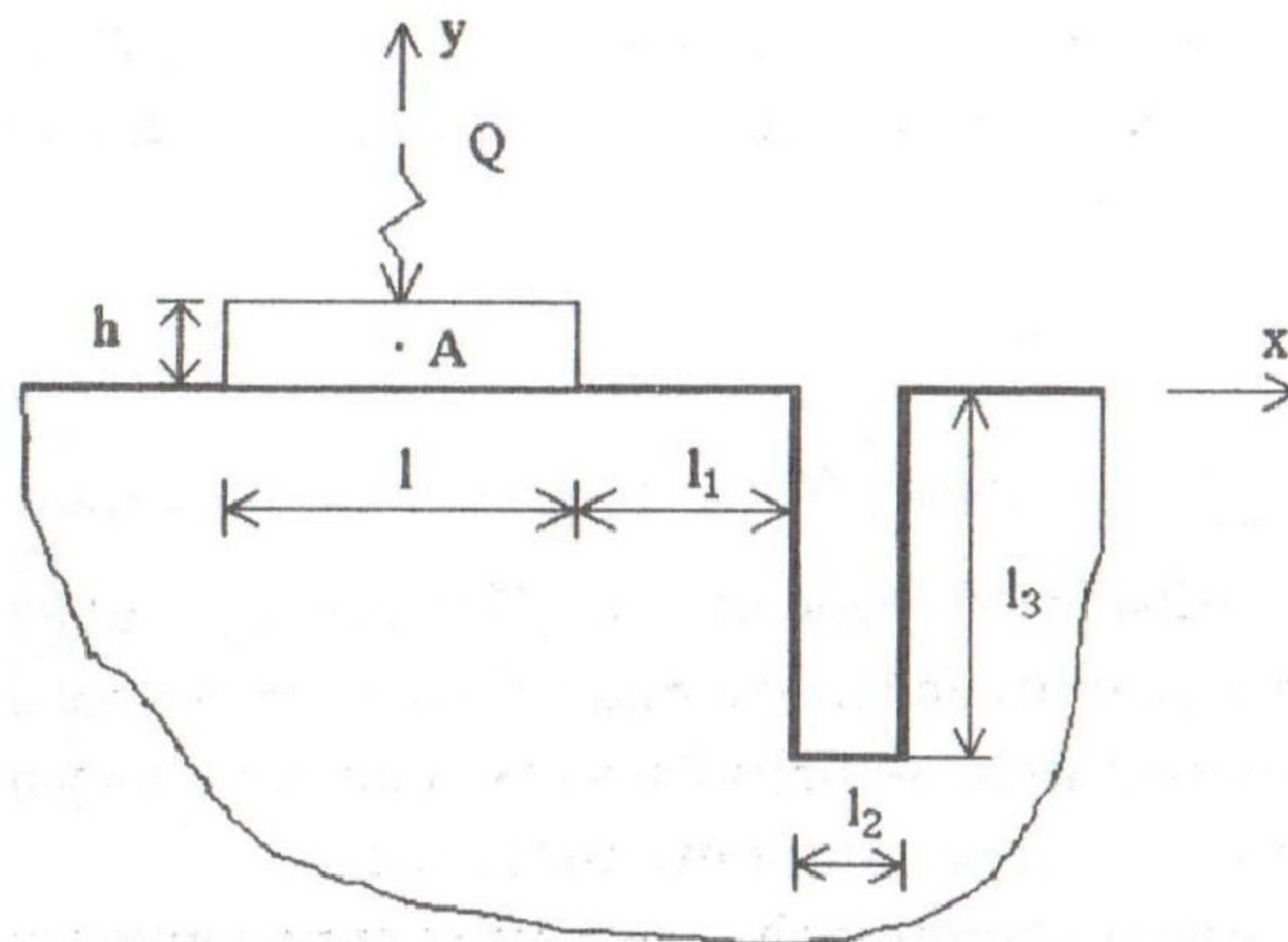


УДАР ПО ПЛИТЕ, ЛЕЖАЩЕЙ НА ДЕФОРМИРУЕМОМ ОСНОВАНИИ С ВЫЕМКОЙ

Гришин А.В. (Одесса)

На деформируемом основании, имеющем выемку, лежит плита, на которую действует ударная нагрузка. Исследуются волновые процессы, происходящие как в плите, так и в основании с учетом упругих и пластических свойств их материала. Расчетная схема показана на рисунке 1.

Рис. 1.



Динамическое уравнение равновесия в момент времени t для рассматриваемой системы, находящейся в движении, можно получить, используя принцип виртуальной работы [1,2]

$$\int_{\Omega} [\delta \varepsilon]^T \alpha d\Omega + \int_{\Omega} [\delta u]^T \rho \ddot{u} d\Omega + \int_{\Omega} [\delta u]^T c \dot{u} d\Omega - \int_{\Omega} [\delta u]^T \rho \alpha d\Omega - \int_{\Gamma_q} [\delta u]^T q d\Gamma = 0. \quad (1)$$

Здесь $[\delta u], [\delta \varepsilon]$ - векторы виртуальных перемещений и деформаций;

s - вектор внутренних напряжений; ρ - плотность материала;

c - параметр затухания; ρ, q - приложенные объемные, поверхностные силы.

Для дискретизации исходных уравнений, плиты и основания использовались конечные 4, 8, 9 узловые и бесконечные 4, 5, 6 узловые изопараметрические элементы [3]. Бесконечные элементы применялись для моделирования основания, чтобы избежать отражения волн на его границах. Перемещения и деформации в любой точке плиты через узловые значения перемещений d_i определялись по формулам

$$u = \sum_{i=1}^m N_i [d_i], \quad \varepsilon = \sum_{i=1}^m B_i [d_i], \quad (2)$$

где N_i, B_i - функции формы и их производные [3].

Для решения поставленной задачи использовался метод неявного интегрирования по схеме Ньюмарка, так как метод разложения по собственным формам для нелинейных задач не применим. Методы прямого интегрирования для исследования линейных динамических уравнений применялись в работах [1,2,4]. При решении упругопластических задач возникают дополнительные трудности, связанные с реализацией первого слагаемого в (1). Так в теории пластического течения зависимость между напряжениями и деформациями можно представить только в виде их приращений [5]

$$d\sigma_{ks} = D_{ksmn}^{(ep)} de_{mn} \quad (3)$$

где $D_{ksmn}^{(ep)}$ сложным образом зависит от производных функции нагружения и параметров упрочнения. Все это приводит к модификации классического алгоритма Ньюмарка путем добавления цикла для исправления приращений перемещений в узлах системы до удовлетворения условий сходимости итерационного процесса.

В безусловно устойчивой схеме интегрирования модификации Ньюмарка для вычисления скоростей и перемещений используется уравнение равновесия в момент времени $t_n + \Delta t$ которое из (1) после дискретизации в матричной форме имеет следующий вид

$$M\ddot{d}_{n+1} + C\dot{d}_{n+1} + K(d_{n+1})d_{n+1} = Q_{n+1} \quad (4)$$

В окончательном виде приращение перемещений в узлах системы на i -той итерации определяются по формуле

$$\bar{K}\Delta d^i = \bar{Q}^i, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{K} &= a_0 M + a_1 C + K(d_{n+1}^i), \\ \bar{Q}^i &= Q_{n+1} - M\ddot{d}_{n+1}^i - C\dot{d}_{n+1}^i - K(d_{n+1}^i), \end{aligned} \quad (6)$$

$$a_0 = \frac{1}{\alpha\Delta t^2}, \quad a_1 = \frac{1}{\alpha\Delta t};$$

α, δ - параметры метода Ньюмарка, определяющие точность и устойчивость интегрирования.

На $i+1$ -ой итерации принимается

$$d_{n+1}^{i+1} = d_{n+1}^i + \Delta d^i \quad (7)$$

Если условия сходимости удовлетворяются, то

$$d_{n+1} = d_{n+1}^{i+1}.$$

Обычно на i -ой итерации матрицы M, C и K подобны и ленточные, но не диагональные, как в явных методах интегрирования, что увеличивает время счета на временном интервале Δt . Но модифицированный метод Ньюмарка является безусловно, устойчивым, а это позволяет увеличивать величину Δt что значительно уменьшает время счета на заданном интервале времени от t_0 до t_N .

Для численной реализации упругопластических динамических задач был разработан приемлемый комплекс в системе DELPHI, в котором использовались шесть функций нагружения, что позволило его применять для наиболее распространенных грунтов и строительных материалов. Решение выполняется прямыми методами, как по явной схеме интегрирования, так и по неявной, что позволяет для наиболее напряженных и ответственных элементов применять неявную схему, а для остальных явную, а это уменьшает время счета. На систему могут действовать сосредоточенные и распределенные силы, собственный вес и температурные усилия. Динамическое воздействие может быть ударным, гармо-

ническим или в виде истории ускорений, заданных для некоторых узлов системы. На экран дисплея выводится расчетная схема разбиения системы на элементы, эпюры перемещений и изменение пластических зон в заданные моменты времени. Также на дисплей выводятся эпюры перемещений и напряжений в указанных пользователем точках системы на заданном временном интервале от t_0 до t_N .

Рассмотрим реализацию предложенной методики на конкретном примере. Пусть заданы следующие размеры: $l=4\text{м}$, $l_1=2\text{м}$, $l_2=2\text{м}$, $l_3=4\text{м}$, $h=0,5\text{м}$. В центре плиты приложена равномерно распределенная нагрузка протяженностью 2м и интенсивностью $q = 1\text{кг} / \text{см}$. Время ее действия равно $0,001\text{сек}$. Материал плиты имеет следующие характеристики $E_n = 30000\text{мПа}$, $\mu = 0,3$, $\sigma_p^T = 1,5\text{мПа}$, $\sigma_c^T = 15\text{мПа}$, $j = 0,0001$; грунт: $E_0 = 30\text{мПа}$, $\mu = 0,4$, $c = 0,03\text{мПа}$, $\varphi = 25^\circ$, $j = 0,001$.

Программа построена таким образом, что всю область системы: плита-основание требуется разбивать только на укрупненные зоны. Деление их на элементы производится ЭВМ, что экономит время на формирование исходного файла и исключает ошибки ввода. Рассматриваемая система разбивалась на 242 восьми узловых конечных и 5 узловых бесконечных элементов.

Длина временного шага принималась равной $0,04\text{сек}$, а всего 1020 шагов. Параметры метода Ньюмарка равны $\alpha = 0,25$, $\delta = 0,5$, параметры затухания $\beta = 0,005$.

На рисунке 2 показаны пластические зоны при $t = 2,4\text{сек}$. С течением времени они изменялись, оставаясь в основном под плитой и а от выемки.

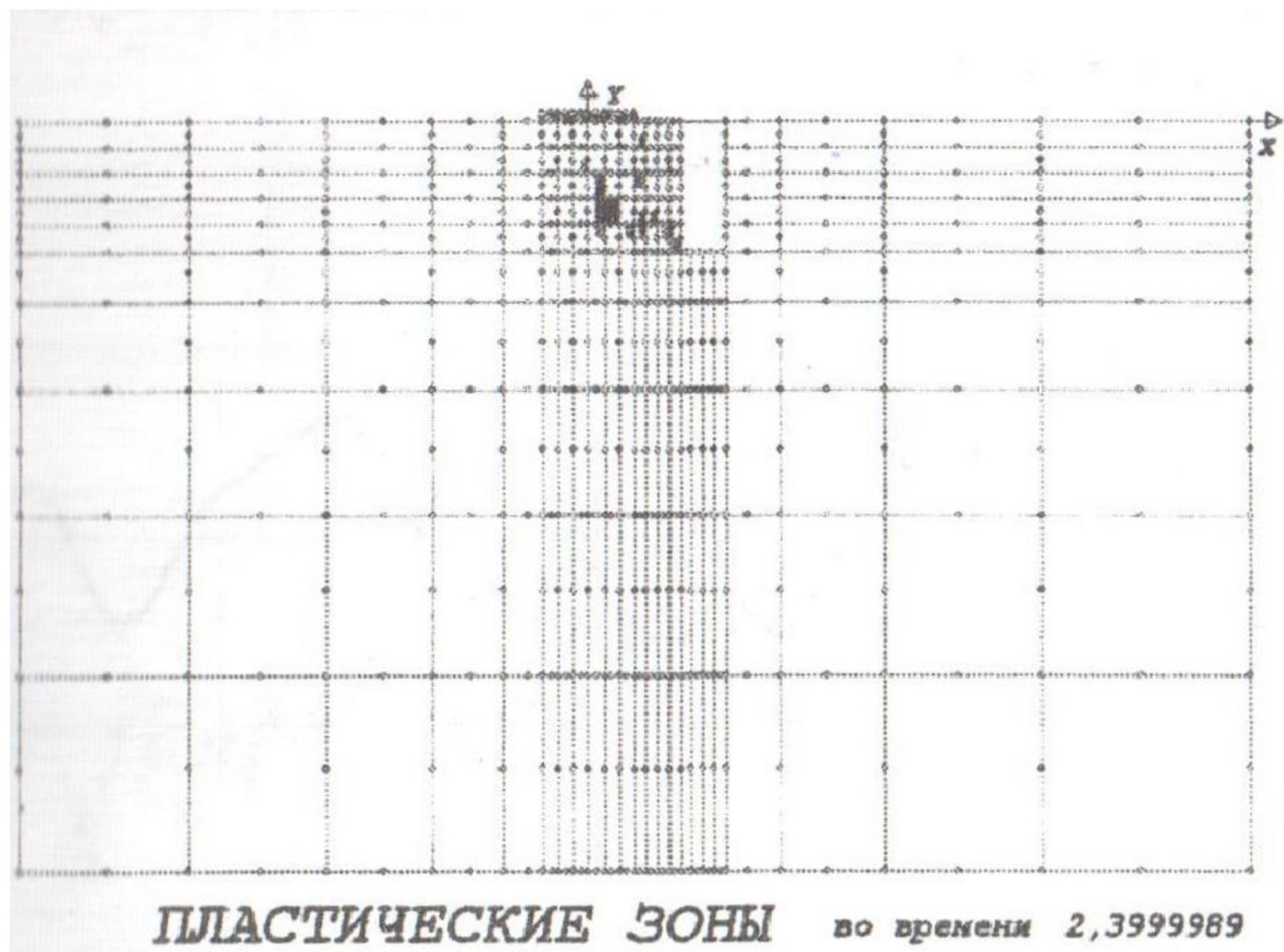


Рис. 2.

На рисунке 3 показаны перемещения плиты и основания в момент времени $t = 6$ сек.

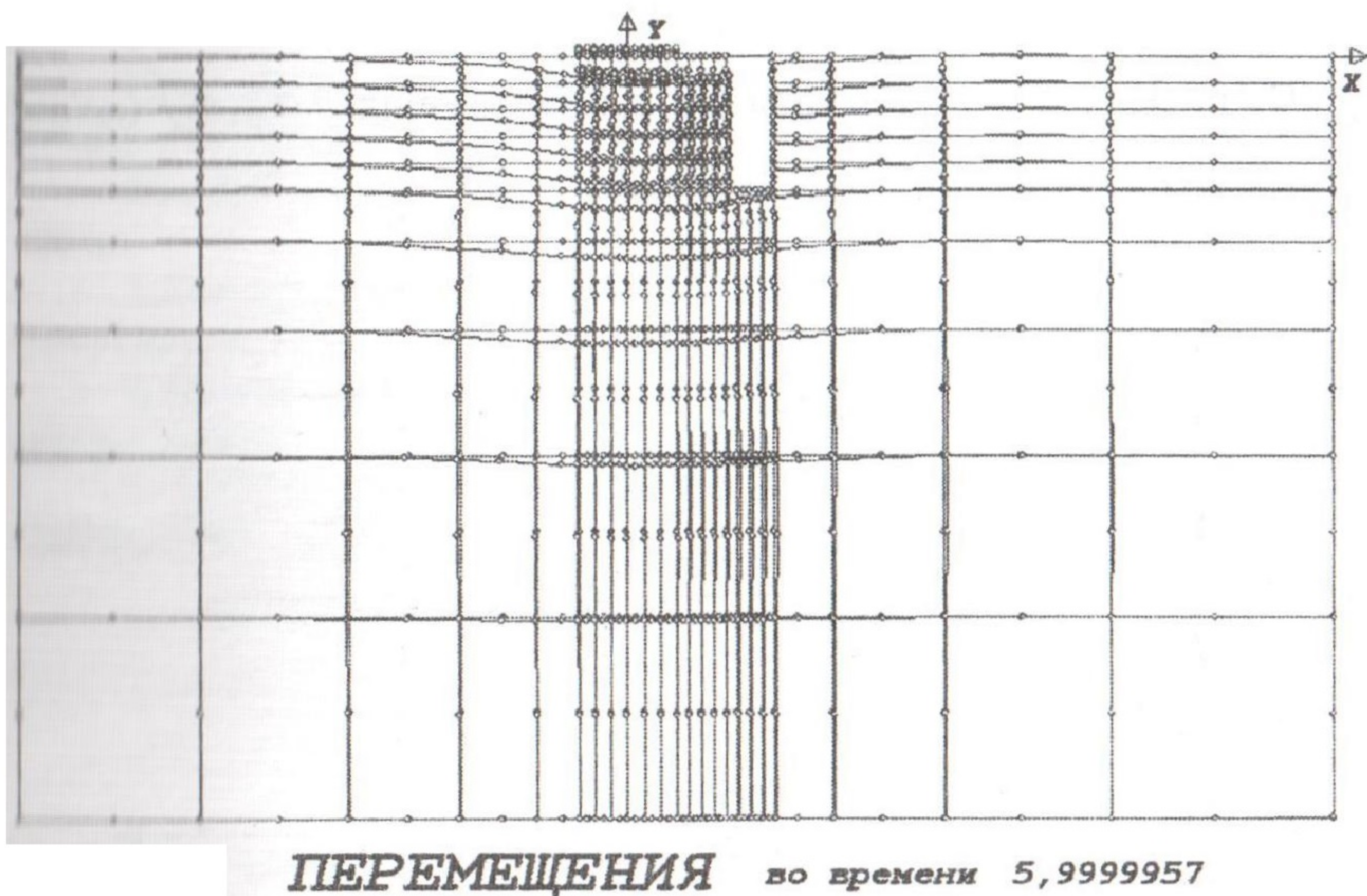


Рис. 3.

На рисунке 4 изображены эпюры перемещений U_y (см) точки А, отмеченной на рисунке 1.

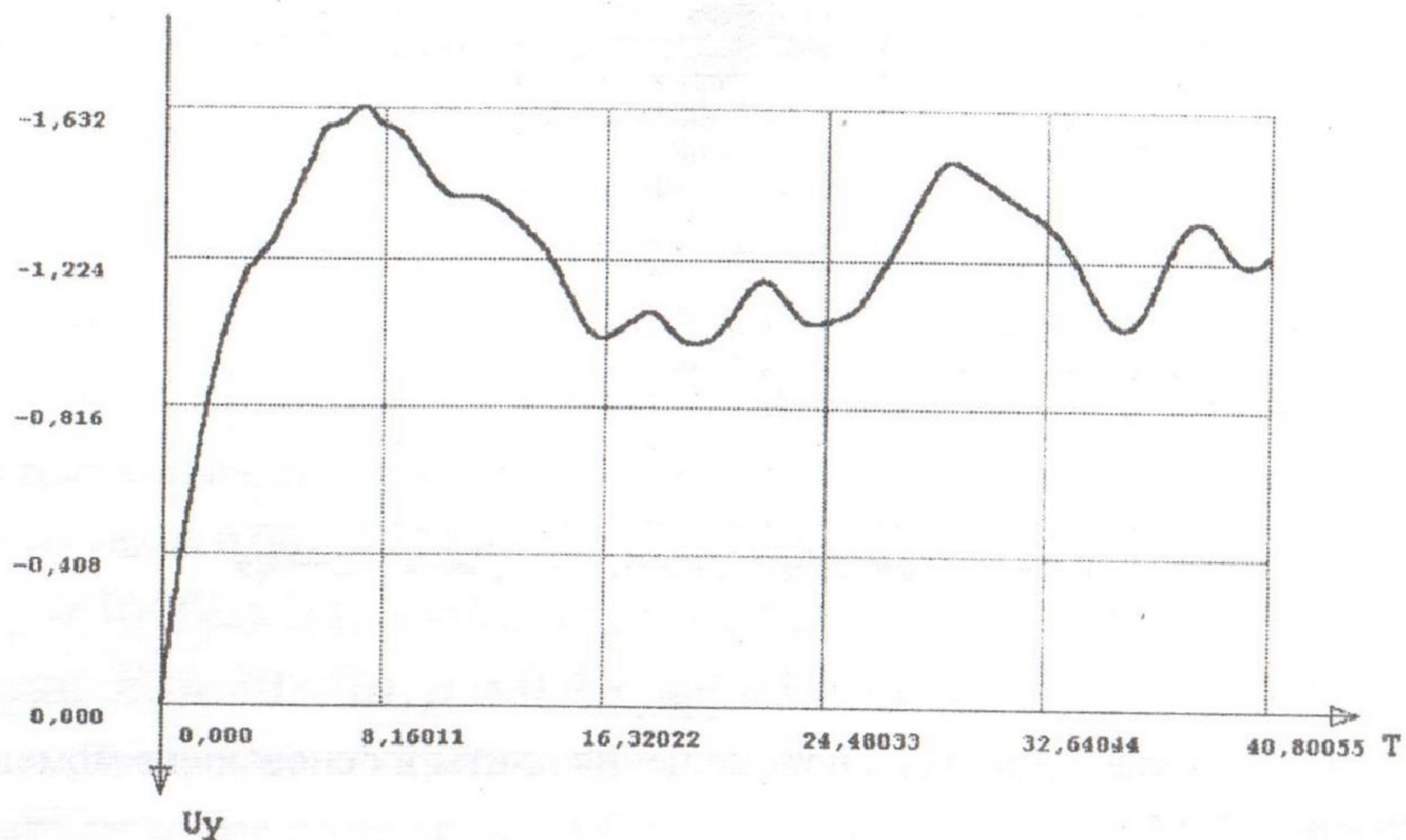


Рис. 4.

На рисунке 5 и 6 показаны эпюры напряжений σ_y, σ_x (кг/см²) точки А.

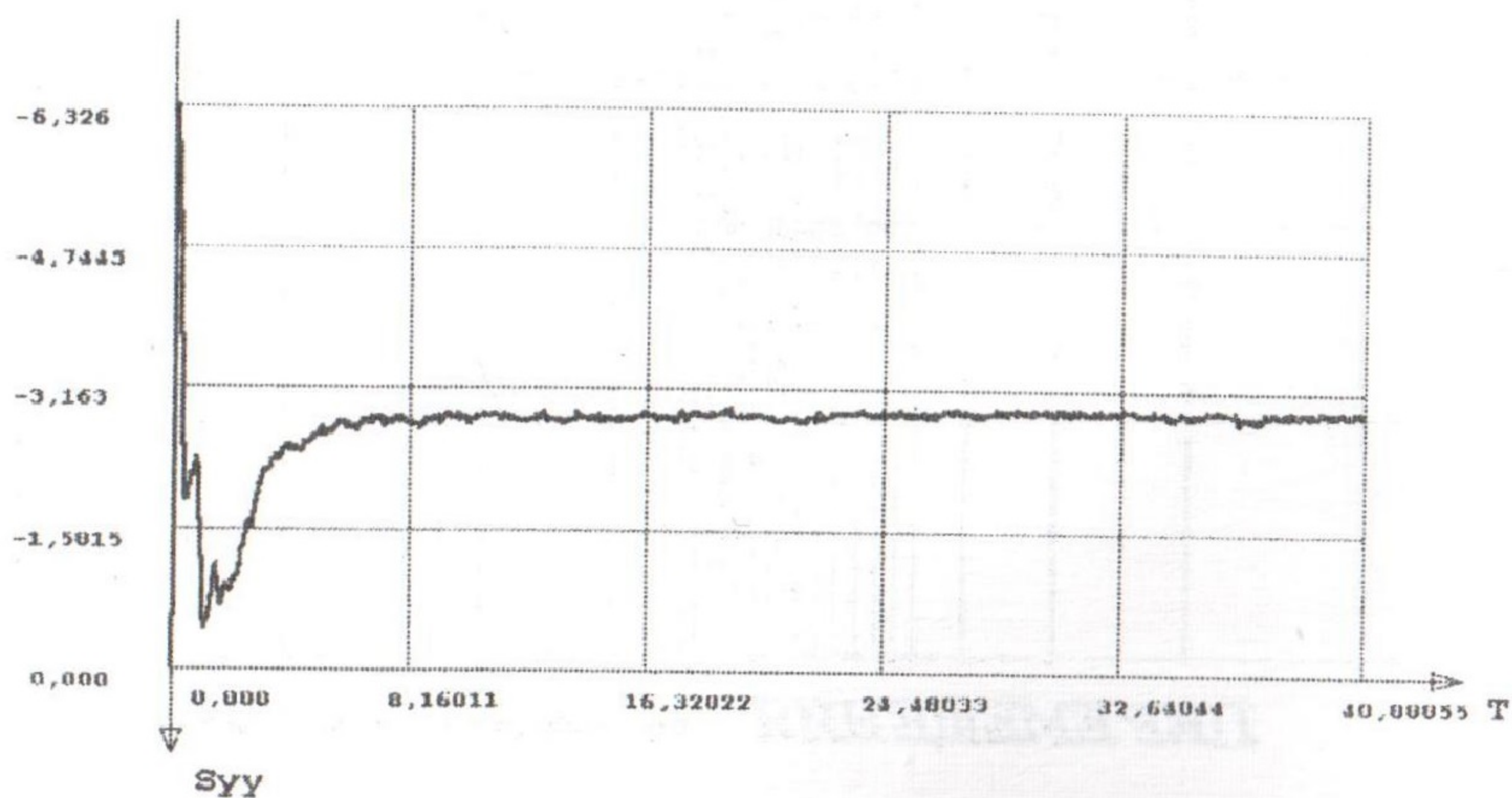


Рис. 5.

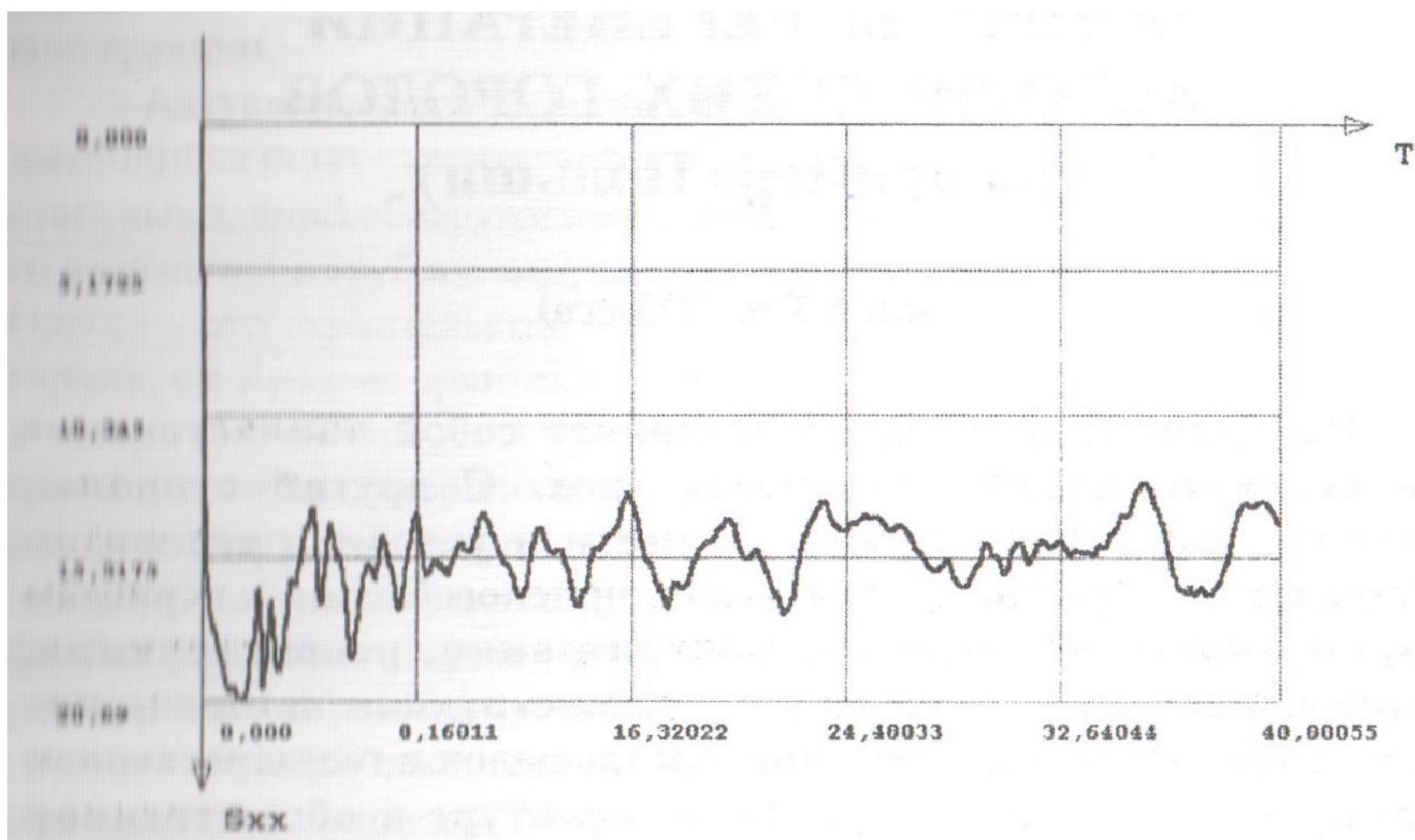


Рис. 6.

Литература

1. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Сторойиздат, 1982. – 447 с.
2. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
3. Zienkiewicz O.C. The finite element method. – Mcgraw – Hill Book Company (UK) Limited, 1986. – 787 p.
4. Программное обеспечение исследования по механике грунтов и фундаментостроению. – М.: Стройиздат, 1991. – 527 с.
5. Гришин В.А., Бугаев В. Т. Упругопластические контактные задачи. – Одесса, 1996. – 91 с.