

12. Mikhailo Marchenko, Iryna Mosicheva, Aleksej Aniskin. Estimation of poisson's ratio of soil using stiffness of loose soils / Electronic Journal of the faculty of civil engineering Osijek – e-GFOS. №16, 2018., pp. 83-94. ISSN1847 – 8948.

13. Марченко М.В., Чуприн П.В., Тугаенко Ю.Ф., Чуприн В.Н. Прогнозирование строительных свойств искусственных оснований //Съвременни технологии в транспортното строителство / IX междунар. науч.-прил. конф. – София: Транстрой, 1991. – С. 231-232.

УДК 531.3

## КОЛЕБАНИЯ УПРУГОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

*Козаченко К.А., гр. ПГС-255.*

*Научный руководитель – ст. преп. Фомина И.П.  
(кафедра Теоретической механики, ОГАСА)*

Рассмотрим некоторую упругую механическую систему с двумя степенями свободы (рис.1). Составим основное уравнение динамики для каждой из точек:  $m_k \mathbf{a}_k = \mathbf{R}_k$  ( $k=1,2$ ), ( $m_k$  – масса материальной точки  $M_k$ ,  $\mathbf{R}_k$  – реакция упругой системы в точке  $M_k$ ) и спроектируем его на ось  $q_k$  системы обобщенных координат:

$$m_1 \ddot{q}_1 = -R_1,$$

$$m_2 \ddot{q}_2 = -R_2.$$

Заметим, что реакция в точке  $M_k$  зависит не только от перемещения этой точки, но и от перемещения второй. Действительно,

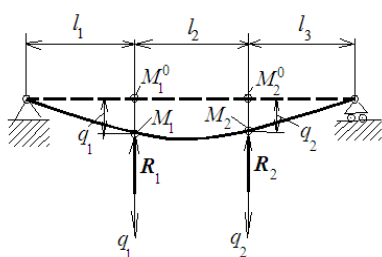


Рис.1

пусть стержневая система находится под действием двух постоянных сил  $\mathbf{P}_1$  и  $\mathbf{P}_2$  (рис. 2). Пусть сначала  $P_1 = 1$ , а  $P_2 = 0$ . Обозначим перемещения точек  $M_1$  и  $M_2$ , в которых приложены силы, через  $q_{11}$  и  $q_{21}$ . Аналогично, обозначим перемещения этих точек.

Через  $q_{12}$  и  $q_{22}$  в том случае, когда  $P_1=0$ , а  $P_2= 1$ . В дальнейшем будем называть их коэффициентами влияния.

Заметим, что по теореме о взаимности перемещений  $q_{12} = q_{21}$ .

Если же  $P_1$  и  $P_2$  произвольны, то пользуясь линейной зависимостью между силами и перемещениями, и принципом суперпозиции, можно записать:

$$q_1 = q_{11}P_1 + q_{12}P_2, q_2 = q_{21}P_1 + q_{22}P_2.$$

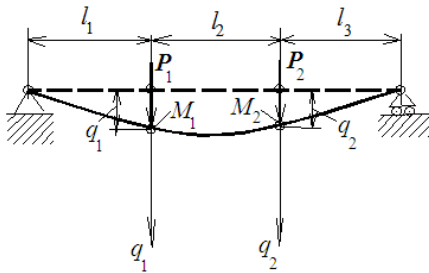


Рис. 2

После подстановки получим

$$m_1 \ddot{q}_1 + K_{11}q_1 + K_{12}q_2 = 0,$$

$$m_2 \ddot{q}_2 + K_{21}q_1 + K_{22}q_2 = 0.$$

Это и есть дифференциальные уравнения свободного движения упругой механической системы с двумя степенями свободы. Постоянные величины  $K_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) носят название *коэффициенты жесткости*.

Пример.

**Этап 1.** Определим коэффициенты влияния  $q_{11}, q_{22}, q_{12}, q_{21}$ .

Приложим в точке  $M_1$  единичную силу  $P_1$ . Найдем опорные реакции. Составим уравнение моментов для стержня  $BC$  относительно точки  $C$ :

$$\sum m_C = P_1 2l - R_E l = 0; R_E = 2P_1 = 2(\kappa H).$$

Рассмотрим теперь равновесие всей рамы и составим уравнение моментов относительно точки  $A$ :

$$\sum m_A = P_1 2l - R_E 2l + R_D l = 0; R_D = P_1 = 1(\kappa H).$$

Найдем смещения точек  $E$  и  $D$  прикрепления пружин

Выразим  $P_1$  и  $P_2$  через  $q_1$  и  $q_2$  применив правило Крамера и учтем, что  $R_1 = P_1, R_2 = P_2$ :

$$R_1 = K_{11}q_1 + K_{12}q_2, R_2 = K_{21}q_1 + K_{22}q_2,$$

где

$$K_{11} = q_{22} / \Delta, K_{12} = K_{21} = -q_{12} / \Delta,$$

$$K_{22} = q_{11} / \Delta, \Delta = q_{11}q_{22} - q_{21}q_{12}.$$

$$\Delta_E = \frac{R_E}{C_1} = 1 \cdot 10^{-2} (\text{м} / \kappa H), \quad \Delta_D = \frac{R_D}{C_2} = 1.1 \cdot 10^{-3} (\text{м} / \kappa H).$$

Знак  $R_E$  и  $R_D$  положителен, а значит, реакции направлены вверх и пружины сжаты. Соответственно перемещение точек  $E$  и  $D$  направлено вниз. Строим деформированное положение упругой системы, вызванное действием силы  $\mathbf{P}_1$  (рис. 3). Очевидно, что

$$\begin{aligned} q_{11} + \Delta_C &= 2(\Delta_C + \Delta_E); \\ q_{11} &= \Delta_C + 2\Delta_E = 2.11 \cdot 10^{-2} (\text{м} / \kappa H); \\ \Delta_C &= q_{12} = \Delta_D = 1.1 \cdot 10^{-3} (\text{м} / \kappa H). \end{aligned}$$

Приложим теперь силу  $P_2 = 1$  в точке  $M_2$  (рис. 4). Так как к левой части  $BC$  составной балки не приложены активные силы, то  $R_E = 0$ .

Рассмотрим равновесие всей составной рамы и составим уравнение моментов относительно точки  $A$ :

$$\sum m_A = -P_2 l + R_D l = 0; \quad R_D = P_2 = 1(\kappa H).$$

Так как  $R_E = 0$ , то перемещение точки  $E$  равно нулю, а  $R_D = 1(\kappa H)$ , то перемещение точки  $D$  направлено вниз, следовательно, пружина сжата. Найдем величину перемещения точки

$C$ , и коэффициенты влияния  $q_{22}$  и  $q_{21}$

$$\Delta_D = \frac{R_2}{C_2} = 1.1 \cdot 10^{-3} (\text{м} / \kappa H); \quad q_{22} = \Delta_D = 1.1 \cdot 10^{-3} (\text{м} / \kappa H);$$

$$q_{21} = \Delta_C = \Delta_D = 1.1 \cdot 10^{-3} (\text{м} / \kappa H).$$

Заметим, что  $q_{12} = q_{21} = 1.1 \cdot 10^{-3} (\text{м} / \kappa H)$ , что подтверждает правильность расчетов.

**Этап 2.** Исследование свободных колебаний упругой механической системы с ДСС.

Пусть массы обеих материальных точек отличны от нуля, т. е. теперь система имеет 2 степени свободы.

Приступим к определению коэффициента жесткости:

$$\Delta = q_{11}q_{22} - q_{12}^2 = 2.2 \cdot 10^{-5} (\text{M}^2 / \kappa\text{H}^2);$$

$$K_{11} = \frac{q_{12}}{\Delta} = 50(\kappa\text{H} / \text{M}); \quad K_{22} = \frac{q_{11}}{\Delta} = 959.091(\kappa\text{H} / \text{M});$$

$$K_{12} = K_{21} = \frac{-q_{12}}{\Delta} = -50(\kappa\text{H} / \text{M}).$$

Находим коэффициенты уравнения частот:

$$X_1 = \frac{m_1 K_{22} + m_2 K_{11}}{m_1 m_2} = 131.566 \text{ c}^{-2}, \quad X_0 = \frac{K_{11} K_{22} - K_{12}^2}{m_1 m_2} = 2.525 \cdot 10^3 \text{ c}^{-4}$$

Таким образом, уравнение частот выглядит следующим образом:

$$k^4 - 131.566 k^2 + 2.525 \cdot 10^3 = 0$$

Решив его, находим:

$$k_1^2 = 23.331 \text{ c}^{-2}, \quad k_2^2 = 108.234 \text{ c}^{-2}, \quad k_1 = 4.83 \text{ c}^{-1}, \quad k_2 = 10.404 \text{ c}^{-1}.$$

Найдем теперь коэффициенты формы главных колебаний:

$$\mu_1 = \frac{m_1 k_{12} - K_{11}}{K_{12}} = 0.067, \quad \mu_2 = \frac{m_1 k_{22} - K_{11}}{K_{12}} = -3.329$$

и амплитудные перемещения точек  $M_1$  и  $M_2$ , соответствующие нормированным формам главных колебаний:

$$A_1^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{m_1 + m_2 (\mu_1)^2}} = 0.7, \quad A_2^{(1)} = \mu_1 A_1^{(1)} = 0.047,$$

$$A_1^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{m_1 + m_2 (\mu_2)^2}} = 0.7, \quad A_2^{(2)} = \mu_2 A_1^{(2)} = -0.33.$$

Вычислив значения  $A_j^i (i = 1, 2; j = 1, 2)$ , легко построить формы главных колебаний (рис.5, 6).

Найдем значения главных координат и их производных при  $t = 0$ :

$$\eta_{1,0} = m_1 q_{1,0} A_1^{(1)} + m_2 q_{2,0} A_2^{(1)} = 0.322,$$

$$\eta_{2,0} = m_1 q_{1,0} A_1^{(2)} + m_2 q_{2,0} A_2^{(2)} = -0.257,$$

$$\zeta_{1,0} = m_1 v_{1,0} A_1^{(1)} + m_2 v_{2,0} A_2^{(1)} = 1.302,$$

$$\zeta_{2,0} = m_1 v_{1,0} A_1^{(2)} + m_2 v_{2,0} A_2^{(2)} = -0.119.$$

Решение системы дифференциальных уравнений свободного движения системы с ДСС представим в следующем виде:

$$\eta_1(t) = \psi_1 \sin(k_1 t + \gamma_1),$$

$$\eta_2(t) = \psi_2 \sin(k_2 t + \gamma_2).$$

Значения  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  определим из формул

$$\psi_1 = \sqrt{\eta_{1,0}^2 + \frac{\zeta_{1,0}^2}{k_1^2}} = 0.42, \quad \psi_2 = \sqrt{\eta_{2,0}^2 + \frac{\zeta_{2,0}^2}{k_2^2}} = 0.258,$$

$$\gamma_1 = \arctg \frac{k_1 \eta_{1,0}}{\zeta_{1,0}} = 1.509, \quad \gamma_2 = \arctg \frac{k_2 \eta_{2,0}}{\zeta_{2,0}} = 1.527.$$

Графики функций  $\eta_1(t)$  и  $\eta_2(t)$  представлены на рис.7. Из рисунка видно, что наблюдается явное преобладание первого главного колебания.

Перейдем к переменным  $q_1$  и  $q_2$ :

$$q_1(t) = \eta_1(t)A_1^{(1)} + \eta_2(t)A_1^{(2)},$$

$$q_2(t) = \eta_1(t)A_2^{(1)} + \eta_2(t)A_2^{(2)}.$$

Графики этих функций показаны на рис. 8.

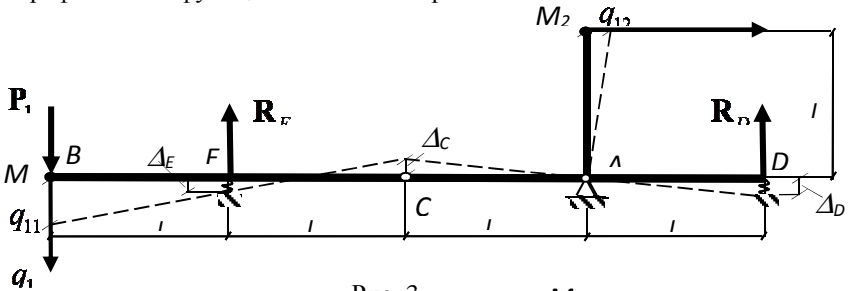


Рис. 3

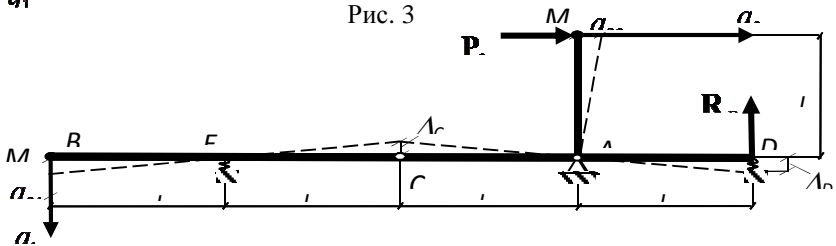


Рис. 4

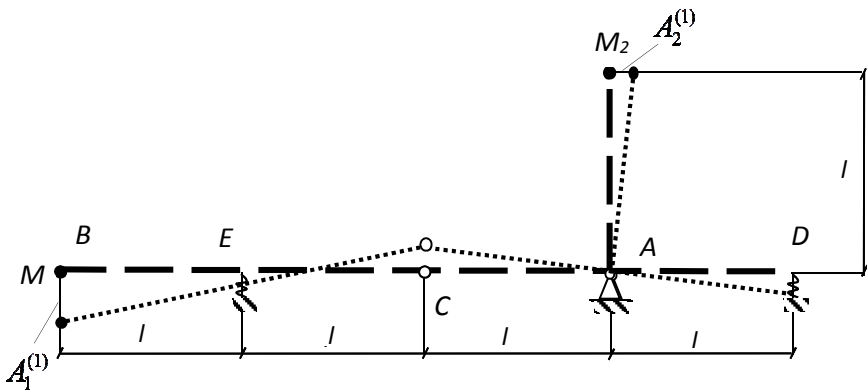


Рис. 5

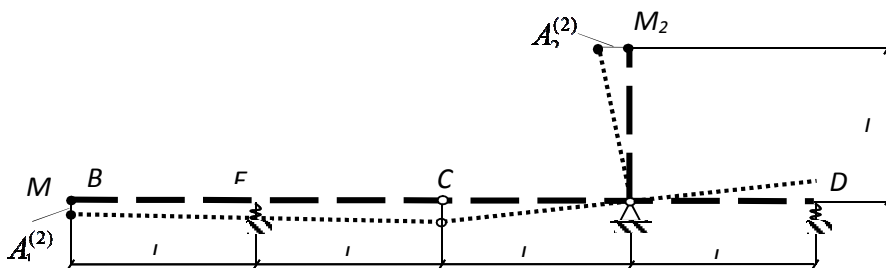
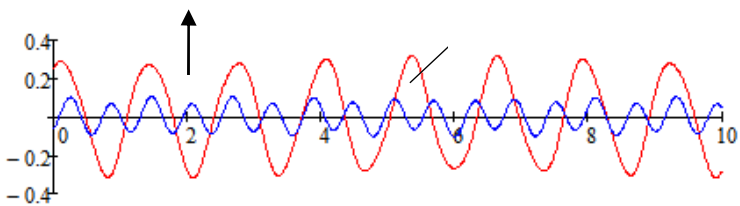
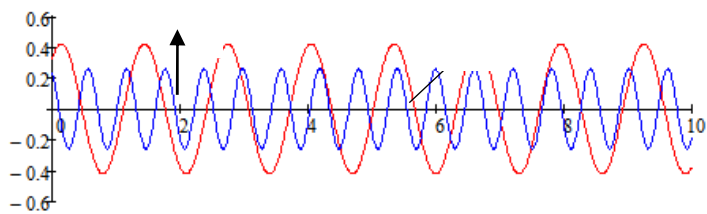


Рис. 6



## Литература

1. Фомін В.М., Фоміна І.П. Динамічні моделі для інженерних задач, ОДАБА, 2015 р.-117 с.
2. С.Я.Бекшаев, В.М.Фомин. Основы теории колебаний. Учебное пособие. Одесса: ОГАСА, 2013, 103 с.
3. С.Я.Бекшаев. Методические указания и задания для расчетно-графических работ по курсу «Основы теории колебаний». ОДАБА, Одеса, 2015. 45 с.
4. С.Я.Бекшаев, В.М.Фомин. Методические указания по дисциплине «Основы теории колебаний» к практическим занятиям. Одесса.: ОГАСА, 2017, 60 с.
5. Лещенко Д.Д., Балдук П.Г., Бекшаев С.Я., Козаченко Т.О. Словник термінів в галузі механіки. Одеса: ОДАБА, 2016, 114 с.
6. Павловський М.А. Теоретична механіка. Київ.: “Техніка” 2002, 512 с.

УДК-725.82

## ЭКСТЕРЬЕРЫ И ИНТЕРЬЕРЫ МИРОВЫХ КИНОТЕАТРОВ

*Коршевенюк В.В., гр. А - 402*

*Научный руководитель – асс Ермаураки О.И.  
(кафедра Архитектуры зданий и сооружений. ОГАСА)*

**Аннотация.** В статье рассматриваются примеры мировых кинотеатров.

**Актуальность.** Кинематограф – относительно новый вид искусства. Его история, по сравнению с тысячелетней историей музыки, живописи, театра, очень короткая. Но это не мешает кино оставаться уже на протяжении нескольких десятков лет самым массовым видом искусства. Действительно, хорошее кино завораживает, удивляет, заставляет задуматься о событиях, происходящих в жизни человека.

Ежедневно миллионы зрителей заполняют залы театров, еще больше людей смотрят кинофильмы по телевидению. Каждый год появляется новый фильм, который устанавливает новый рекорд по кассовым сборам и порой этот показатель становится решающим в глазах обывателя в момент принятия решения о просмотре нового фильма. Сегодня «хорошим» считается то кино, которое оказалось