

ПІДХІД ДО ОПТИМІЗАЦІЇ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНИХ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ ГРАДІЄНТНОЇ СТРУКТУРИ

Максименко О.Г., Сичов І.І., студ. гр. ВБК-371

Науковий керівник – Семенова С.В., к.т.н., доцент

(кафедра Хімії та екології, Одеська державна академія будівництва та архітектури)

Анотація. У роботі розглядається підхід до оптимізації структури композиційних матеріалів як завдання варіаційного обчислення. Максимізується функціонал теплового опору матеріалу, що складається з теплопровідного в'язучого та теплоізолюючого дрібнодисперсного наповнювача за умов збереження структурної цілісності матеріалу, яка забезпечується необхідною концентрацією в'язучого, що визначається за співвідношеннями теорії перколяції, та постійним сумарним вмістом теплоізолюючого наповнювача.

Одним з основних завдань матеріалознавства є одержання матеріалів і виробів оптимальної структури, що забезпечує реалізацію оптимального набору експлуатаційних характеристик. Термін «структура» характеризується широким змістовним охопленням і часто розуміється як інваріантний аспект, що зберігається при перетвореннях системи, її будовах. Обговорюваним тут структурним аспектом є просторове розташування часток наповнювача (наприклад, характер розташування гранул пінополістиролу в полістиролбетоні).

Одним з варіантів структур є градієнтні, у яких частки наповнювача за рахунок цілеспрямованої організації або в результаті фізичних ефектів, наприклад, флотаційних, утворюють області накопичення – шари з максимальною концентрацією наповнювача. Цьому класу структур належать деякі види оболонок, шаруватих матеріалів, товстих і тонких покриттів різного призначення. Кількісний склад, співвідношення між числом часток різних видів, типи міжчасткової взаємодії можуть бути в цих системах розглянуті як функції тільки однієї незалежної змінної.

Розглянемо як приклад теплоізоляційне покриття з нерівномірним по товщині розподілом часток компонентів А і В матеріалу, нанесеного на циліндричну поверхню труби (рис. 1). Поблизу внутрішньої поверхні матеріалу переважають частки А, поблизу зовнішньої – частки В. Передбачається, що в розглянутому випадку спостерігається ієрархія просторових масштабів – характерний розмір часток малий у порівнянні з таким для дослідної структури, число часток досить велике. При цих умовах можна розглядати концентрацію відповідних часток як функцію безрозмірної величини l/l_0 .

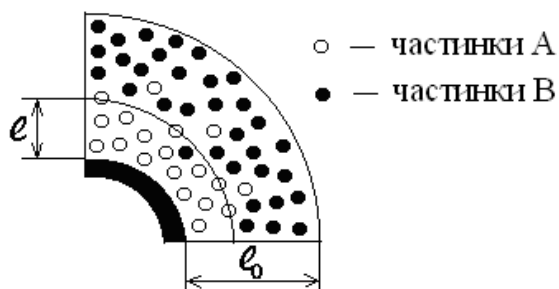


Рис. 1. Структура, що допускає одномірний розгляд-теплоізоляційне покриття

Структури подібного виду формуються в процесі корозії металевих виробів і в'язучих матеріалів, утвору відкладань у трубопроводах.

Градієнтні структури можуть мати різну передісторію: бути результатом серії технологічних прийомів – пошарового нанесення, поетапної фізико-хімічної обробки, бути наслідком природних процесів – хімічних реакцій і дифузії або виникає в результаті взаємодії часток матеріалу, який виявляє в такому випадку здатність до самоорганізації.

Для градієнтних структур можливо поставити оптимізаційне завдання про розміщення двох компонентів – матричного матеріалу й наповнювача, наприклад, теплоізоляційного. Такий наповнювач може бути розподілений рівномірно (випадок традиційних матеріалів) або мати області накопичення – утворювати шароподібні градієнтні структури (рис. 2).



Рис. 2. Градієнтна структура теплоізоляційного матеріалу:

1 – області з високою концентрацією в'язучого, 2 – теплоізолююча область

Якщо припустити, що сумарна кількість наповнювача фіксована, за умови стаціонарної теплопровідності тепловий опір розглянутої градієнтної структури може бути заданий інтегральним вираженням і теплопровідність одного «шару» нелінійно залежить від концентрації наповнювача (матеріал стає ефективним теплоізолятором при вмісті теплоізолюючого наповнювача приблизно 85%), маємо оптимізаційне завдання ізопариметричного характеру. Розглянемо постановку цього завдання більш точно.

Рівняння стаціонарної теплопровідності для температури T може бути записане як (1):

$$\operatorname{div}(\lambda \nabla T) = 0. \quad (1)$$

Потік тепла для шаруватої структури задається вираженням (2):

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_1}} (T_{c1} - T_{c2}) \quad , \quad (2)$$

де температура T_{c1} – температура газу поблизу «гарячої» сторони пластини;

T_{c2} – температура газу поблизу «холодної» сторони;

L_i – товщина шару;

λ_i – теплопровідність цього шару.

Якщо коефіцієнти теплообміну великі ($\alpha_1, \alpha_2 \rightarrow \infty$), то тепловий опір R_q виражається як (3):

$$R_q = \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{\lambda_i}. \quad (3)$$

При переході від (3) до інтегрального вираження (4) маємо:

$$R_q = \int_0^l \frac{dx}{\lambda(C(x))}, \quad (4)$$

де $C(x)$ – об'ємний вміст теплоізолюючого наповнювача, що залежить від координати x .

Необхідно знайти максимум теплового опору за умови постійного вмісту наповнювача L (5):

$$\int_0^l C(x) dx = L. \quad (5)$$

Інше обмеження формулюється на основі наступних міркувань. У міру росту вмісту теплоізолюючого компонента міцність композиції починає знижуватися. При деякому

об'ємному вмісті легкого наповнювача, близькому до 85%, через нестачу сполучного матеріалу втрачає сплосність і починає руйнуватися. Найважливішим тут є ширина області, на якій відбувається перевищення цього так званого перколяційного порога. Якщо вона невелика й порівнянна з товщиною бар'єрного шару теплоізолюючих часток, то реалізується варіант структури (3) з відносно високими міцнісними характеристиками.

На основі наведених міркувань слід додати обмеження на локальний об'ємний вміст наповнювача (6):

$$C(x) \leq C_0. \quad (6)$$

Іншим варіантом обмеження розглянутого виду може бути введення як доданок під інтеграл (4) штрафної функції, що описує зменшення міцності при введенні наповнювача.

Формулювання екстремального завдання завершує залежність локальної теплопровідності від концентрації наповнювача. Слід указати велику різноманітність співвідношень розглянутого типу залежно від складу матричного матеріалу й наповнювача і їх структури (моделі узагальненої провідності). Можна, наприклад, скористатися формулою В.І. Оделевського для суміші твердих компонентів (7):

$$\lambda(C(x)) = \lambda_1 \cdot \left(1 - \frac{C(x)}{\frac{1}{1 - \lambda_2/\lambda_1} - \frac{1 - C(x)}{3}} \right), \quad (7)$$

де λ_1 – теплопровідність в'язучого, λ_2 – теплопровідність наповнювача,

$C(x)$ – локальна об'ємна частка наповнювача.

Рівняння (4-7) утворюють замкнену систему співвідношень. Її рішення проводиться методами варіаційного обчислення, або (у дискретному варіанті) за допомогою динамічного програмування.

Висновки. Таким чином, завдання проектування теплоізоляційного матеріалу може формулюватися та вирішуватися у математично визначеній формі. Пропонований підхід може бути використаний для широкого класу теплоізоляційних матеріалів градієнтної та шаруватої структури.

Література:

1. Тарасевич Ю.Ю. Перколяция: теория, приложения, алгоритмы Учебное пособие. М.: Едиториал УРСС, 2002. 112 с.
2. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача: Учебник. Москва: Энергия, 1975. 483 с.
3. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969.
4. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. 1961. 228 с.