ЗАДАЧА ШВИДКОДІЇ МНОЖИННОЗНАЧНИМ ОБ'ЄКТОМ

Комлєва Т.О., к.ф.-м.н., доцент
(*кафедра вищої математики*)

В доповіді розглядається задача оптимального керування

$$DX(t) = v(t)X(t) + u(t),\ X(0) = X_0,\ X(T) = X_K,\ T \to \min, \qquad (1)$$

де $t \in R_+$ – час, $X_0, X_K \in conv(R^n)$, $v \in [0,1]$ – керування, $u \in R^n$ – вектор керування, такий, що $|u_i| \le 1,\ i = \overline{1,n}$, $X_0 \in conv(R^n)$ – початковий стан, $X_K \in conv(R^n)$ – кінцевий стан, $DX(t)$ – похідна Хукухаривід множиннозначного відображення $X(\cdot): R_+ \to conv(R^n)$.

Теорема. Якщо множини X_0 та X_K гомотетичні з параметрами $a \ge 1$ і $b \in R^n$, тобто $X_K = aX_0 + b$, та $X_0 \not\subset X_K$, то задача оптимального керування (1) має розв'язок (T^*, v^*, u^*), де

$$T^* = \begin{cases} b_{\max}, & a = 1, \\ \ln a, & a > 1 \text{ та } a - 1 \ge b_{\max}, \\ \dfrac{b_{\max} \ln a}{a - 1}, & a > 1 \text{ та } a - 1 < b_{\max}, \end{cases}$$

$$v^* = \begin{cases} 0, & a = 1, \\ 1, & a > 1 \text{ та } a - 1 \ge b_{\max}, \\ \dfrac{a - 1}{b_{\max}}, & a > 1 \text{ та } a - 1 < b_{\max}, \end{cases}$$

$$u_i^* = \begin{cases} \dfrac{b_i}{b_{\max}}, & a = 1, \\ \dfrac{b_i}{a - 1}, & a > 1 \text{ та } a - 1 \ge b_{\max}, \\ \dfrac{b_i}{b_{\max}}, & a > 1 \text{ та } a - 1 < b_{\max}, \end{cases}$$

де $i = 1, \ldots, n,\ b_{\max} = \max\limits_{i=\overline{1,n}} |b_i|$.