УДК 624.04

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ УПРУГОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ОСС ПРИ ДЕЙСТВИИ ГАРМОНИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

Матушевский А.С., *гр. ПГС-261*
Научный руководитель – **Фомина И.П.,** *ст. преподаватель*
(кафедра Теоретической механики, ОГАСА)

Аннотация. В статье приведены исследования вынужденных колебаний упругой механической системы с ОСС при действии гармонической нагрузки.

Рассмотрим случай, когда на упругую механическую систему с ОСС действуют восстанавливающая сила $\boldsymbol{R}$ и возмущающая сила $\boldsymbol{F}(t)$ (рис.1). Основное уравнение динамики выглядит так:

$$m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{R} + \boldsymbol{F} \tag{1}$$

Спроектируем его на ось q:

$$m\ddot{q} = -Kq + F(t) \tag{2}$$

Разделив обе части равенства на m, получаем:

$$\ddot{q} + k^2 q = \frac{1}{m} F(t). \tag{3}$$

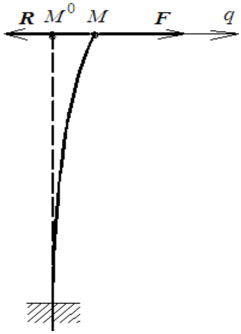


Рис. 1. Действие вынуждающей силы

Это дифференциальное уравнение вынужденного движения упругой системы с ОСС.

Здесь:

$$k = \sqrt{K/m} \tag{4}$$

Рассмотрим вынужденное движение упругой механической системы с ОСС в том случае, когда сила $\boldsymbol{F}(t)$ является гармонической:

$$F(t) = G\sin(pt + \delta) \tag{5}$$

Тогда уравнение (3) будет выглядеть так:

$$\ddot{q} + k^2 q = H\sin(pt + \delta) \tag{6}$$

где:

$$(H = G/m) \tag{7}$$

Получаем, что общее решение уравнения (6) имеет следующий вид:

$$q(t) = q_{об}(t) + q_ч(t) \tag{8}$$

где $q_{об}(t) -$ общее решение однородного уравнения, а $q_ч(t) -$ частное решение. Так же имеем, что при $p \neq k$:

$$q_{об}(t) = A\sin(kt + \alpha),\ q_ч(t) = B\sin(pt + \delta),\ B = \frac{H}{k^2 - p^2} \tag{9}$$

т.е.:

$$q(t) = A\sin(kt + \alpha) + \frac{H}{k^2 - p^2}\sin(pt + \delta) \tag{10}$$

A и α определяются из начальных условий.

В случае $p = k$ (т.е. при резонансе) частное решение уравнения (9) имеет вид:

$$q_ч = -\frac{H}{2k} t\cos(kt + \delta), \tag{11}$$

Пример.

На упругую механическую систему действует переменная сила $\boldsymbol{F_1}(t)$, гармонически зависящая от времени и приложенная в точке M_1:

$$\boldsymbol{F}_1(t) = \boldsymbol{G}_1 \sin pt = 0{,}5\sin(15t) \tag{12}$$

тогда $H_1 = G_1/m_1 = 0{,}5/0{,}5 = 1$ *м* (13)

Амплитуда вынужденных колебаний определяется по формуле:

$$B_1 = \frac{H_1}{k_1^2 - p^2} = 0{,}006 \text{ м} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{F}_2(t) = \boldsymbol{G}_2 \sin pt = 1{,}5\sin(15t) \tag{15}$$

приложена к точке M_2.

$$H_2 = G_2/m_2 = 1{,}5/1{,}5 = 1 \text{ м} \tag{16}$$

$$B_2 = \frac{H_2}{k_2^2 - p^2} = 0{,}005 \text{м} \tag{17}$$

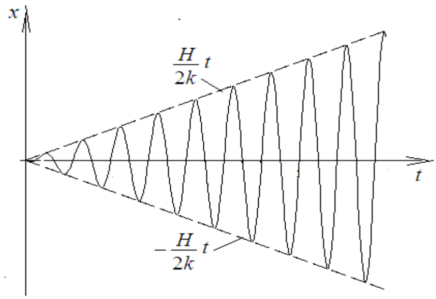


Рис. 2. Резонанс

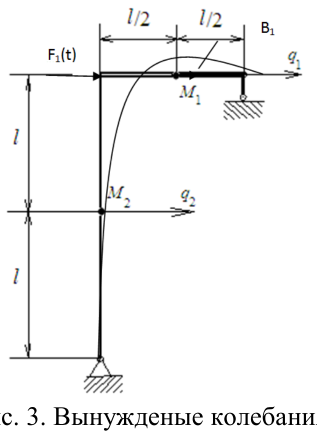


Рис. 3. Вынужденые колебания массы M_1

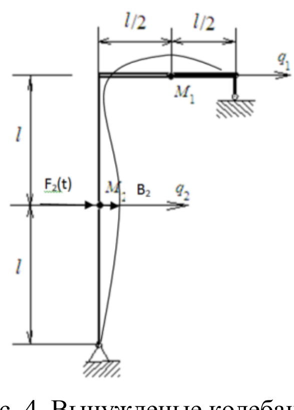
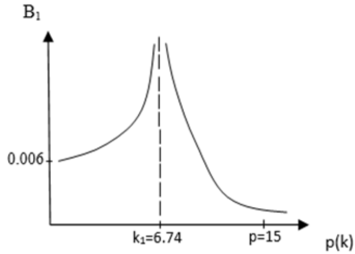


Рис. 4. Вынужденые колебания массы M_2



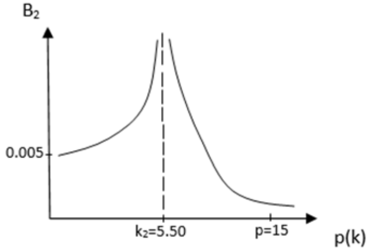


Рис. 5. График вынужденных колебаний массы M_1

Рис. 6. График вынужденных колебаний массы M_2

Вывод: учитывая, что частота собственных колебаний меньше частоты вынужденных колебаний, то отсутствует резонанс, иначе бы наблюдалась бы так называемая «раскачка» колебаний, что могло бы привести к нарушению равновесия и в дальнейшем к разрушению конструкции. Явление резонанса опасно для нормальной работы строительных конструкций и сооружений.

Литература:

1. Фомін В.М., Фоміна І.П. Динамічні моделі для інженерних задач, ОДАБА, 2015. 117 с.
2. Бекшаев С.Я., Фомин В.М. Основы теории колебаний. Учебное пособие. Одесса: ОГАСА, 2013. 103 с.
3. Бекшаев С.Я. МУ и задания для расчетно-графических работ по курсу «Основы теории колебаний». ОДАБА, Одеса, 2015. 45 с.
4. Бекшаев С.Я., Фомин В.М. МУ по дисциплине «Основы теории колебаний» к практич. занятиям. Одесса: ОГАСА, 2017. 60 с.
5. Лещенко Д.Д., Балдук П.Г., Бекшаєв С.Я., Козаченко Т.О. Словник термінів в галузі механіки. Одеса: ОДАБА, 2016. 114 с.
6. Павловський М.А. Теоретична механіка. Київ: “Техніка” 2002. 512 с.