

4. Гузь А.Н., Довжик М.В., Назаренко В.М. Разрушение материалов при сжатии вдоль приповерхностной трещины для малых расстояний между свободной поверхностью и трещиной // Прикл. механика. – 2011. – Т. 47, № 6. – С. 28–37.

## FRACTURE OF COMPOSITE MATERIALS COMPRESSED ALONG TWO PARALLEL PENNY-SHAPED CRACKS

*A nonclassical problem of fracture mechanics for composite material with two parallel coaxial penny-shaped cracks for different distance betwin cracks are investigated.*

УДК 624.073.4

## ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ТРИШАРОВОЇ КРУГОВОЇ ОБОЛОНКИ З ЛЕГКИМ ЗАПОВНЮВАЧЕМ, ЯКА ПІДКРІПЛЕНА КІЛЬЦЕВИМИ РЕБРАМИ ЖОРСТКОСТІ

**Ємельянова Т.А.**

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

Розглядається замкнена тришарова циліндрична оболонка з легким трансверсально – ізотропним заповнювачем, яка підкріплена кільцевими ребрами однакової жорсткості та розташованими на однакових відстанях одне від одного (рис. 1).

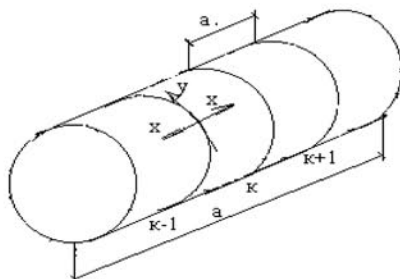


Рис. 1. Схема тришарової кругової циліндричної оболонки, підкріпленої кільцевими ребрами жорсткості

Для зовнішніх несучих шарів оболонки приймалися гіпотези Кірхгофа - Лява, а для заповнювача - лінійний закон зміни тангенціальних переміщень за товщиною. Поперечні деформації заповнювача не враховувалися. Для

ребер прийняті гіпотези Бернуллі та враховувався тільки згин ребер в вертикальній площині [1].

За допомогою варіаційного принципу Остроградського – Гамільтона, отримані диференціальні рівняння стійкості ділянки оболонки, замкненої між ребрами, а також умови по лініях ребер і по краях тришарової кругової оболонки, яка підкріплена поперечними ребрами жорсткості [1].

Отримане розв'язуюче рівняння стійкості (2) зазначеної оболонки шляхом спрощення основних диференціальних рівнянь за допомогою введення функції  $F$  (1). Завдання вирішувалися з урахуванням і без урахування деформацій зсуву в ребрі, але без урахування крутильної жорсткості ребер [2].

$$\varphi = \nabla^4 F, \quad \Phi = -\frac{\bar{B}}{R} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( 1 - \frac{Bh}{G_3} \nabla^2 \right) F \quad (1)$$

$$\nabla^4 \nabla^4 F + \frac{\bar{B}}{R^2 D^*} \frac{\partial^4}{\partial x^4} \left( 1 - \frac{Bh}{G^3} \nabla^2 \right) F + \frac{2T_1}{D^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( 1 - \frac{Bh}{G^3} \nabla^2 \right) \nabla^4 F = 0 \quad (2)$$

В рівняннях (1, 2) позначено:

$$\bar{B} = 2(1 - \mu^2)B; \quad D^* = 2BH^2; \quad B = \frac{E\delta}{(1 - \mu^2)}; \quad D = \frac{E\delta^3}{12(1 - \mu^2)};$$

$H = h + 0,5\delta$ ;  $\delta, 2h$  – товщина зовнішніх шарів та заповнювача;  $G_3$  – модуль зсуву заповнювача;  $E, \mu$  – модуль пружності і коефіцієнт Пуассона зовнішніх шарів.

Рішення рівняння (2) для ділянки оболонки, замкненої між ребрами, шукаємо у вигляді:

$$F = f_1(x) \sin \frac{n}{R} y. \quad (3)$$

Підставляючи (3) в (2), отримаємо диференціальне рівняння (4), яке визначає функцію  $f_i(x)$ :

$$\frac{1}{R^8} \sin \left( \frac{ny}{R} \right) \left( R^8 (1 - k_0 m_t) f^{(8)}(x) + R^6 (m_t - \alpha^2 k_0) f^{(6)}(x) + R^4 \alpha^2 (1 + n^2 k_0) f^{(4)}(x) + R^2 n^4 m_t (1 + n^2 k_0) f^{(2)}(x) + n^8 f(x) \right) = 0 \quad (4)$$

Остаточно функцію  $F$  можна записати у вигляді:

$$F = \sin \frac{n}{R} y \{ (\cos(x\varphi_1)(C_1 + C_3) + \sin(x\varphi_1)(C_2 - C_4)) \rho_1^x + (\cos(x\varphi_2)(C_5 + C_7) + \sin(x\varphi_2)(C_6 - C_8)) \rho_2^x \} \quad (5)$$

Тут  $tg\varphi_1 = \frac{r}{s}$ ,  $tg\varphi_2 = \frac{d}{c}$ ,  $\rho_1 = \left| \sqrt{s^2 + r^2} \right|$ ,  $\rho_2 = \left| \sqrt{c^2 + d^2} \right|$ , де  $s, c$  – дійсні, а  $r, d$  – комплексні корні характеристичного рівняння, що відповідає диференціальному рівнянню (4).

Використовуючи кінцево-різницевий метод, отримане рівняння стійкості підкріпленої тришарової замкненої оболонки [3]. Критичний момент інерції поперечного ребра (позначимо його  $\gamma_0$ ) визначається з рівняння стійкості. В якості приклада розглянута квадратна в плані оболонка, підкріплена одним та трьома ребрами жорсткості. В таблиці 1 надані значення  $\gamma_0$ , які визначалися як з урахуванням крайового ефекту Рейсснера (1 рядок), так і без його урахування ( $\gamma_0^*$ ).

Таблиця 1

	Оболонка, підкріплена одним ребром при $a/R=2$				Оболонка, підкріплена трьома ребрами при $a/R=2$			
	$k_0$				$k_0$			
	0,05	0,1	0,2	0,3	0,05	0,1	0,2	0,3
$\gamma_0$	0,224	0,198	0,172	–	0,698	0,539	0,427	–
$\gamma_0^*$	0,231	0,210	0,182	–	0,670	0,542	0,431	–

Значення параметру критичного навантаження  $m_t$  визначається розв'язанням трансцендентного рівняння стійкості.

Побудовані графіки залежності (рис. 1) значення параметру критичного навантаження  $m_t$  для оболонки, підкріпленої одним та трьома ребрами жорсткості, в залежності від параметру жорсткості  $\gamma$  та при різних значеннях параметру зсуву  $k_0$ . Задачі розв'язані без урахування та з урахування крайового ефекту Рейсснера (пунктирні лінії на графіках).

В роботі позначено:  $m_t = \frac{2T_1 b^2}{D^* \pi^2}$  – параметр критичного

навантаження;  $\alpha^2 = \frac{\overline{BR}^4}{R^2 D^*}$  – параметр кривизни оболонки;

$k_0 = \frac{\pi^2 B h}{G_3 b^2}$  – параметр зсуву;  $a, b$  – розміри оболонки в плані;  $\gamma = \frac{D_p}{D^* b}$ ;

$D_p$  – згинальна жорсткість ребра.

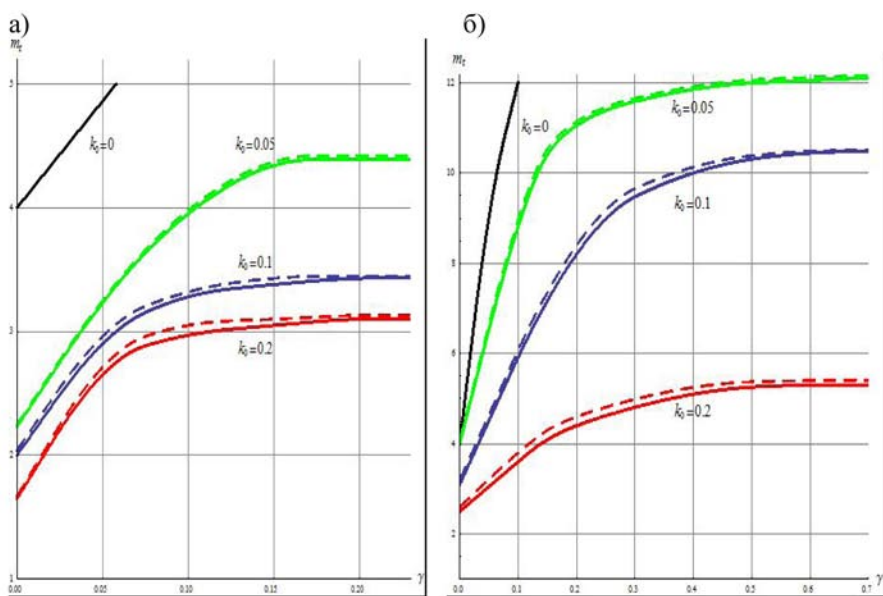


Рис. 2. Графіки залежності параметру критичного навантаження  $m_c$  від параметру жорсткості  $\gamma$  оболонки: а) підкріпленої одним ребром жорсткості; б) підкріпленої трьома ребрами жорсткості

Задаючись критичним напруженням ( $m_c$ ), визначаємо відповідне йому значення  $\gamma$ , а по ньому знаходимо необхідний момент інерції підкріплюючого ребра. При визначенні найбільшого значення  $\gamma$  критичне напруження ( $m_c$ ) не повинно перевищувати критичної напруження ділянки оболонки між ребрами при недеформованих ребрах.

#### Список використаної літератури:

1. Кириченко В.Л., Емельянова Т.А. Дифференциальные уравнения устойчивости пологой трехслойной оболочки с легким наполнителем, подкрепленной ребрами жесткости. «Вестник» Херсонского государственного технического университета. Херсон, 1999. №3(6) . С. 248 – 252.
2. Емельянова Т.А. Розв'язуюче рівняння стійкості тришарової оболонки, яка підкріплена ребрами жорсткості. Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей 4-ї Міжнародної науково-практичної конференції, Одеса, ОДАБА, 16-19 травня 2017 р./під ред. М.Г.Сур'янінова. Одеса: Екологія, 2017. С. 40 –44.
3. Емельянова Т.А. «Исследование устойчивости трехслойной круговой оболочки с легким наполнителем, подкрепленной продольными ребрами жесткости» // Актуальные проблемы архитектуры и строительства: материалы международной научно-практической конференция (г.

## RESEARCH OF STABILITY OF A THREE-LAYER CIRCULAR SHELL WITH LIGHT AGGREGATE REINFORCED BY RING RIBS OF RIGIDITY

*On the given article the question of definition critical forces and critical rib rigidity of a three-layer circular shell with a light aggregate are considered. The shell is reinforced by ring ribs of rigidity. There have been obtained questions to determine critical forces and critical rigidity of ribs for the joint-leaned shell reinforced by ring ribs of rigidity.*

УДК 624.072:012.4.046

## РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК-СТЕНОК С ТРЕЩИНАМИ

**Еньков Е.У., к.т.н., доц., Чердинцев С.Р., ст. гр. ЗКМех-607м(н),  
Викториано Рикардо (Ангола), ст. гр. ПГС-607м**  
Одесская государственная академия строительства и архитектуры

ДБН допускают эксплуатацию железобетонных конструкций (кроме особо оговоренных), с трещинами, ограничивая ширину их раскрытия. В плоской задаче трещинообразование учитываем по упрощенной модели теории деформирования железобетона Н.И. Карпенко [1] для схемы непересекающихся трещин, в том числе и наклонных к арматуре, что имеет место про нагрузках эксплуатационного уровня ( $h$  – толщина балки-стенки):

$$N_n = N_{\max} = \sigma_n h \geq N_{bt}, \quad \sigma_l h = N_l = N_{\min} \leq N_{bt},$$

где:  $n(\max), l(\min)$  – нормали площадок главных напряжений;  $N_{bt}$  – усилие трещинообразования;  $h$  – толщина элемента.

Теория [1] различает 3 стадии работы железобетонного элемента:

1) *упругая* (60÷70% от  $N_{bt}$ ), и *упруго-пластическая* стадии при отсутствии трещин: в упругой стадии материал считается изотропным; в упруго-пластической стадии деформируется как некоторый ортотропный материал, в котором начинают развиваться пластические деформации, в т.ч. быстроснатекающие деформации ползучести, причем оси ортотропии зависят от направления главных площадок; влияние армирования до появления трещин не учитывается; 2) *стадия с трещинами* при работе арматуры в упругой стадии; 3) *упруго-пластическая стадия с трещинами* при работе арматуры в пластической области. В стадиях 2) и 3) теория рассматривает