УДК 620.193.4:624.012.45

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ МНОГОЭТАЖНОЙ ЖЕДЕЗОБЕТОННОЙ РАМЫ С ЖЕСТКИМИ РИГЕЛЯМИ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОГО ПОВЕДЕНИЯ И ПЛАСТИЧНОСТИ БЕТОНА

Фомин В.М.

Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса

Будем исследовать движение плоской железобетонной рамы с абсолютно жесткими ригелями в своей плоскости (рис. 1). Рама рассматривается как система с конечным числом степеней свободы. Для этого масса самой рамы, а также масса полезной нагрузки, расположенной на ней, сосредотачивается в ряде материальных точек. Очевидно, рассматриваемая задача эквивалентна задаче исследования динамики железобетонной колонны с дополнительными связями, которые препятствуют повороту в плоскости чертежа тех сечений колонны, в которых находятся сосредоточенные массы, но не препятствуют перемещению этих сосредоточенных масс (рис. 2).

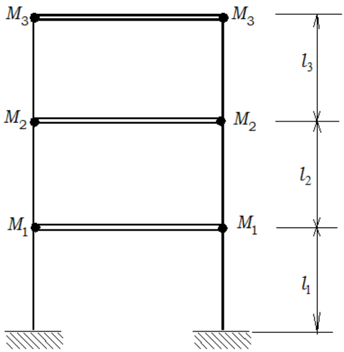


Рис. 1

Для стержневого элемента AM_1 колонны методами, изложенными в [1], строим матрицу $\boldsymbol{A}^{(1)}(x)$ фундаментальных функций однородного дифференциального уравнения, соответствующего уравнению (2) в [1], а также матрицы-столбцы $\boldsymbol{B}_Q^{(1)}(x)$ и $\boldsymbol{B}_N^{(1)}(x)$ специальных частных решений уравнения (2). Затем записываем равенство

$$\boldsymbol{X}^{(1)}(x) = \boldsymbol{A}^{(1)}(x)\boldsymbol{X}^{(1)}(0) + \boldsymbol{B}_Q^{(1)}(x)dQ^{(1)} + \boldsymbol{B}_N^{(1)}(x)dN^{(1)} . \qquad (1)$$

Здесь $dQ^{(1)}$ и $dN^{(1)}$ — величины поперечной и продольной сил в начале элемента. Очевидно, что

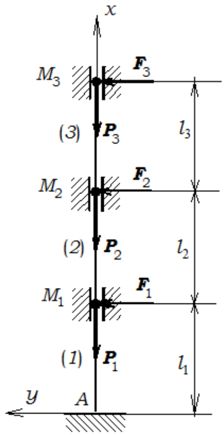


Рис. 2

$$
\begin{aligned}
dQ^{(1)} &= -(dF_1 + dF_2 + dF_3), \\
dN^{(1)} &= -(dP_1 + dP_2 + dP_3).
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Заметим, что столбцы $\boldsymbol{X}^{(1)}(0)$ и $\boldsymbol{X}^{(1)}(l_1)$ (из-за наличия упомянутой выше связи в точке M_1) имеют следующий вид:

$$
\boldsymbol{X}^{(1)}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dv_1''(0) \end{bmatrix}, \boldsymbol{X}^{(1)}(l_1) = \begin{bmatrix} dv_1(l_1) \\ 0 \\ dv_1''(l_1) \end{bmatrix}. \tag{3}
$$

Из ненулевых элементов этих столбцов формируем столбец $\boldsymbol{X}^{(1)*}(0)$:

$$
\boldsymbol{X}^{(1)*} = \begin{bmatrix} dv_1(l_1) \\ dv_1''(l_1) \\ dv_1''(0) \end{bmatrix}. \tag{4}
$$

Строим матрицу

$$
\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{5}
$$

которая обладает следующим свойством:

$$
\boldsymbol{C}\boldsymbol{X}^{(1)*} = \boldsymbol{X}^{(1)}(l_1) . \tag{6}
$$

Нетрудно убедиться в том, что

$$
\boldsymbol{A}^{(1)*}(l_1)\boldsymbol{X}^{(1)*} = \boldsymbol{A}^{(1)}(l_1)\boldsymbol{X}^{(1)}(0) . \tag{7}
$$

Здесь $\boldsymbol{A}^{(1)*}(x)$ — матрица, полученная из $\boldsymbol{A}^{(1)}(x)$ обнулением первых двух столбцов.

При $x = l_1$ равенство (1) с учетом (6) и (7) выглядит так

$$\boldsymbol{C}\boldsymbol{X}^{(1)*} = \boldsymbol{A}^{(1)*}\boldsymbol{X}^{(1)*} + \boldsymbol{B}_Q^{(1)}(x)dQ^{(1)} + \boldsymbol{B}_N^{(1)}dN^{(1)} . \qquad (8)$$

Из (8) находим

$$\boldsymbol{X}^{(1)*} = [\boldsymbol{C} - \boldsymbol{A}^{(1)*}]^{-1}[\boldsymbol{B}_Q^{(1)}(x)dQ^{(1)} + \boldsymbol{B}_N^{(1)}dN^{(1)}] \qquad (9)$$

и тем самым определяем $dv_1''(0)$, $dv_1(l_1)$ и $dv_1''(l_1)$, т.е. столбцы $\boldsymbol{X}^{(1)}(0)$ и $\boldsymbol{X}^{(1)}(l_1)$, что позволяет определить прогибы в точках стержневого элемента (1).

Переходим теперь к элементу (2). Из непрерывности функций *dv*, dv' (dv'' не непрерывна) следует, что

$$dv_2(0) = dv_1(l_1),\ dv_2'(0) = dv_1'(l_1) = 0 .$$

Представим столбец $\boldsymbol{X}^{(2)}(0)$ в следующем виде:

$$\boldsymbol{X}^{(2)}(0) = \boldsymbol{X}^{(2,1)} + \boldsymbol{X}^{(2,2)} ,$$

где

$$\boldsymbol{X}^{(2,1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dv_2''(0) \end{bmatrix},\ \boldsymbol{X}^{(2,2)} = \begin{bmatrix} dv_2(0) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Заметим, что $dv_2(0)$ (в отличие от $dv_2''(0)$) уже найденная величина.

Тогда равенство (1) для второго элемента запишется так:

$$\boldsymbol{X}^{(2)}(x) = \boldsymbol{A}^{(2)}(x)\boldsymbol{X}^{(2,1)} + \boldsymbol{A}^{(2)}(x)\boldsymbol{X}^{(2,2)} + \boldsymbol{B}_Q^{(2)}(x)dQ^{(2)} + \boldsymbol{B}_N^{(2)}(x)dN^{(2)} \qquad (10)$$

Заметим, что из-за наличия связи в точке M_2

$$X^{(2)}(l_2)=\begin{bmatrix} dv_2(l_2) \\ 0 \\ dv_2''(l_2) \end{bmatrix}. \qquad (11)$$

Формируем столбец $X^{(2)*}$ следующим образом:

$$X^{(2)*}=\begin{bmatrix} dv_2(l_2) \\ dv_2''(l_2) \\ dv_2''(0) \end{bmatrix}.$$

Нетрудно убедиться в том, что

$$CX^{(2)*}=X^{(2)}(l_2),\ A^{(2)*}(l_2)X^{(2)*}=A^{(2)}(l_2)X^{(2)}(0) \qquad (12)$$

($A^{(2)*}(x)$ — матрица, полученная из $A^{(2)}(x)$ обнулением первых двух столбцов). Тогда (10) запишется так

$$CX^{(2)*}=A^{(2)*}X^{(2)*}+A^{(2)}X^{(2,2)}+B_Q^{(2)}(x)dQ^{(2)}+B_N^{(2)}dN^{(2)}. \qquad (13)$$

Очевидно, что $dQ^{(2)}=-(dF_2+dF_3),\ dN^{(2)}=-(dP_2+dP_3)$.

Из (13) определяем

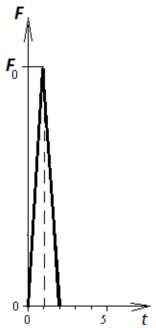
$$X^{(2)*}=[C-A^{(2)*}]^{-1}[A^{(2)}X^{(2,2)}+B_Q^{(2)}(x)dQ^{(2)}+B_N^{(2)}dN^{(2)}] \qquad (14)$$

И тем самым находим $dv_2(l_2),\ dv_2''(l_2)$ и $dv_2''(0)$.

Все выкладки для третьего стержневого элемента (или для всех остальных, если бы их было больше) проводятся аналогично выкладкам для второго.

Все изложенное выше относится к решению статических или квазистатических задач. При решении динамических задач этот алгоритм используется при определении зависимости приращений реакций рамы по отношению к материальным точкам, расположенным на ней, от приращений перемещений этих точек (т.е. для построения матриц **Y**, см. (3) в [2]). Алгоритм решений динамических задач приведен в [2].

Пример. Исследуем движение железобетонной рамы с абсолютно жесткими ригелями (рис. 1) (или же железобетонной колонны с дополнительными связями, рис. 2), вызванное импульсным воздействием. Массы материальных точек (грузов) $m_1 = m_2 = m_3 = 25$ *Т*. Геометрические параметры: $l_1 = l_2 = l_3 = 5$ *м.* Размеры поперечного сечения: $b = 0.8$ *м*, $h = 0.18$ *м.* Армирование симметричное: $S_1 = S_2 = 8{,}5 см^2$. Сталь марки А-III, характеристики бетона: $E_0 = 2{,}8 \cdot 10^4$ *МПа*, $R_c = 19$ *МПа*, $R_p = 1{,}9$ *МПа*, $\Gamma_c = 0.583 \cdot 10^{-3}$.



Как и в примерах в статьях [1-2] предполагается, что нагружение рамы происходит в два этапа. На первом (предварительном) этапе происходит постепенное увеличение массы грузов (т.е. постепенное увеличение сил тяжести) от нуля до заданного значения. Это приводит к появлению продольных сил, которые в дальнейшем остаются неизменными.

Затем при $t = 0$ начинается второй этап: на сосредоточенную массу M_3 воздействует импульс, график которого представлен на рис.3. После окончания действия импульса, продолжительность которого равна 2*с* рама с грузами совершает свободные колебания.

Рис.3

Перемещения грузов будем находить при помощи пошагового метода линейных ускорений, определяя при этом реакции колонны по отношению к грузам (как было указано выше) методом граничных элементов.

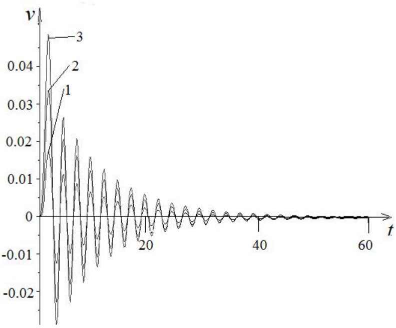
Графики движения грузов представлены на рис. 4 (при $F_0 = 6$ *кН*) и 5 (при $F_0 = 8{,}5$ *кН*). Нумерация графиков соответствует номерам грузов. Заметно затухание колебаний. В первом случае остаточные деформации практически отсутствуют. Во втором случае заметно появление остаточных деформаций.

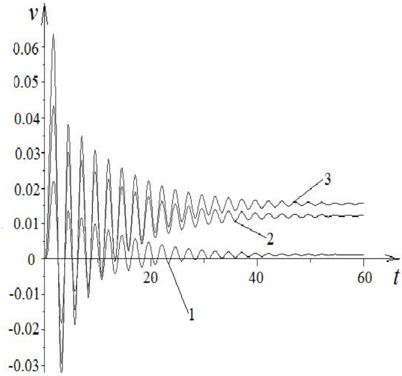
Исследуем теперь движение рамы под действием гармонических сил $F_k(t) = \hat{F}_k \sin \omega t \; (k = 1,2,3)$. Примем ω = 2,5 $с^{-1}$, что близко к первой круговой частоте свободных колебаний рамы. Кроме того, примем $\hat{F}_1 = 0{,}52\,\hat{e}\acute{I}$, $\hat{F}_2 = 0{,}93\,\hat{e}\acute{I}$, $\hat{F}_3 = 1{,}16\,\hat{e}\acute{I}$. Эти значения образуют обобщенную силу, соответствующую первому главному колебанию. График движения грузов представлен на рис. 6.

Примем теперь $\hat{F}_1 = 16{,}58\,\hat{e}\acute{I}$, $\hat{F}_2 = 7{,}38\,\hat{e}\acute{I}$, $\hat{F}_3 = -13{,}3\,\hat{e}\acute{I}$. Эти значения образуют обобщенную силу, соответствующую второму главному колебанию. Частоту оставим неизменной, т.е.

соответствующей первому главному колебанию. График движения представлен на рис. 7.

Заметно изменение формы колебаний. Если в начале движения форма колебаний близка к форме второго главного колебания (рис. 8а),





то спустя минуту она близка к форме первого (рис. 8б). Таким образом, происходит перекачка энергии из одной формы главных колебаний в другую, что в линейном случае невозможно. Кроме того, появляется эффект резонанса (нарастание амплитуды колебаний), что опять таки невозможно при отсутствии нелинейного поведения бетона.

Рис. 4 Рис. 5

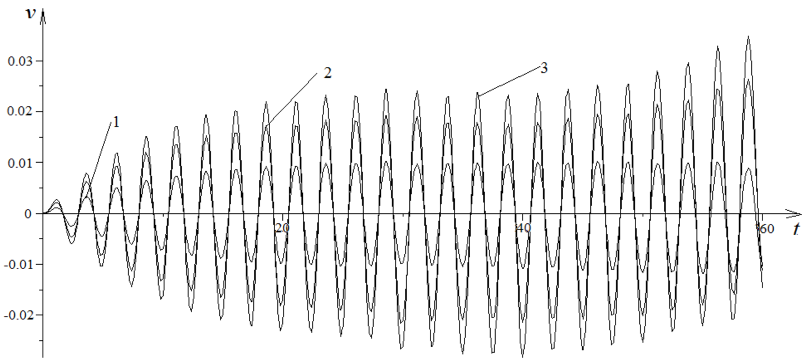


Рис. 6

Вывод

Методом граничных элементов проведено исследование динамики многоэтажной железобетонной рамы с абсолютно жесткими ригелями при учете физической и геометрической нелинейностей и пластичности бетона.

Summary

Investigation of shear frame dynamics with consideration of physical and geometrical nonlinearity and concrete plasticity has been carried out by means of Boundary Element Method.

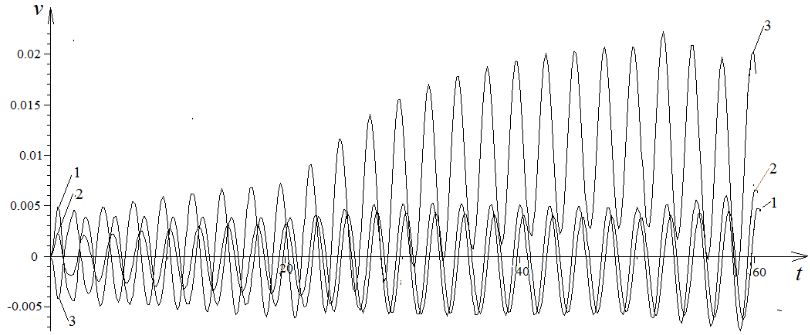


Рис. 7

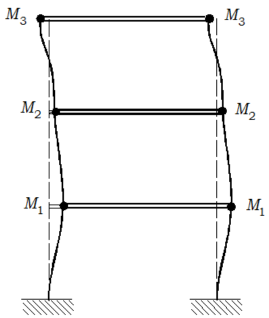


Рис. 8а

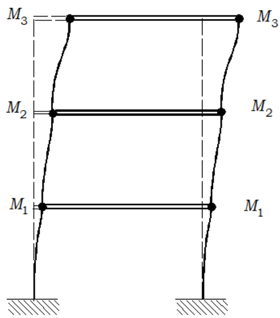


Рис. 8б

Литература

1. Фомин В.М. Применение метода граничных элементов при статических расчетах статически неопределимых железобетонных балок и рам с учетом нелинейного поведения и пластичности бетона // Вісник ОДАБА. Вып., – Одесса, 2013. – с
2. Фомин В.М. Применение метода граничных элементов при динамических расчетах статически неопределимых железобетонных балок и рам с учетом нелинейного поведения и пластичности бетона // Вісник ОДАБА. Вып., – Одесса, 2013. – с