

## **АНАЛІТИЧНІ РОЗРАХУНКИ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ НА КОЛИВАННЯ З УРАХУВАННЯМ ВЛАСНОЇ ВАГИ**

**Крутії Ю. С., д.т.н., проф., Вандинський В. Ю., аспірант**

Одеська державна академія будівництва та архітектури, м. Одеса

Часто при дослідженні згинних коливань вертикальних конструкцій в якості розрахункової схеми використовують стрижень постійного перерізу, що знаходиться під впливом змінної поздовжньої сили, в ролі якої виступає власна вага. Хоча в літературі [1] зустрічаються розрахунки частот коливань стрижнів за різних граничних умов, при дослідженні коливань вертикальних конструкцій з врахуванням власної ваги, як поздовжнього розподіленого навантаження, доцільно розглядати чотири основні схеми [2]:

- консольний стрижень із вільним верхнім кінцем;
- шарнірно закріплений стрижень (рис. 1);
- стрижень, жорстко закріплений обома кінцями;
- стрижень, жорстко закріплений нижнім кінцем, та шарнірно закріплений зверху.

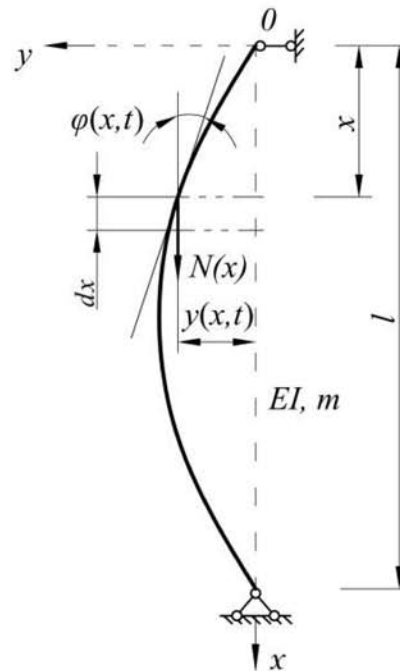


Рис. 1. Вільні згинні коливання шарнірно закріпленого стрижня

Як відомо [2, 3], математичною моделлю такого фізичного явища буде диференціальне рівняння зі змінними коефіцієнтами в частинних похідних

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + q \frac{\partial}{\partial x} \left( x \frac{\partial y}{\partial x} \right) + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

де  $EI$  – згинна жорсткість,  $q$  – розподілене поздовжнє навантаження (вага одиниці довжини стрижня),  $m$  – погонна маса,  $y = y(x, t)$  – поперечне переміщення точки осі стрижня з координатою  $x$  в момент часу  $t$  (динамічний прогин).

Як відомо з теорії стійкості [4], стрижень, що знаходиться під дією поздовжнього розподіленого навантаження при певному критичному значенні  $q_{cr}$  втратить стійкість. Тому розглядати коливання стрижня при значеннях  $q$ , більших ніж  $q_{cr}$ , з практичної точки зору позбавлено сенсу. Отже, актуальні для дослідження випадки поздовжнього навантаження лежать на проміжку

$$0 \leq q \leq q_{cr}. \quad (2)$$

В публікації авторів [5] побудовано точний розв'язок рівняння (1). Внаслідок цього, там же отримано формули для динамічних параметрів стану стрижня та аналітичне подання для частот його вільних коливань з урахуванням власної ваги

$$p_j = \frac{K_j}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (j = 1, 2, 3, \dots).$$

Тут  $K_j$  – безрозмірні коефіцієнти, що залежать від  $q$  та підлягають визначенню із частотного рівняння, яке отримаємо, реалізувавши задані граничні умови.

Спираючись на результати робіт [5, 6], після необхідних обчислень, в аналітичному вигляді встановлено зв'язок між частотами  $p_1, p_2, p_3$  та відповідними частотами коливань стрижня без урахування власної ваги  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  для вищезгаданих граничних умов.

Результати показують, що врахування власної ваги при дослідженні згинних коливань стрижня приводить до зменшення значення частот вільних коливань стрижнів. З наближенням значення поздовжнього навантаження  $q$  до критичного  $q_{cr}$ , значення першої частоти вільних коливань наближається до нуля.

[1] Прочность, устойчивость, колебания: справочник: в 3 т. / [Под редакцией Биргера И. А., Пановко Я. Г.]. – М.: «Машиностроение», 1968. – Т. 3. – 576 с.

[2] Хачиян Э. Е. Сейсмическое воздействие на высотные здания и сооружения / Э. Е. Хачиян. – Ереван: Айастан, 1973. – 327 с.

[3] Василенко М. В. Теорія коливань і стійкості руху / М. В. Василенко, О. М. Алексейчук. – К.: Вища школа, 2004. – 525 с.

[4] Wang C. M. Exact solutions for buckling of structural members / C. M. Wang, C. Y. Wang, J. N. Reddy. – Boca Raton, Florida, USA: CRC Press, 2005. – 286 p.

[5] Krutii, Yu. Exact solution of the differential equation of transverse oscillations of the rod taking into account own weight / Yu. Krutii, M. Suriyaninov, V. Vandynskiy // MATEC Web of Conferences. – 2017. – Vol. 116, 02022. doi:10.1051/mateconf/201711602022

[6] Krutii Yu. Development of the method for calculation of cantilever construction's oscillations taking into account own weight / Yu. Krutii, M. Suriyaninov, V. Vandynskiy // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2018. – Vol 3, No 7 (93). doi:10.15587/1729-4061.2018.131165

## **ANALYTICAL CALCULATIONS OF VERTICAL CONSTRUCTIONS FOR COLLING WITH USE OF OWN WEIGH**

*The investigation is based on the exact solution of the corresponding differential partial variable-coefficient equation. The dependency between the frequencies of the rods' bending vibrations with taking into account the own weight and without it is defined in analytical form. The limits of possible changes of the above frequencies' relation are determined.*