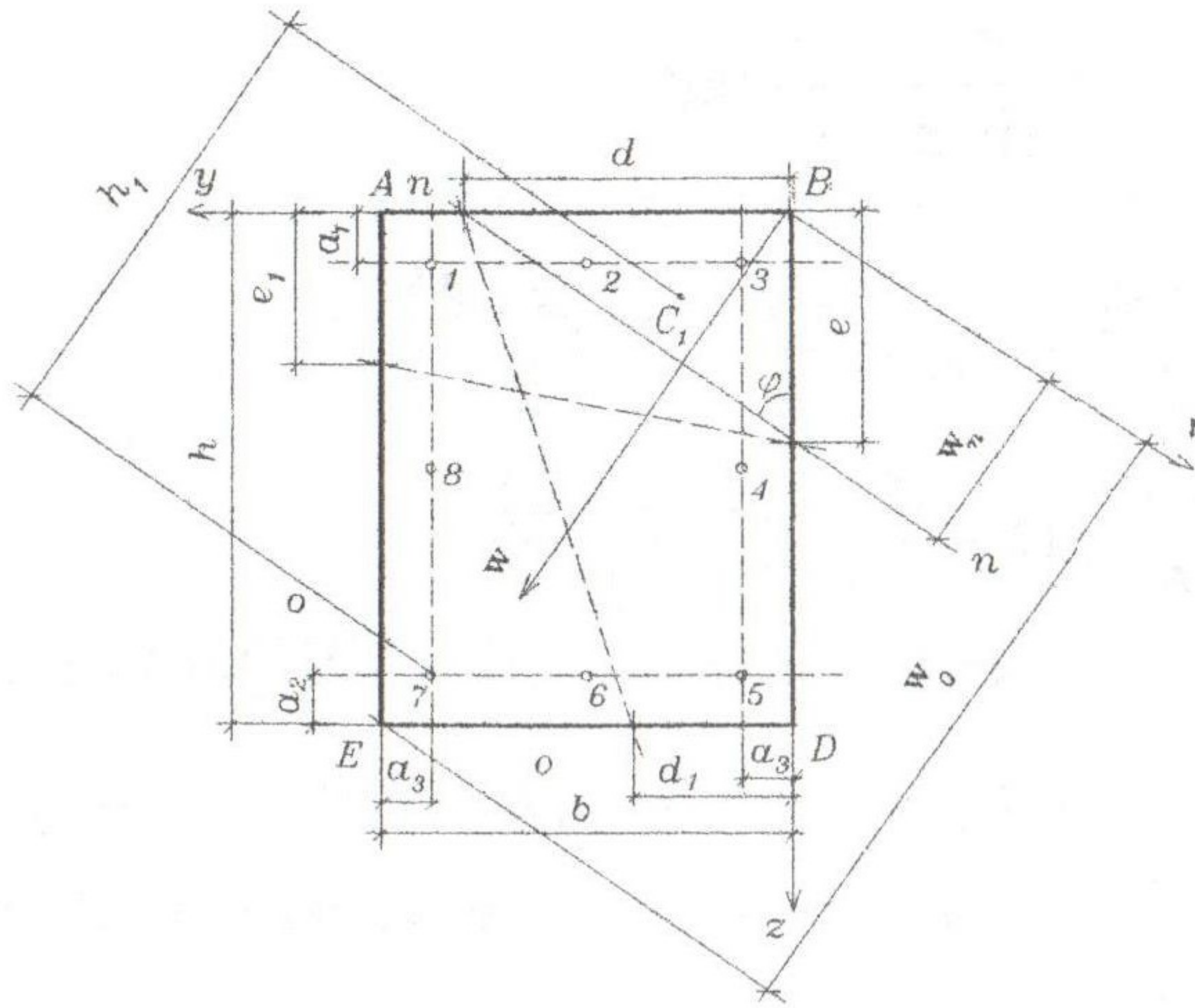


Рис.2

В зависимости от положения линии $n-n$ на поперечном сечении элемента величины A_b, S_b, S_{by}, S_{bz} и имеют различные аналитические выражения. Обозначим через w_n координату w точки пересечения линии $n-n$ с осью w , а через d и e отрезки, отсекаемые этой

прямой на осях y и z . Очевидно, что

$$d = \frac{w_n}{\cos \phi}, e = \frac{w_n}{\sin \phi} \quad (2.1)$$

Заметим, что сжатая зона находится над линией $n-n$. Поэтому

$$h_b = w_n \quad (2.2)$$

Случай 1: линия $n-n$ пересекает стороны AB и BD . Математически это может быть записано так:

$$0 < d \leq b, 0 < e \leq h \text{ или } 0 < w_n \leq b \cos \phi, w_n \leq b \sin \phi \quad (2.3)$$

Тогда

$$A_b = \frac{de}{2}, S_{by} = \frac{de^2}{6}, S_{bz} = \frac{d^2e}{6} \quad (2.4)$$

Случай 2: линия $n-n$ пересекает стороны AE и BD . Математическая запись:

$$d > b, e \leq h \text{ или } w_n > b \cos \phi, w_n \leq h \sin \phi \quad (2.5)$$

Введем обозначение $AK = e_1$ (K - точка пересечения линии $n-n$ со стороной AE). Нетрудно проверить, что

$$e_1 = \frac{w_n}{\sin \phi} - h \operatorname{ctg} \phi \quad (2.6)$$

Тогда

$$A_b = \frac{e + e_1}{2} b, \quad S_{by} = \frac{e^2 d}{6} - \frac{e_1^2 (d - b)}{6}, \quad (2.7)$$

$$S_{bz} = \frac{d^2 e}{6} - \left(b + \frac{d - b}{3}\right) \frac{e_1 (d - b)}{2}$$

Случай 3: линия $n - n$ пересекает стороны AB и ED . Математическая запись:

$$d \leq b, e > h \quad \text{или} \quad w \leq b \cos \phi, w > h \sin \phi \quad (2.8)$$

Введем обозначение $DL = d_1$ (L - точка пересечения линии $n - n$ со стороной ED). При этом

$$d_1 = \frac{w_n}{\cos \phi} - h \operatorname{tg} \phi \quad (2.9)$$

и

$$A_b = \frac{d + d_1}{2} h, \quad S_{by} = \frac{de^2}{6} - \left(h + \frac{e - h}{3}\right) \frac{d_1 (e - h)}{2}, \quad (2.10)$$

$$S_{bz} = \frac{d^2 e}{6} - \frac{d_1^2 (e - h)}{6}$$

Случай 4: линия $n - n$ пересекает стороны AE и ED , при этом

$$d > b, e > h, d_1 \leq b \quad \text{или}$$

$$w_n > b \cos \phi, w_n > h \sin \phi, w \leq h \sin \phi + b \cos \phi \quad (2.11)$$

и

$$A_b = bh - \frac{(b - d_1)(h - e_1)}{2}, \quad (2.12)$$

$$S_{by} = \frac{bh^2}{2} - \frac{(b - d_1)(h - e_1)(2h + e_1)}{6},$$

$$S_{bz} = \frac{b^2 h}{2} - \frac{(b - d_1)(h - e_1)(2b + d_1)}{6}$$

Случай 5: линия $n - n$ не пересекает сечение элемента, т.е.

$$w_n > w_0, \text{ где } w_0 = b \cos \phi + h \sin \phi \quad (2.13)$$

Тогда

$$A_b = bh, S_{by} = \frac{bh^2}{2}, S_{bz} = \frac{b^2 h}{2} \quad (2.14)$$

Во всех случаях статический момент сжатой зоны относительно оси $o - o$ может быть определен так:

$$S_b = A_b h_1 = A_b [(b - y_1 - a_3) \cos \phi + (h - z_1 - a_2) \sin \phi] \quad (2.15)$$

(h_1 - расстояние от точки C_1 до линии $o - o$, a_2 и a_3 - толщины защитных слоев, см. рис.2). Момент продольной силы N относительно оси $o - o$ вычисляется следующим образом:

$$M = N[(b - y_0 - a_3) \cos \phi + (h - z_0 - a_2) \sin \phi] \quad (2.16)$$

Все вышеуказанные случаи могут быть изображены в виде областей Ω_j ($j = 1, 2, \dots, 5$) на координатной

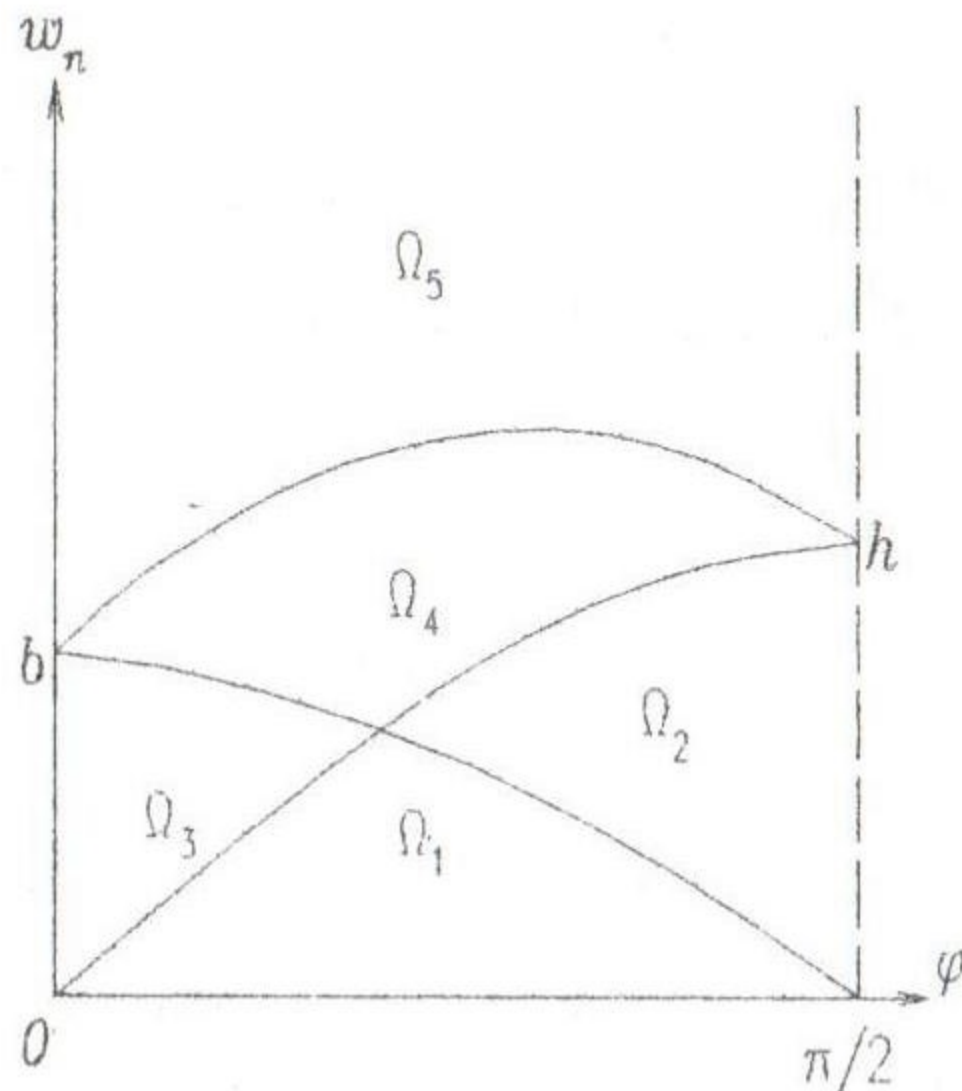


Рис.3

плоскости ϕ, w_n (рис.3). Из формул (2.1) - (2.15) следует, что величины A_b, S_b, S_{by}, S_{bz} как функции ϕ и w_n непрерывны в области $\Omega = \bigcup_{j=1}^5 \Omega_j$, однако их частные производные в этой области не являются непрерывными. Это затрудняет при решении задачи математического программирования (1.8) - (1.9) применение градиентных методов поиска минимума. Однако они относятся к классу обобщенно дифференцируемых функций, что позволяет произвести их «сглаживание», т.е. аппроксимацию их с любой наперед заданной точностью некоторыми непрерывно дифференцируемыми функциями [6].

Таким образом, подбор арматуры в элементе железобетонной кон-

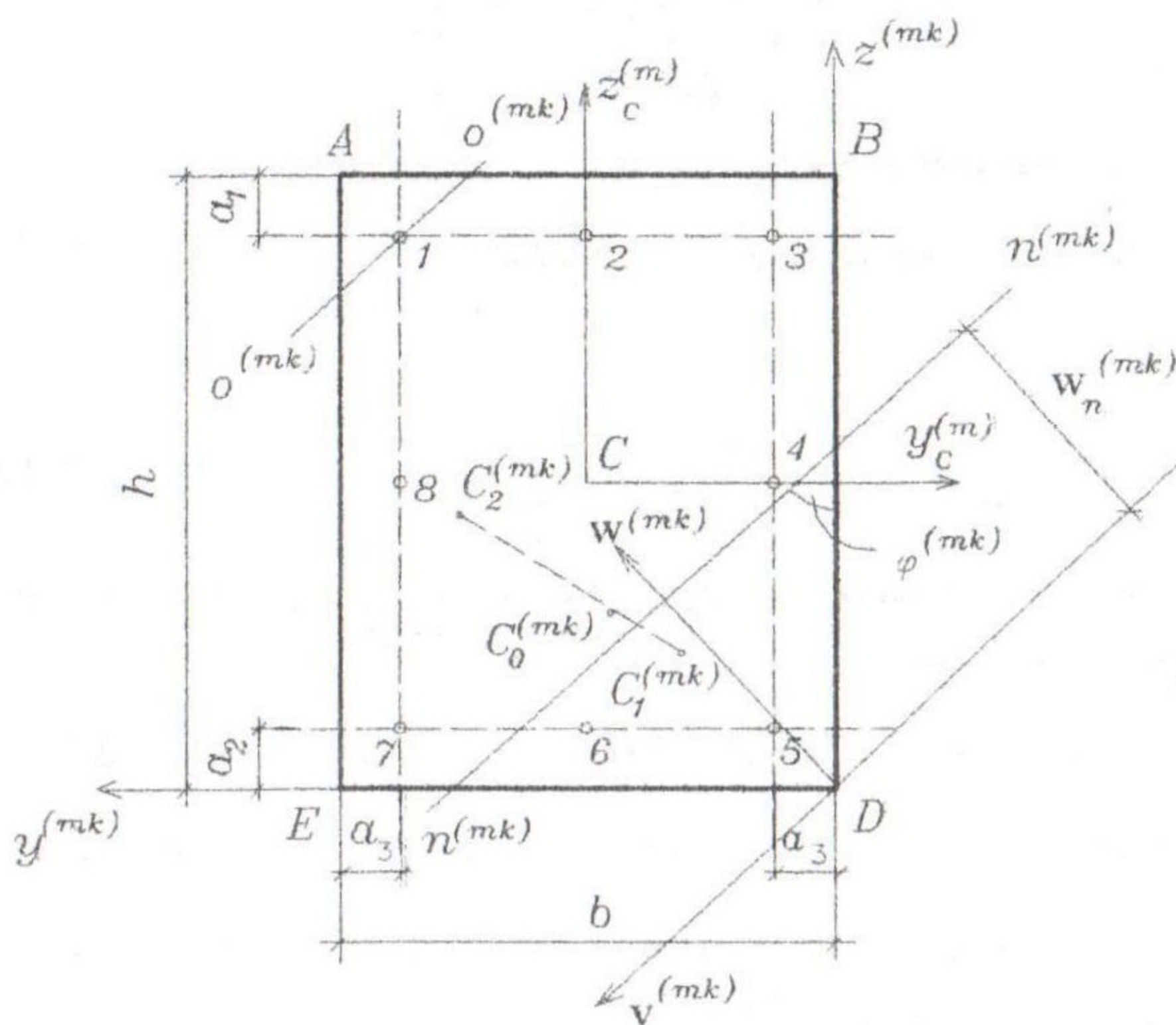


Рис.4

струкции может быть произведен путем решения задачи нелинейного математического программирования. Для решения подобных задач предложено большое количество различных методов [7]

3. Пусть теперь точка приложения продольной силы $N^{(mk)}(\alpha)$ не находится в первом квадранте плоскости

сти $y_c^{(m)} z_c^{(m)}$, а, например, в четвертом, т.е.

$y_{0c}^{(m)}(\alpha) \geq 0, z_{0c}^{(m)}(\alpha) \leq 0$ (α - фиксировано). Тогда наиболее удаленной от $n^{(mk)} - n^{(mk)}$ точкой сжатой зоны сечения будет точка D.

Выберем систему координат $y^{(mk)}, z^{(mk)}$ с началом в этой точке так, как это показано на рис.4, т.е. $y^{(mk)} \parallel y_c^{(m)}, z^{(mk)} \parallel z_c^{(m)}$. В этой системе координат $y_0^{(mk)}(\alpha) \leq \frac{b}{2}, z_0^{(mk)}(\alpha) \leq \frac{h}{2}$. Таким образом, в системе координат $y^{(mk)} z^{(mk)}$ получаем ситуацию, уже рассмотренную в п.1. Отсюда следует, что формулы пунктов 1 и 2 остаются справедливыми и в этом случае за исключением формул (2.15) и (2.16), в которых a_2 должно быть заменено на a_1 . Аналогичным образом следует поступить и в тех случаях, когда точка $C_0^{(mk)}$ находится во втором и третьем квадрантах плоскости $y_c^{(m)} z_c^{(m)}$.

4. Рассмотрим теперь случай косога внецентренного растяжения. Расчет арматуры в k -ом сечении элемента в этом случае должен производиться из условия

$$|M^{(mk)}(\alpha)| \leq -R_b S_b^{(mk)} + \sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} S_{si}^{(mk)} \quad (4.1)$$

где $M^{(mk)}(\alpha)$ - момент продольной силы $N^{(mk)}(\alpha)$ относительно оси $O^{(mk)} - O^{(mk)}$, параллельной прямой $n^{(mk)} - n^{(mk)}$, ограничивающей сжатую зону, и проходящей через точку сжатой зоны, наиболее удаленной от этой прямой; $S_b^{(mk)}$ и $S_{si}^{(mk)}$ - статические моменты относительно оси $O^{(mk)} - O^{(mk)}$ сжатой зоны бетона и площади сечения i -го стержня продольной арматуры соответственно.

Положение линии $n^{(mk)} - n^{(mk)}$ (т.е. высота сжатой зоны $h_b^{(mk)}$ и угол $\phi^{(mk)}$) определяются из равенства

$$R_b A_b^{(mk)} - \sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} A_{si}^{(m)} + N^{(mk)}(\alpha) = 0 \quad (4.2)$$

и условия* (см. п.1).

Выберем систему координат $y^{(mk)} z^{(mk)}$ так же, как и в п.1: начало ее в точке сжатой зоны, наиболее удаленной от линии $n^{(mk)} - n^{(mk)}$, а оси $y^{(mk)}$ и $z^{(mk)}$ параллельны осям $y_c^{(m)}$ и $z_c^{(m)}$ соответственно. Тогда (см. рис.5) координаты точки приложения продольной силы $C_0^{(mk)}(\alpha)$ будут вычисляться так:

$$y_0^{(mk)}(\alpha) = \frac{b^{(m)}}{2} + y_{0c}^{(m)}(\alpha), \quad z_0^{(mk)}(\alpha) = \frac{h^{(m)}}{2} + z_{0c}^{(m)}(\alpha) \quad (4.4)$$

Будем требовать выполнения еще одного условия:

$$N^{(mk)}(\alpha) \leq R_s \sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} A_{si}^{(m)} \quad (4.5)$$

Смысл его заключается в следующем: если сжатая зона бетона отсутствует и напряжения в арматуре достигли своих максимальных предельных значений, то площадь сечения арматуры достаточна для того, чтобы выдержать действие растягивающей продольной силы. Отсюда

и из равенства (4.2) следует, что $A_b^{(mk)} \geq 0$, т.е. линия $n^{(mk)} - n^{(mk)}$ не может выйти за пределы сечения элемента.

Такой выбор системы координат дает возможность воспользоваться формулами п.2 за исключением (2.13) и (2.14), которые связаны со случаем 5, который здесь невозможен. Формулы (2.15) и (2.16) в случае внецентренного растяжения выглядят так:

$$S_b = A_b h_1 = A_b (y_1 \cos \phi + z_1 \sin \phi) \quad (4.6)$$

$$M(\alpha) = N(\alpha)(y_0 \cos \phi + z_0 \sin \phi) \quad (4.7)$$

Таким образом, задача подбора арматуры сводится к задаче математического программирования (1.8)-(1.9), в которой

$$f_1^{(mk)}(\alpha, \hat{A}_{s1}^{(m)}, \hat{A}_{s2}^{(m)}, \hat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) = R_b A_b^{(mk)} - \sum_{j=1}^3 \hat{A}_{sj}^{(m)} T_{0j}^{(mk)} +$$

$$+ N^{(mk)}(\alpha);$$

$$f_2^{(mk)}(\alpha, \hat{A}_{s1}^{(m)}, \hat{A}_{s2}^{(m)}, \hat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) = (S_{by}^{(mk)} - z_0^{(mk)}(\alpha) A_b^{(mk)}) \times$$

$$\times \left(\sum_{j=1}^3 \hat{A}_{sj}^{(m)} T_{1zj}^{(mk)} - y_0^{(mk)}(\alpha) \sum_{j=1}^3 \hat{A}_{sj}^{(m)} T_{0j}^{(mk)} \right) - (S_{bz}^{(mk)} -$$

$$- y_0^{(mk)}(\alpha) A_b^{(mk)}) \left(\sum_{j=1}^3 \hat{A}_{sj}^{(m)} T_{1yj}^{(mk)} - z_0^{(mk)}(\alpha) \sum_{j=1}^3 \hat{A}_{sj}^{(m)} T_{0j}^{(mk)} \right);$$

$$f_3^{(mk)}(\alpha, \hat{A}_{s1}^{(m)}, \hat{A}_{s2}^{(m)}, \hat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) = M^{(mk)}(\alpha) + R_b S_b^{(mk)} -$$

$$- \sum_{j=1}^3 \hat{A}_{sj}^{(m)} T_{1j}^{(mk)}. \quad (\text{обозна-})$$

чения те же, что и в п. 1).

Кроме того, добавляется еще одно ограничение

$$f_4^{(mk)}(\alpha, \hat{A}_{s1}^{(m)}, \hat{A}_{s2}^{(m)}, \hat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) \leq 0 \quad (4.9)$$

где

$$f_3^{(mk)}(\alpha, \hat{A}_{s1}^{(m)}, \hat{A}_{s2}^{(m)}, \hat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) = N^{(mk)}(\alpha) - R_s \sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} A_{si}^{(m)} \quad (4.10)$$

5. Элемент испытывает кривой изгиб. Подбор арматуры в этом случае производится из условия

$$|M^{(mk)}(\alpha)| \leq R_b S_b^{(mk)} - \sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} S_{si}^{(mk)} \quad (5.1)$$

Здесь $M^{(mk)}(\alpha)$ - проекция момента внешних сил на плоскость, перпендикулярную прямой $n^{(mk)} - n^{(mk)}$, ограничивающую сжатую зону сечения. Остальные обозначения те же, что и в п. 1.

Положение прямой $n^{(mk)} - n^{(mk)}$ определяется из равенства

$$R_b A_b^{(mk)} - \sum_{i=1}^{n_a^{(m)}} \sigma_{si}^{(mk)} A_{si}^{(m)} = 0 \quad (5.2)$$

и следующего дополнительного условия (обозначим его **): плоскости действия моментов внешних и внутренних сил должны быть параллельны. Аналитически условие ** может быть записано так:

$$\frac{z_2^{(mk)} - z_1^{(mk)}}{y_2^{(mk)} - y_1^{(mk)}} = \frac{M_{ey}^{(mk)}(\alpha)}{M_{ez}^{(mk)}(\alpha)} \quad (5.3)$$

Здесь $M_{ey}^{(mk)}(\alpha)$ и $M_{ez}^{(mk)}(\alpha)$ - проекции момента внешних сил $M_e^{(mk)}(\alpha)$ на оси $y_c^{(m)}$ и $z_c^{(m)}$ (т.е. моменты внешних сил относительно этих осей), остальные обозначения те же, что и в п. 1).

Таким образом, задача подбора арматуры в этом случае сводится к задаче нелинейного программирования (1.8)-(1.9), в которой

$$f_1^{(mk)}(\alpha, \hat{A}_{s1}^{(m)}, \hat{A}_{s2}^{(m)}, \hat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) = R_b A_b^{(mk)} - \sum_{j=1}^3 \hat{A}_{sj}^{(m)} T_{0j}^{(mk)};$$

$$f_2^{(mk)}(\alpha, \hat{A}_{s1}^{(m)}, \hat{A}_{s2}^{(m)}, \hat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) = M_{ey}^{(mk)}(\alpha) \left(\sum_{j=1}^3 \hat{A}_{sj}^{(m)} T_{1zj}^{(mk)} - \right.$$

$$\left. - y_0^{(mk)}(\alpha) \sum_{j=1}^3 \hat{A}_{sj}^{(m)} T_{0j}^{(mk)} - M_{ez}^{(mk)}(\alpha) \left(\sum_{j=1}^3 \hat{A}_{sj}^{(m)} T_{1yj}^{(mk)} - \right.$$

$$\left. - z_0^{(mk)}(\alpha) \sum_{j=1}^3 \hat{A}_{sj}^{(m)} T_{0j}^{(mk)} \right); \quad (5.4)$$

$$f_3^{(mk)}(\alpha, \hat{A}_{s1}^{(m)}, \hat{A}_{s2}^{(m)}, \hat{A}_{s3}^{(m)}, \phi^{(mk)}, x_b^{(mk)}) = |M^{(mk)}(\alpha)| - R_b S_b^{(mk)} + \sum_{j=1}^3 \hat{A}_{sj}^{(m)} T_{1j}^{(mk)} \quad \text{Если}$$

оси $y^{(mk)}$ и $z^{(mk)}$ выбраны так же, как и в п.1, то остаются справедливыми и формулы п.2.

6. Подбор поперечной арматуры производится из условия (72) документа [4]:

$$\begin{aligned} |Q_z^{(mk)}(\alpha)| &\leq 0.3 \psi_{w1z}^{(m)} \psi_{b1} R_b b^{(m)} h_0^{(m)}, \\ |Q_y^{(mk)}(\alpha)| &\leq 0.3 \psi_{w1y}^{(m)} \psi_{b1} R_b b_0^{(m)} h^{(m)} \end{aligned} \quad (6.1)$$

где

$$\psi_{w1z}^{(m)} = 1 + 5 \frac{E_s}{E_b} \frac{A_{swz}^{(m)}}{b^{(m)} s^{(m)}}, \quad \psi_{w1y}^{(m)} = 1 + 5 \frac{E_s}{E_b} \frac{A_{swy}^{(m)}}{h^{(m)} s^{(m)}}, \quad \psi_{b1} = 1 - \beta R_b \quad (6.2)$$

($Q_y^{(mk)}(\alpha)$ и $Q_z^{(mk)}(\alpha)$ - перерезывающие силы в k -ом сечении элемента, $h_0^{(m)} = h^{(m)} - a_1$, $b_0^{(m)} = b^{(m)} - a_3$; E_s и E_b - модули упругости стали и бетона; $A_{swy}^{(m)}$ и $A_{swz}^{(m)}$ - площади поперечного сечения хомутов, параллельных осям $y_c^{(m)}$ и $z_c^{(m)}$ соответственно, $s^{(m)}$ - шаг хомутов; $\beta = 0.01$ для тяжелых бетонов и $\beta = 0.02$ для легких). Величины $\psi_{w1y}^{(m)}$ или $\psi_{w1z}^{(m)}$ должны удовлетворять следующим неравенствам:

$$\psi_{w1y}^{(m)} \leq 1.3, \quad \psi_{w1z}^{(m)} \leq 1.3 \quad (6.3)$$

Из (6.1) и (6.2) вытекает следующее правило для определения поперечной арматуры:

$$\begin{aligned} A_{swy}^{(m)} &= \max_k \left(\frac{|Q_y^{(mk)}(\alpha)|}{0.3 \psi_{b1} R_b b_0^{(m)} h^{(m)}} - 1 \right) \frac{b^{(m)} s^{(m)} E_b}{5 E_s}, \\ A_{swz}^{(m)} &= \max_k \left(\frac{|Q_z^{(mk)}(\alpha)|}{0.3 \psi_{b1} R_b b^{(m)} h_0^{(m)}} - 1 \right) \frac{b^{(m)} s^{(m)} E_b}{5 E_s} \end{aligned} \quad (6.4)$$

При этом размеры сечения элемента должны быть таковы, что выполняются вытекающие из (6.3) неравенства

$$A_{swy}^{(m)} \leq \frac{0.06h^{(m)}s^{(m)}E_b}{E_s}, \quad A_{swz}^{(m)} \leq \frac{0.06b^{(m)}s^{(m)}E_b}{E_s} \quad (6.5)$$

7. В предыдущих пунктах было принято, что параметры $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$, определяющие величины внешних воздействий на элемент, фиксированы. Снимем это ограничение и будем полагать, что они могут меняться в пределах параллелепипеда $\alpha_{0j} \leq \alpha_j \leq \alpha_{1j}$ ($j = 1, 2, \dots, p$). Необходимо подобрать минимальную по весу арматуру (продольную и поперечную), которая при заданных размерах поперечного сечения позволит элементу выдержать действие внешней нагрузки, соответствующей любому значению параметров из указанного параллелепипеда. Эта проблема сводится к задаче математического программирования (1.8)-(1.9) при ограничениях (1.10) (или (4.3), или (5.4)), а также (6.3)-(6.4), в которых вектор параметров $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p]$ принимает континуум значений. Эта задача разрешима и для ее решения предложено множество разнообразных методов (как требующих вычисления производных по α_j ($j = 1, 2, \dots, p$) функций ограничений, так и не требующих их, см. например [8 - 9]).

8. Приступим теперь к решению задачи оптимального проектирования конструкции в целом с выбором размеров поперечного сечения элементов и подбора арматуры. В качестве целевой функции (т.е. функции, подлежащей минимизации) выберем стоимость материала

$$F_0(b^{(1)}, h^{(1)}, A_s^{(1)}, A_{swy}^{(1)}, A_{swz}^{(1)}, \dots, b^{(m_0)}, h^{(m_0)}, A_s^{(m_0)}, A_{swy}^{(m_0)}, A_{swz}^{(m_0)}) = \\ = \sum_{m=1}^{m_0} [b^{(m)}h^{(m)}l^{(m)}Z_b + (A_s^{(m)} + A_{swz}^{(m)} \frac{h^{(m)}}{s^{(m)}} + A_{swy}^{(m)} \frac{b^{(m)}}{s^{(m)}})l^{(m)}\gamma_s Z_s] \quad (7.1)$$

Здесь $b^{(m)}$ и $h^{(m)}$ - ширина и высота поперечного сечения m -го элемента конструкции, $l^{(m)}$ - его длина, m_0 - общее число элементов,

$A_s^{(m)}$ - суммарная площадь сечения продольной арматуры:
 $A_s^{(m)} = 3 * \widehat{A}_{s1}^{(m)} + 3 * \widehat{A}_{s2}^{(m)} + 2 * \widehat{A}_{s3}^{(m)}$, $A_{swy}^{(m)}$ и $A_{swz}^{(m)}$ - площади сечений хомутов в направлении осей $y_c^{(m)}$ и $z_c^{(m)}$ соответственно, $s^{(m)}$ - шаг хомутов, γ_s - объемный вес стали, Z_b - стоимость одного куб. метра бетона, Z_s - стоимость одной тонны стали.

Площади сечений продольной и поперечной арматуры должны удовлетворять следующим соотношениям:

$$k_1 b^{(m)} h^{(m)} \leq A_s^{(m)} \leq k_2 b^{(m)} h^{(m)},$$

$$k_3 b^{(m)} h^{(m)} \leq A_{swy}^{(m)} \leq \frac{0.06 h^{(m)} s^{(m)} E_b}{E_s},$$

$$k_3 b^{(m)} h^{(m)} \leq A_{swz}^{(m)} \leq \frac{0.06 b^{(m)} s^{(m)} E_b}{E_s}$$

(7.2)

($m = 1, 2, \dots, m_0$)

(k_1, k_2 и k_3 - некоторые заданные величины).

Проблема оптимального проектирования (7.1)-(7.2) может быть представлена в виде задачи математического программирования

$$F_0(b^{(1)}, h^{(1)}, A_s^{(1)}, A_{swy}^{(1)}, A_{swz}^{(1)}, \dots, b^{(m_0)}, h^{(m_0)}, A_s^{(m_0)}, A_{swy}^{(m_0)}, A_{swz}^{(m_0)}) \rightarrow$$

$$\rightarrow \min \quad (7.3)$$

при ограничениях

$$F_n^{(m)}(b^{(m)}, h^{(m)}, A_s^{(m)}, A_{swy}^{(m)}, A_{swz}^{(m)}) \leq 0 \quad (n = 1, 2, \dots, 6; m = 1, 2, \dots, m_0)$$

(7.4)

где

$$F_1^{(m)}(b^{(m)}, h^{(m)}, A_s^{(m)}) = k_1 b^{(m)} h^{(m)} - A_s^{(m)},$$

$$F_2^{(m)}(b^{(m)}, h^{(m)}, A_s^{(m)}) = A_s^{(m)} - k_2 b^{(m)} h^{(m)},$$

$$F_3^{(m)}(b^{(m)}, h^{(m)}, A_{swy}^{(m)}) = A_{swy}^{(m)} - k_3 b^{(m)} h^{(m)}, \quad (7.5)$$

$$F_4^{(m)}(b^{(m)}, h^{(m)}, A_{swy}^{(m)}) = A_{swy}^{(m)} - \frac{0.06h^{(m)}s^{(m)}E_b}{E_s},$$

$$F_5^{(m)}(b^{(m)}, h^{(m)}, A_{swz}^{(m)}) = A_{swz}^{(m)} - k_3b^{(m)}h^{(m)},$$

$$F_6^{(m)}(b^{(m)}, h^{(m)}, A_{swz}^{(m)}) = A_{swz}^{(m)} - \frac{0.06b^{(m)}s^{(m)}E_b}{E_s}$$

Переменными проектирования (т.е. величинами, меняемыми в процессе оптимизации) являются $b^{(m)}$ и $h^{(m)}$ ($m = 1, 2, \dots, m_0$) (как следует из анализа формул (6.4), шаг хомутов $s^{(m)}$ не влияет на величину целевой функции). Зависимыми переменными (т.е. переменными состояния) являются $A_s^{(m)}$, $A_{swy}^{(m)}$ и $A_{swz}^{(m)}$ ($m = 1, 2, \dots, m_0$). Поскольку их зависимость от переменных проектирования достаточно сложна, использование градиентных методов отыскания минимума F_0 затруднено и предпочтительными оказываются методы, не использующие производных функций $F_0, F_1^{(m)}, F_2^{(m)}, \dots, F_6^{(m)}$.

Задачу (7.3)-(7.5) будем называть внешней, а задачи (1.8)-(1.9) и (6.3) внутренними.

9. Пример. Продемонстрируем предлагаемую методику на одном из простейших примеров. Рассмотрим вертикальную колонну прямоугольного сечения высотой H , нижний конец которой заземлен, а на свободном конце приложены три взаимно перпендикулярные силы P_j ($j = 1, 2, 3$) (рис. 5), причем эти силы пропорциональны параметрам α_j : $P_j = \alpha_j P_{0j}$, могущим принимать любое значение из заданных интервалов $\alpha_{0j} \leq \alpha_j \leq \alpha_{1j}$. В примере приняты следующие значения: $H = 3$ м, $P_{01} = 40$ т, $P_{02} = 2$ т, $P_{03} = 5$ т, $\alpha_1 = 0.7$, $\alpha_{0j} = 0.1$ ($j = 2, 3$), $\alpha_{1j} = 1$ ($j = 1, 2, 3$). Подбор арматуры будем производить по одному наиболее опасному сечению в основании колонны, т.е. в примере $m_0 = 1, k = 1$. Поэтому в дальнейшем изложении индексы m и k указывать не будем.

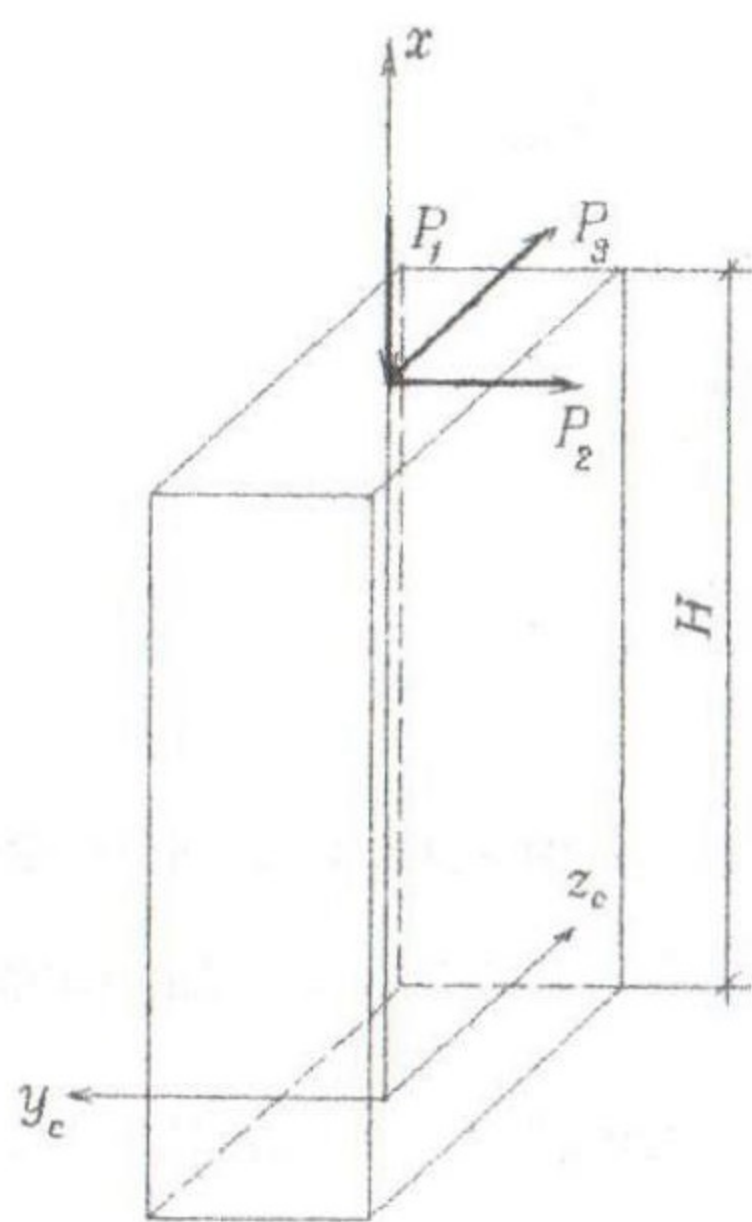


Рис.5

Будем сначала рассматривать случаи фиксированных значений нагрузок. Пусть, например, $\alpha_j = 1$ ($j = 1, 2, 3$). Тогда силы P_j ($j = 1, 2, 3$) принимают свои максимальные значения. В указанном сечении $N = -40\text{т}$, $M_y = -15\text{тм}$, $M_z = 6\text{тм}$, $Q_y = -2\text{т}$, $Q_z = 5\text{т}$. Силовые факторы N , M_y и M_z заменяем одной внецентренно приложенной продольной силой N с координатами $y_{0c} = -M_z / N$, $z_{0c} = M_y / N$.

Приступаем к решению внешней задачи (7.3)-(7.4), которую будем решать методом покоординатного спуска. В качестве начальных значений примем $b = 0.25\text{ м}$, $h = 0.3\text{ м}$. Для принятых значений b и h решаем задачу подбора продольной арматуры, т.е. внутреннюю задачу (1.8)-(1.9). Решение ее производится так: задаемся произвольными начальными значениями сечений продольной арматуры $\hat{A}_{s1}, \hat{A}_{s2}, \hat{A}_{s3}$ (будем считать их координатами точки трехмерного пространства A_s), затем решаем систему двух нелинейных уравнений (1.9) а) и (1.9) б) и находим значения ϕ и x_b , знание которых позволяет произвести проверку условия (1.9) в). При достаточно больших $\hat{A}_{s1}, \hat{A}_{s2}, \hat{A}_{s3}$ это условие выполняется. Далее в соответствии с выбранным методом решения задачи (покоординатного спуска, возможных направлений, проекции градиента и т.д.) находим новую точку пространства A_s с меньшим значением целевой функции (1.8), т.е. с меньшей площадью сечения продольной арматуры и т.д., пока не найдем точку этого пространства, в которой функция (1.8) принимает наименьшее значение при выполнении условий (1.9). На этом заканчивается решение задачи подбора продольной арматуры. Подбор поперечной арматуры производится в соответствии с формулами (6.4), где в данном случае $k = 1$ и символ \max может быть опущен. В рассматриваемом примере для указанных выше размеров поперечного сечения колонны было получено, что $\hat{A}_{s1} = 3.85\text{ см}^2$, $\hat{A}_{s2} = 4.45\text{ см}$, $\hat{A}_{s3} = 9.45\text{ см}^2$

(суммарная площадь продольной арматуры $A_s = 43.8\text{см}^2$), $A_{swy} = A_{swz} = 0.113\text{см}^2$. Принимая стоимость 1 м^3 бетона равной 200 грн, а стоимость 1т стали 2800 грн, из формулы (7.1) получаем, что стоимость материала колонны равна $F_0 = 339.39$ грн.

В соответствии с алгоритмом метода покоординатного спуска уменьшаем b на заданный шаг Δs , а затем для новых размеров поперечного сечения производим подбор арматуры и вычисляем стоимость колонны. Если она оказывается большей, чем у колонны первоначального сечения, то возвращаемся к первоначальным размерам, а затем b увеличиваем на Δs и снова повторяем процедуру подбора арматуры и вычисление стоимости материала. Если она окажется меньше первоначальной стоимости, переходим к новым размерам сечения и начинаем изменение размера h и т.д. Если на некотором этапе ни изменение b , ни изменение h не приводит к уменьшению F_0 , производим уменьшение шага Δs и продолжаем алгоритм с уменьшенным шагом и т.д. Алгоритм считается законченным, если Δs становится меньше некоторой заданной величины (например, 5см). В рассматриваемом примере окончательные размеры сечения таковы: $b = 0.4\text{м}$, $h = 0.4\text{м}$, суммарная площадь продольной арматуры $A_s = 9.68\text{см}^2$, стоимость колонны 166.86 грн. Таким образом, в результате оптимизации стоимость колонны уменьшилась более чем вдвое.

Подобные расчеты можно проделать для любых значений α_j ($j = 1, 2, 3$) из заданных интервалов. В результате вычислений выяснилось, что наиболее невыгодное нагружение соответствует не максимальной нагрузке, а нагрузке со следующими значениями параметров: $\alpha_1 = 0.85$, $\alpha_2 = \alpha_3 = 1$, т.е. когда $P_1 = 34\text{т}$, $P_2 = 2\text{т}$, $P_3 = 5\text{т}$. При этом стоимость конструкции составляет 170.64 грн.

Приступим к проектированию колонны, способной выдержать любую нагрузку, соответствующей значениям параметров из заданных интервалов и обладающей наименьшей стоимостью. Это означает, что при решении внутренней задачи (1.8)-(1.9) нужно учитывать, что ограничения (1.9) должны выполняться при любых значениях вектора $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]$, $\alpha_{0j} \leq \alpha_j \leq \alpha_{1j}$ ($j = 1, 2, 3$). Существует множе-

ство методов решения подобных задач, простейший из них – метод сеток, при котором непрерывно меняющийся параметр заменяется дискретным, достаточно густо расположенным на заданном интервале, множеством его значений. Метод решения внешней задачи остается прежним. В рассматриваемом примере получаем $b = 0.3\text{ м}$, $h = 0.45\text{ м}$, $A_s = 14.23\text{ см}^2$, стоимость равна 174.24 грн.

Вывод:

При определении расчетных сочетаний нагрузок для оптимального проектирования железобетонных конструкций следует учитывать не только максимальные значения составляющих этих нагрузок, но и их промежуточные значения.

Литература

1. Рейтман М. И. Оптимизация параметров железобетонных конструкций на ЭЦВМ. – М.: Стройиздат, 1974, 96 с.
2. Мастаченко В. Н., Мирвис Я. Г., Уколов В.Н. Автоматизация проектирования железобетонных конструкций. – Л.: Стройиздат, 1982. – 224 с.
3. Почтман Ю. М., Скалзуб В. В., Ланда М. Ш. Оптимальное проектирование сечений изгибаемых железобетонных элементов по критерию минимума стоимости//Бетон и железобетон, 1998, № 4 – С. 17-18.
4. СНИП 2.03.01 – 84. - М.: Госком СССР по делам строительства, 1985. – 78 с.
5. Карманов И.Г. Математическое программирование. – М.: «Наука», 1975. – 270 с.
6. Михалевич В.С., Гупал А.М., Норкин В.И. Методы невыпуклой оптимизации. - М.: Физматгиз, 1987. – 281 с.
7. Зангвилл У.И. Нелинейное программирование. - М.: «Сов. Радио», 1973. – 530 с.
8. Пшеничный Б.Н. Необходимые условия экстремума. - М.: «Наука», 1969. – 143 с.
9. Хог Э., Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование. - М.: «Мир», 1983. - 478 с.