

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 624.072.2.014

Н. Л. ЧЕРНОВ, д-р техн. наук, проф., И. А. АРТЮШКИН, Ю. В. КУПЧЕНКО, инженеры (Одесский инженерно-строительный институт); В. С. ШЕБАНИН, канд. техн. наук, доц. (Николаевский филиал Одесского сельскохозяйственного института)

РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ СТАЛЬНЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ ЗА ПРЕДЕЛОМ УПРУГОСТИ ПО ДЕФОРМИРОВАННОЙ СХЕМЕ

В СНиП II-23—81, п. 1.8, указывается на необходимость выполнять расчеты стальных конструкций, как правило, с учетом неупругих деформаций стали, а расчетные усилия допускается определять с учетом деформированной схемы, учитывающей влияние перемещений конструкций под нагрузкой только при соответствующем технико-экономическом обосновании.

В последнее время получила дальнейшее развитие методика учета неупругой работы стали в стержнях на основе критерия ограниченных пластических деформаций [1]. Один из алгоритмов подбора сечений элементов в стержневых металлоконструкциях был описан в работе [2].

В настоящей статье рассматривается в основных чертах расчет стержня, цель которого — определение вектора поправок торцевых реакций, полученных из упругого расчета стержневой системы, для использования в расчете сложных стержневых систем методом дополнительной нагрузки. При этом матрица жесткости стержневой системы преобразуется лишь один раз или с очень малым числом повторений. Расчет сопровождается ограниченной оптимизацией, заключающейся в выбраковке элементов, если в них пластические деформации выходят за границы допустимых; если элемент имеет чрезмерное сечение и далек в рассматриваемом сочетании от предельного состояния, то он подменяется элементом меньшего сечения.

В расчете рассматривается упругопластическое деформирование стального стержня постоянного сечения, жестко закрепленного в узлах стержневой системы, воспринимающего местные и распределенные по длине элемента нагрузки. В процессе деформирования, согласно допущениям, поперечные сечения стержня, перпендикулярные линии их центров тяжести, остаются плоскими; стержень состоит из тонкостенных фрагментов, формирующих его сечения; касательные напряжения от изгиба постоянны по толщине этих фрагментов; используются критерии ограничения пластических деформаций.

Выполняемые проверки по ограниченным пластическим деформациям являются расчетом прочности, при достижении величин предельных деформаций конструкция может быть как в докритическом, так и в закритическом состоянии, что контролируется специальным блоком программы. В последнем случае следует переходить на расчет по устойчивости согласно нормам.

Исходными данными для расчета стержня являются векторы концевых перемещений \vec{Z} и усилий \vec{R} , полученные из упругого расчета стержневой системы. Каждый из этих векторов состоит из шести элементов, по три перемещения и усилия на левом a и правом b концах стержня:

$$\vec{Z} = \{\vec{Z}_a \vec{Z}_b\}; \vec{R} = \{\vec{R}_a \vec{R}_b\}.$$

При поперечной оси X и продольной Z , проходящих через центр тяжести, для левого конца стержня вектор перемещений \vec{Z}_a пред-

ставляет собой угол поворота φ_a , поперечное смещение Δ_{xa} и продольное Δ_{za} ; вектор усилий \vec{R}_a — изгибающий момент M_a , реакции поперечных сил Q_a и продольных N_a . Аналогичные перемещения и реактивные усилия имеет правый конец стержня.

Известна геометрия сечений стержня, состоящего из листов, могущих иметь различные расчетные сопротивления. Заданы также местные поперечные \vec{F}_k (k — номера отрезка стержня $\Delta l = l/m$) и продольные \vec{N}_k нагрузки (вектор местных нагрузок \vec{R}_0).

Задача расчета стержня состоит в том, чтобы получить вектор торцевых реакций \vec{R}_p с сохранением вектора перемещений \vec{Z} в случае работы части или всех k -х участков стержня в упругопластической стадии при максимальном приближении наибольшей интенсивности пластической составляющей ϵ_{lp} к предельному значению $\epsilon_{lp, lim}$.

Расчет делится на две части — определение новых реакций с учетом геометрической нелинейности; определение новых реакций с учетом физической нелинейности.

На первой итерации первой части расчета стержня по векторам \vec{R} и \vec{R}_0 формируются векторы начальных усилий $\vec{R}_k^{(0)}$ в k -х сечениях, состоящие из усилий $M_k^{(0)}, Q_k^{(0)}, N_k^{(0)}$.

Для учета влияния деформированной схемы стержня определяются прогибы

$$y_k = \sum_{k=1}^m M_k^{(0)} \bar{M}_k / EI_x,$$

здесь \bar{M}_k — моменты от единичной сосредоточенной силы в стержне, рассматриваемом как балка с шарнирным опиранием.

Изгибающие моменты от учета деформированной схемы

$$M_{dk} = N_k^{(0)} y_k.$$

Новые реактивные моменты находятся из системы двух уравнений:

$$\sum_{k=1}^m (M_{ak}^{(1)} + M_{bk}^{(1)} + M_{fk} + M_{dk}) \bar{M}_{ak} \Delta l / EI_k = \varphi_a - \psi,$$

$$\sum_{k=1}^m (M_{ak}^{(1)} + M_{bk}^{(1)} + M_{fk} + M_{dk}) \bar{M}_{bk} \Delta l / EI_x = \varphi_b - \psi,$$

где неизвестные реактивные усилия $M_a^{(1)}, M_b^{(1)}$ входят в выражения $M_{ak}^{(1)}, M_{bk}^{(1)}$ соответственно, причем $M_{ak}^{(1)}, M_{bk}^{(1)}$ находятся от $M_a^{(1)}$ и $M_b^{(1)}$, как в шарнирно-опертой балке; M_{fk} — моменты от местных нагрузок \vec{F}_k , как в шарнирно-опертой балке; $\bar{M}_{ak}, \bar{M}_{bk}$ — изгибающие моменты от единичных моментов на концах a и b в шарнирно-опертой балке; $\psi = (\Delta_{xa} + \Delta_{xb}) / l$ — угол перекоса стержня.

По конечным усилиям $\vec{R}^{(1)}$, найденным в первой итерации, определяются начальные усилия для последующей итерации и процесс повторяется до требуемой точности.

После определения реактивных моментов с учетом геометрической нелинейности для учета влияния деформированной схемы на продольные и поперечные усилия находим углы поворота сечений

$$\varphi_k = \sum_{k=1}^m M_{ka}^d \bar{M}_k \Delta l / EI_x,$$

здесь M_k^d — эпюра изгибающих моментов, полученная с учетом вли-

яния деформированной схемы; \bar{M}_k — моменты от единичного сосредоточенного момента в стержне, рассматриваемом как балка с шарнирным опиранием.

Продольные и поперечные усилия с учетом деформированной схемы:

$$N_k^d = N_k^{(0)} + Q_k^{(0)} \varphi_k, \quad Q_k^d = Q_k^{(0)} - N_k^{(0)} \varphi_k.$$

На первой итерации второй части расчета по усилиям M_k^d, Q_k^d, N_k^d , полученным с учетом деформирования стержня, выполняются расчеты сечения за пределом упругости [3] и в предположении неограниченно упругой работы материала находятся соответствующие кривизны $\chi_k^{(0)}, \chi_{zk}^{(0)}$ и удлинения по оси Z — $\varepsilon_k^{(0)}, \varepsilon_{zk}^{(0)}$. По полученным кривизнам и удлинениям вычисляются корректировочные коэффициенты к геометрическим характеристикам сечения — моменту инерции I_x , площади сечения A , учитывающие увеличение податливости сечений за пределом упругости $m_k^{(0)} = \frac{\chi_{zk}^{(0)}}{\chi_k^{(0)}}; m_{zk}^{(0)} = \frac{\varepsilon_{zk}^{(0)}}{\varepsilon_k^{(0)}}$.

Продольное усилие $N_a^{(1)}$ на конце a стержня на первой итерации его расчета находится из уравнения

$$\sum_{k=1}^m N_k^{(1)} \bar{N}_k \Delta l / EA m_{zk}^{(0)} = \Delta_{za} + \Delta_{zb},$$

где $N_a^{(1)}$ — входит в выражение для $N_k^{(1)}$; \bar{N}_k — единичная продольная сила, приложенная на конце стержня.

Продольное реактивное усилие $N_b^{(1)}$ на другом конце стержня находится из уравнения равновесия.

Для определения реактивных моментов $M_a^{(1)}$ и $M_b^{(1)}$ решается система тех же уравнений, что и в первой части расчета, но уже с учетом увеличения податливости сечений за пределом упругости:

$$\sum_{k=1}^m (M_{ak}^{(1)} + M_{bk}^{(1)} + M_{fk} + M_{dk}) \bar{M}_{ak} \Delta l / EI_x m_k^{(0)} = \varphi_a - \psi,$$

$$\sum_{k=1}^m (M_{ak}^{(1)} + M_{bk}^{(1)} + M_{fk} + M_{dk}) \bar{M}_{bk} \Delta l / EI_x m_k^{(0)} = \varphi_b - \psi.$$

Новое реактивное усилие $Q_a^{(1)}$ находится из уравнения

$$Q_a^{(1)} = Q_a^{sk} - (M_a^{(1)} + M_b^{(1)}) / l.$$

По полученным реактивным усилиям $\vec{R}^{(1)}$ определяются реактивные усилия для следующей итерации $\vec{R}^{(2)}$. По векторам \vec{R}_a и $\vec{R}^{(2)}$ вновь формируются векторы начальных усилий $M_k^{(2)}, N_k^{(2)}, Q_k^{(2)}$. Для учета влияния деформированной схемы берутся прогибы u_k и углы поворота сечений φ_k , полученные в первой части расчета стержня. Далее процесс повторяется до требуемой точности.

После сходимости итерационного процесса вторая часть расчета повторяется с уточненными значениями прогибов и углов поворота сечений, которые теперь определяются с учетом изменения жесткости сечений.

Разность исходных реактивных усилий, полученных в результате расчета дает искомый вектор поправок торцевых реакций.

Пример. К двутавровой широкополочной стойке рамной стержневой системы № 30Б длиной 6 м приложены поперечная $P=150$ кН и продольная $N=-350$ кН

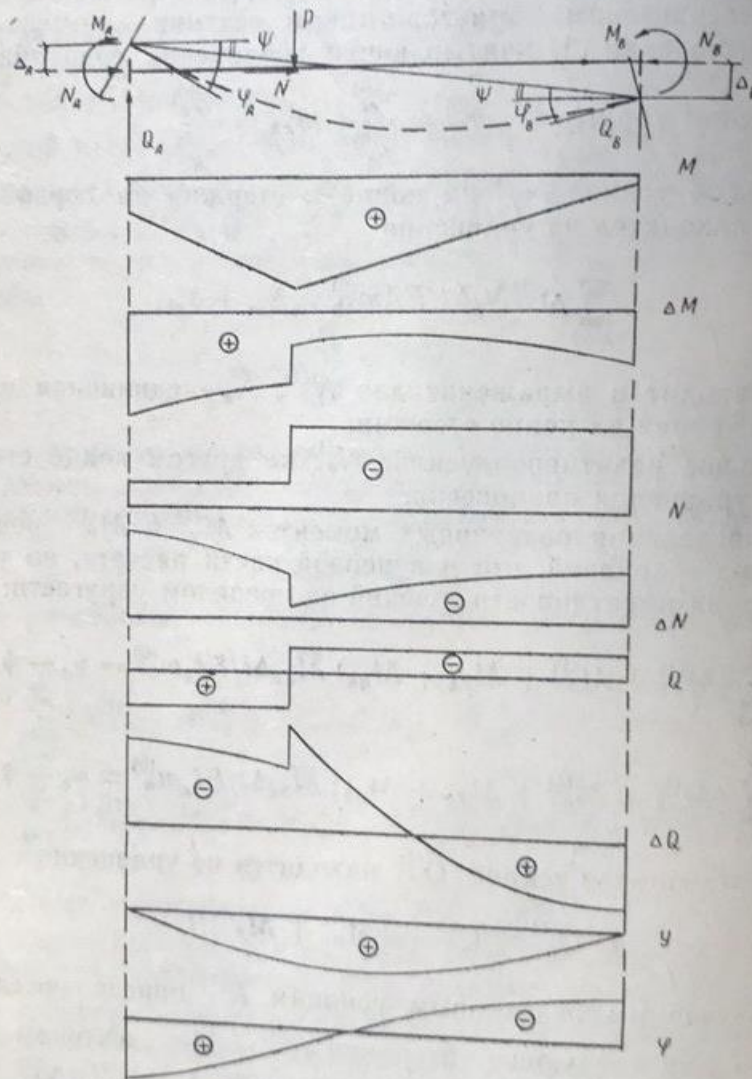
нагрузки. Из упругого расчета системы получены векторы торцевых реакций и перемещений:

$$\begin{aligned}
 M_a &= 8000 \text{ кНсм}; & M_b &= -2000 \text{ кНсм}; & \varphi_a &= 0,0182; & \varphi_b &= -0,0093; \\
 Q_a &= 90 \text{ кН}; & Q_b &= 60 \text{ кН}; & \Delta_{xa} &= 0,713; & \Delta_{xb} &= 0,787; \\
 N_a &= -150 \text{ кН}; & N_b &= -500 \text{ кН}; & \Delta_{za} &= -0,135; & \Delta_{zb} &= -0,417.
 \end{aligned}$$

Исходные эпюры изгибающих продольных и поперечных усилий показаны на рисунке (M, N, Q).

В результате расчета по предлагаемой методике получены новые реакции:

$$\begin{aligned}
 M_a^n &= 5499,19 \text{ кНсм}; & M_b^n &= -863,07 \text{ кНсм}; \\
 Q_a^n &= 94,32 \text{ кН}; & Q_b^n &= 63,15 \text{ кН}; \\
 N_a^n &= -141,83 \text{ кН}; & N_b^n &= -492,50 \text{ кН}.
 \end{aligned}$$



Эпюры перераспределения усилий $-\Delta M, \Delta N, \Delta Q$ (разница между исходными значениями усилий и расчетными) приводятся на рисунке вместе с исходными эпюрами соответствующих усилий. Также приведены окончательные эпюры прогибов y и углов поворота сечений φ .
 В рассмотренном примере перераспределение изгибающих усилий достигает 79%, а продольных и поперечных — 6%. Максимальная пластическая составляющая деформации $\epsilon_{ip} = 0,2\%$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чернов Н. Л., Стрелецкий Н. Н., Любаров Б. И. Расчеты стальных конструкций по критериям ограниченных пластических деформаций // Изв. вузов. Строительство и архитектура. — 1984. — № 7. — С. 1—9.

2. Чернов Н. Л., Фридкин В. М., Шебанин В. С. Об одном алгоритме подбора сечений элементов в стержневых металлоконструкциях//Изв. вузов. Строительство и архитектура.— 1989.— № 7.— С. 9—14.
3. Чернов Н. Л., Шебанин В. С., Купченко Ю. В., Ебрахим Валид, Артюшкин И. А. Прочность сечений стальных тонкостенных стержней при ограниченных пластических деформациях//Изв. вузов. Строительство и архитектура.— 1990.— № 4.— С. 1—5.

Получено после доработки 18.07.90