

О КРИТЕРИЯХ ПРОЧНОСТИ И ФИЗИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЯХ БЕТОНА В ПЛОСКОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Яременко Е.А. (Одесса)

Предложены нелинейные физические зависимости для бетона, работающего в условиях плоского напряженного состояния. Полные диаграммы учитывают ортотропию деформирования и влияние плоского напряженного состояния на прочность и деформации бетона.

Для большинства строительных материалов закон Гука справедлив лишь в области малых деформаций. Диаграмма напряжение – деформация $\sigma - \varepsilon$ при растяжении или сжатии для некоторой величины напряжения становится нелинейной, а после разгрузки появляются остаточные деформации. Такие материалы называются упругопластичными.

Условия, при которых в данной точке тела происходит переход из упругого состояния в пластическое называются условиями текучести (пластичности). Применительно к бетону эти условия обычно трактуются как критерии прочности. Подробный анализ теорий прочности бетона можно найти в книге Н.И. Карпенко [1].

Критерии прочности, учитывающие особенности сопротивления бетона при сложном напряженном состоянии и, в значительной степени соответствующие опытным данным для плотных бетонов, предложены в работах Г.А. Гениева, Н.И. Карпенко, В.М. Круглова, К.Л. Лукши, А.-И. И. Ноткуса, А.В. Яшина и других ученых.

С точки зрения практического использования удобен критерий прочности А.-И.И. Ноткуса [2]:

$$\sqrt{\frac{1+\mu_i}{3} \sigma_\phi + 3(1-2\mu_i) \sigma_{cp}^2} \leq R_c \quad (1)$$

где R_c – прочность бетона при сжатии; μ_i – коэффициент поперечных деформаций, зависящий от напряжений.

$$\sigma_\phi = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \quad (2)$$

Положительные главные напряжения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ в формуле (2) умножаются на $m = R_c/R_t$ (R_t – прочность бетона при растяжении). Если

$$\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 \quad (3)$$

положительно, то $\sigma_{cr} = m \cdot \sigma$, иначе $\sigma_{cr} = 0$

В случае плоского напряженного состояния условие прочности (1) принимает вид:

- двухосное растяжение ($\sigma_3 = 0, \sigma_1 \geq \sigma_2$)

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\mu_t \sigma_1 \sigma_2} \leq R_t \quad (4)$$

- двухосное сжатие-растяжение ($\sigma_1 = 0, \sigma_2 > \sigma_3$); если

$\sigma_2 + \sigma_3 > 0$ то

$$\sqrt{\frac{2(1+\mu_t)}{3} (m^2 \sigma_2^2 - m \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3^2)} \leq R_c \quad (5)$$

- двухосное сжатие ($\sigma_1 = 0, \sigma_2 \geq \sigma_3$)

$$\sqrt{\frac{2(1+\mu_t)}{3} (\sigma_2^2 - \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3^2)} \leq R_c \quad (6)$$

Сравнение теоретических и экспериментальных данных выполнено на рис.1.

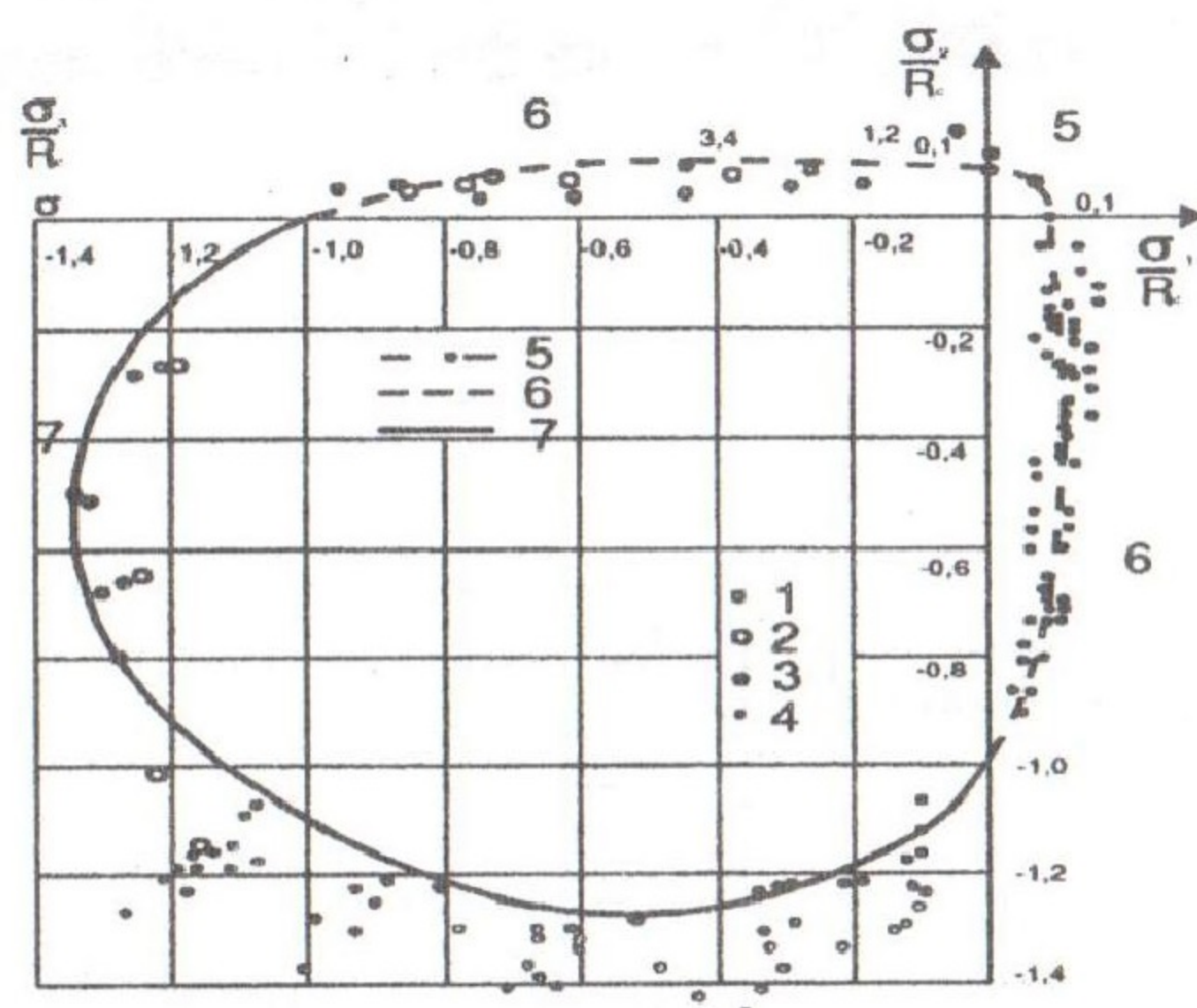


Рис. 1. Прочность бетона в плоском напряженном состоянии

Экспериментальные данные: Н. Купфера [3] 1,2,3 – для бетонов прочностью 58,3 МПа, 30,5 МПа, 18,7 МПа соответственно; 4 – Л.К.

Лукши [4], С. Кобаяши и В. Коянаги [5]. 5,6,7 – расчетные данные, согласно формул (4), (5), (6) соответственно, при $\mu_i = 0,2 = const$.

Уравнения пластичности А.А. Ильюшина [6] удобно представить в виде закона Гука [7]

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E^*} [\sigma_x - \mu^* (\sigma_y + \sigma_z)], \dots, \gamma_{xy} = \frac{2(1 + \mu^*)}{E^*} \tau_{xy} \quad (7)$$

Параметры E^* и μ^* называются переменными параметрами упругости

$$E^* = E_c, \quad \mu^* = \frac{1}{2} - \frac{1 - 2\mu}{2} \cdot \frac{E_c}{E} \quad (8)$$

где E_c секущий модуль деформации, существенно зависящий от напряженного состояния в рассматриваемой точке тела. Менее значимой является поправка коэффициента Пуассона. Следовательно, физические зависимости (8) – нелинейные. Метод переменных параметров упругости позволяет свести решение задачи деформационной теории пластичности к решению задачи теории упругости. Поскольку значения E_c и μ^* заранее неизвестны, то задача решается методом последовательных приближений.

Будем считать, что в плоском напряженном состоянии бетон работает в направлении главных напряжений $\sigma_3 \leq \sigma_2$ ($\sigma_1 = 0$) как ортотропный материал. Ортотропия приобретается в процессе роста напряжений в силу неодинакового деформирования при сжатии и растяжении. Направление осей ортотропии определяется ориентацией площадок главных напряжений. В рамках этой модели физические зависимости [7] принимают вид

$$\{\varepsilon\} = [c]\{\sigma\} \quad (9)$$

где

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_3 \\ \varepsilon_2 \end{Bmatrix}, \quad \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_3 \\ \sigma_2 \end{Bmatrix}, \quad [c] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_3} & -\frac{\mu_2}{E_2} \\ -\frac{\mu_3}{E_3} & \frac{1}{E_2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

E_3 и E_2 – секущие модули деформаций, определяемые по диаграммам деформирования.

Если принять, что $\mu_2 \approx \mu_3 E_2 / E_3$ то матрица $[C]$ формально становится близкой к матрице $[C]$ для изотропного материала

$$[C] = \frac{1}{E_3} \begin{bmatrix} 1 & -\mu_3 \\ -\mu_3 & k \end{bmatrix} \quad (11)$$

где

$$k = \frac{E_3}{E_2} \quad \mu_3 = \frac{1}{2} - \frac{1-2\mu}{2} \frac{E_3}{E} \quad (12)$$

При осевом сжатии полная диаграмма деформирования бетона может быть представлена в виде [1]

$$\varepsilon_b = \sigma_b / (E_b \nu_b) \quad (13)$$

где ε_b , σ_b , E_b относительные деформации, напряжения и начальный модуль упругости бетона; ν_b - коэффициент изменения секущего модуля; $E_b \nu_b$ - секущий модуль.

$$\nu_b = \hat{\nu}_b \pm (\nu_0 - \hat{\nu}_b) \sqrt{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2} \quad (14)$$

$\hat{\nu}_b$ - значение коэффициента ν_b в вершине диаграммы; ν_0 - значение коэффициента ν_b в начале диаграммы; ω_1 , ω_2 - параметры, кривизны диаграммы; η - уровень напряжений.

$$\hat{\nu}_b = \hat{\sigma}_b / (\hat{\varepsilon}_b E_b), \quad \eta = \sigma_b / \hat{\sigma}_b, \quad \omega_2 = 1 - \omega_1; \quad (15)$$

$\hat{\sigma}_b$, $\hat{\varepsilon}_b$ - соответственно предельное напряжение и деформация в вершине диаграммы.

В плоском напряженном состоянии $\hat{\sigma}_b$ изменяется

$$\hat{\sigma}_b = k_i R_c \quad (16)$$

k_i - коэффициент, учитывающий влияние двухосного напряженного состояния:

- при двухосном сжатии, когда $n = \sigma_2 / \sigma_3 < 1$ - согласно (6), для $i=3$

$$k_i = 1 / \sqrt{\frac{2(1+\mu_i)}{3} (n^2 - n + 1)} \quad (17)$$

- при двухосном сжатии-растяжении, когда $\sigma_2 + \sigma_3 < 0$, согласно (5), для $i=3$

$$k_i = 1 / \sqrt{\frac{2(1+\mu_i)}{3} (m^2 n^2 - mn + 1)} \quad (18)$$

Для восходящей ветви диаграммы принимается знак плюс и $\nu_0 = 1$, $\omega_1 = 2 - 2,5\hat{\nu}_b$. Для нисходящей ветви диаграммы принимается

знак минус и $\nu_0 = 2,05\hat{\nu}_b$, $\omega_1 = 1,95\hat{\nu}_b - 0,14$

$$\hat{\varepsilon}_b = \frac{B_i}{E_b} \cdot \frac{1 + 0,75 \cdot B_i / 60}{0,12 + B_i / 60}, \quad B_i = k_i \cdot B, \quad B = \frac{R_c}{0,77 - 0,0012 R_c} \quad (19)$$

где В – класс бетона в МПа

Для построения диаграммы деформирования бетона при осевом растяжении в зависимостях (13)-(15) необходимо ввести новые значения параметров, связанные с растяжением

$$\hat{\nu}_{bt} = 0,6 + 0,15 R_i / 25$$

$$\hat{\sigma}_{bt} = k_{it} R_i, \quad \hat{\varepsilon}_{bt} = \hat{\sigma}_{bt} / (E_{bt} \hat{\nu}_{bt})$$

При двухосном растяжении-сжатии, когда $\sigma_2 + \sigma_3 < 0$, для $i = 2$

$$k_{it} = 1 \sqrt{\frac{2(1 + \mu_i)}{3} \left(1 - \frac{1}{mn} + \frac{1}{m^2 n^2} \right)}$$

Экспериментальные кривые $\sigma - \varepsilon$ сопоставлены с теоретическими на рис 2.

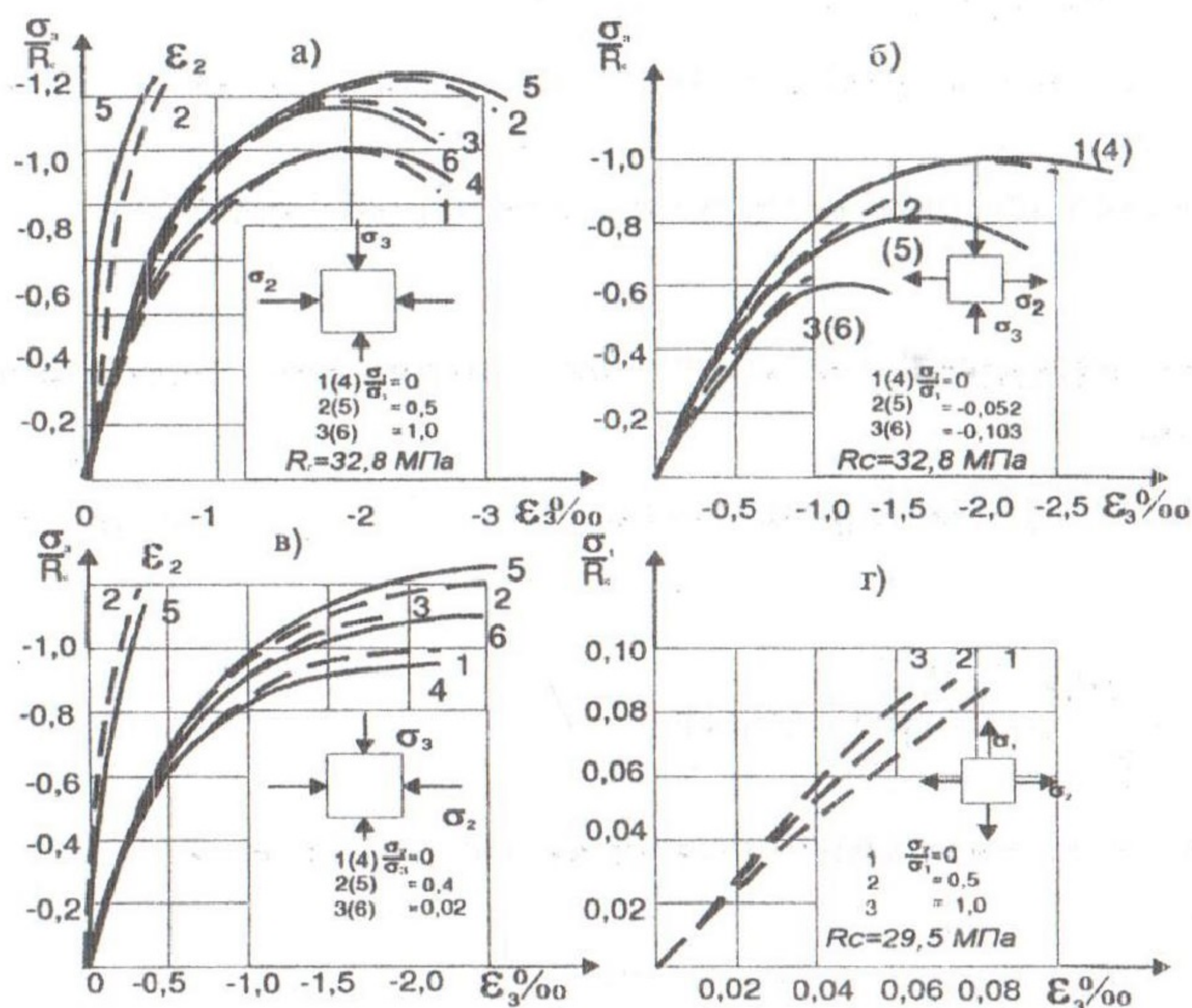


Рис. 2. Диаграммы деформирования бетона в плоском напряженном состоянии.

Экспериментальные данные: (1, 2, 3 – пунктирные кривые) – а, б, г

– Х. Купфера [8], в – Х. Опитца [9]. Расчетные данные : (4, 5, 6 – сплошные кривые) согласно формул (9) – (19) при $\mu = 0,2 = \text{const}$.

Соответствие опытных и расчетных величин, представленных на рис. 1 и 2, позволяет рекомендовать приведенные физические зависимости для применения в расчетах плосконапряженных железобетонных конструкций.

Литература

1. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М: Стройиздат, 1996.-446с.
2. Ноктус А. – И.И. Вариант единой теории пластичности для бетона и металла. Сб. “Прочность бетона и железобетона (Железобетонные конструкции, №10)” - Вильнюс: 1980, с. 73-82.
3. Kupfer H.B. Das nicht-lineare Verhalten des Betons bei zweiahtziger Beanspruchung // Beton und – Stahlbetonbau. 1973, №11, pp. 269-274.
4. Лукша Л.К. Прочность трубобетона. – М: Вища школа, 1977. – 96 с.
5. Kotsovos M.D., Newmann I.B. A mathematical Description of the Deformational Behavior of Concrete under Complex Loading // Magazine of Concrete Reserch, 1979, June, Vol. 31, №107, pp. 77-90.
6. Ильюшин А.А. Пластичность. – М. –Л.: Гостехиздат, 1948. – 376 с.
7. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов. – М: “Наука”, 1986. – 560 с.
8. Kupfer H. Das Verhalten des Betons unter zweiachsiger Beanspruchung. – Internationales kolloquium “Festigkeitsprobleme des Betons”, Wlss. Z. Techn. Univers. Dresden 17 (1968), H. 6.
9. Opitz H. Festigkeit und Verformungseigenschaften des Betons bei zweiachsiger Druckbeanspruchung. Там же.