

А-ДЕФОРМАЦІЇ ПОВЕРХОНЬ ЗІ СТАЦІОНАРНОЮ ДОВЖИНОЮ LGT-ЛІНІЙ І ЗАДАЧА ДІРІХЛЕ

Подоусова Т.Ю., к.фіз.-мат.н., старший викладач
(кафедра інформаційних технологій і прикладної математики)

При виготовленні будь-яких конструкцій в різних галузях народного господарства із тонких не розтягнутих оболонок виникає необхідність дослідження їх на міцність або гнучкість. А це визначається наявністю або відсутністю нескінченно малих (н.м.) деформацій, що описують цю конструкцію.

У E_3 - просторі будемо розглядати однозв'язну поверхню S класу $C^{3,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$ додатної гаусової ($K > 0$) і ненульової сталої середньої ($H = \text{const} \neq 0$) кривин з гладкою границею $\partial S \in C^{2,\alpha}$.

Нехай S задана рівнянням $\vec{r} = \vec{r}(x^1, x^2)$, $(x^1, x^2) \in G$, де G – однозв'язна область площини, що обмежена кривою ∂G .

Тоді задача про існування нетривіальної н.м. ареальної деформації (А-деформації) першого порядку зі стаціонарною довжиною LGT- ліній [1] у випадку $\mu = \text{const}$ ($\mu \neq 0$) зводиться до дослідження диференціального рівняння (рівняння Вейнгартена) відносно невідомої функції $\varphi(x^1, x^2)$:

$$d^{ij}\varphi_{ij} + e^i\varphi_i + 2H\varphi = 0, \quad (1)$$

де $d^{ij}, e^i (i = 1, 2)$ - відомі функції точок S , $\varphi_i = \frac{\partial \varphi}{\partial x^i}$, $\varphi_{ij} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^i \partial x^j}$.

Врахувавши геометричний зміст функції $\varphi(x^1, x^2)$ та розглянувши для рівняння (1) задачу Діріхле [2] з граничною умовою

$$c^{\alpha\beta}(\delta\vec{n})_\beta \vec{r}'_\alpha = 2Hg(\partial G), \quad (2)$$

матимемо наступний результат:

Теорема. Однозв'язна поверхня $S \in C^{3,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$ при $K > 0$ і $H = \text{const} \neq 0$ без омбілічних точок за умови (2), допускає єдину нетривіальну А-деформацію першого порядку зі стаціонарними довжинами LGT-ліній. Тензори деформації при цьому визначені однозначно через функції $\varphi \in C^{2,\alpha}$ та $\mu = \text{const}$, а вектор зміщення цієї деформації $\vec{y} \in C^{2,\alpha}$.

Література

2. Bezkorovaina, L. L., Vashpanova, T.Y. "A-Deformations of a surface with stationary lengths of LGT-lines". *Ukrainian Mathematical Journal*, Vol. 62, no. 7, July 2010, pp.878–884

3. Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М., Наука 1973,