УДК 550.34

АНАЛІТИЧНА ЗАЛЕЖНІСТЬ МІЖ ЧАСТОТАМИ КОЛИВАНЬ КОНСОЛЬНОГО СТРИЖНЯ З УРАХУВАННЯМ І БЕЗ УРАХУВАННЯ ВЛАСНОЇ ВАГИ

Крутій Ю. С., д.т.н., проф., Вандинський В. Ю., аспірант
Одеська державна академія будівництва та архітектури, м. Одеса

Часто при дослідженні згинних коливань вертикальних конструкцій в якості розрахункової схеми використовують стрижень постійного перерізу, що знаходиться під впливом змінної поздовжньої сили, в ролі якої виступає власна вага (рис. 1).

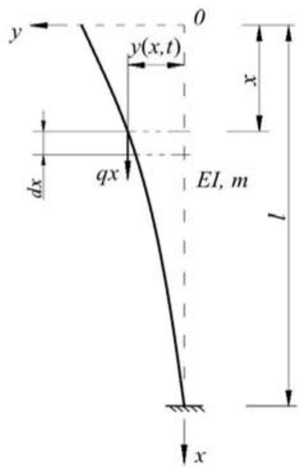

Рис. 1. Вільні згинні коливання стрижня

Як відомо [1, 2], математичною моделлю такого фізичного явища буде диференціальне рівняння зі змінними коефіцієнтами в частинних похідних

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+q\frac{\partial}{\partial x}\left(x\frac{\partial y}{\partial x}\right)+m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0\,, \qquad (1)$$

де $EI-$ згинна жорсткість, $q-$ розподілене поздовжнє навантаження (вага одиниці довжини стрижня), $m-$ погонна маса, $y=y(x,t)-$ поперечне переміщення точки осі стрижня з координатою x в момент часу t (динамічний прогин).

З теорії стійкості відомо [3], що консольний стрижень, який знаходиться під дією власної ваги, при значенні $q_{cr}=7{,}8373\,EI/l^3$ втратить стійкість. Тому розглядати коливання стрижня при значеннях q, більших ніж q_{cr}, з практичної точки зору позбавлено сенсу. Отже, актуальні для дослідження випадки поздовжнього навантаження лежать на проміжку

$$0 \le q \le q_{cr} . \tag{2}$$

В публікації авторів [4] побудовано точний розв'язок рівняння (1). Внаслідок цього, там же отримано формули для динамічних параметрів стану стрижня та аналітичне подання для частот його вільних коливань з урахуванням власної ваги

$$p_j = \frac{K_j}{l^2}\sqrt{\frac{EI}{m}} \ \ (j = 1, 2, 3, ...) .$$

Тут K_j – безрозмірні коефіцієнти, що залежать від q та підлягають визначенню із частотного рівняння, яке отримаємо, реалізувавши задані граничні умови.

Спираючись на результати роботи [4], після необхідних обчислень, в аналітичному вигляді встановлено зв'язок між частотами p_1, p_2, p_3 та відповідними частотами коливань стрижня без урахування власної ваги $\omega_1, \omega_2, \omega_3$. Нагадаємо, що останні визначаються за відомими формулами [2]:

$$\omega_1 = \frac{3,5160}{l^2}\sqrt{\frac{EI}{m}}; \ \ \omega_2 = \frac{22,0345}{l^2}\sqrt{\frac{EI}{m}}; \ \ \omega_3 = \frac{61,6972}{l^2}\sqrt{\frac{EI}{m}} .$$

Вказаний зв'язок виражається наступними співвідношеннями:

$$\frac{p_1}{\omega_1} = 1 + 0,0224\alpha + 0,0004\alpha^2 + 1,42 \cdot 10^{-5}\alpha^3 ; \tag{3}$$

$$\frac{p_2}{\omega_2} = 1 - 0,0116\alpha - 7,72 \cdot 10^{-5}\alpha^2 - 2,27 \cdot 10^{-6}\alpha^3 ; \tag{4}$$

$$\frac{p_3}{\omega_3} = 1 - 0,0032\alpha - 6,48 \cdot 10^{-6}\alpha^2 , \tag{5}$$

де $\alpha = ql^3 / EI$ – безрозмірний параметр. Виходячи з нерівності (2), для даного параметру матимемо

$$0 \le \alpha \le 7,8373 . \tag{6}$$

На підставі (3)–(6) встановлюються межі для відношення частот:

$$1 \le \frac{p_1}{\omega_1} \le 1,21; \ \ 0,90 \le \frac{p_2}{\omega_2} \le 1; \ \ 0,97 \le \frac{p_3}{\omega_3} \le 1 . \tag{7}$$

Звідси випливає, що урахування власної ваги при дослідженнях згинних коливань стрижня приводить до збільшення першої частоти та зменшення другої та третьої частот. Безпосередньо з (7) також видно на скільки частоти коливань стрижня з урахуванням власної ваги можуть відрізнятися від відповідних частот, знайдених без її урахування.

Список літератури

[1] Хачиян Э.Е. Сейсмическое воздействие на высотные здания и сооружения / Э. Е. Хачиян. – Ереван : Айастан, 1973. – 327 с.

[2] Василенко М. В. Теорія коливань і стійкості руху / М. В. Василенко, О. М. Алексейчук. – К. : Вища школа, 2004. – 525 с.

[3] Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем / А. С. Вольмир. – М. : Наука, 1967. – 984 с.

[4] Krutii, Yu. Exact solution of the differential equation of transverse oscillations of the rod taking into account own weight / Yu. Krutii, M. Suriyaninov, V. Vandynskyi // MATEC Web of Conferences. – 2017. – Vol. 116, 02022. doi:10.1051/matecconf/201711602022

ANALYTICAL DEPENDENCY BETWEEN THE FREQUENCIES OF THE CANTILEVER ROD WITH TAKING INTO ACCOUNT THE OWN WEIGHT AND WITHOUT IT

The dependency between the frequencies of the cantilever rod's bending vibrations with taking into account the own weight and without it is defined in analytical form. The limits of possible changes of the above frequencies' relation are determined. The investigation is based on the exactly solution of the differential partial derivative variable-coefficient equation of bending vibrations.

УДК 614.841.332

ВОГНЕЗАХИСТ СТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ ПІСЛЯ ВПЛИВУ НА НИХ КЛІМАТИЧНИХ ФАКТОРІВ

Ковальов А.І., к.т.н., с.н.с., Ведула С.А.
ЧІПБ ім. Героїв Чорнобиля НУЦЗ України, м. Черкаси
Отрош Ю.А., к.т.н., доц.
НУЦЗ України, м. Харків

Як відомо, вогнестійкість будівельних конструкцій, зокрема сталевих, залежить від теплофізичних характеристик як самої сталі, так і вогнезахисних складів, що використовуються для підвищення вогнестійкості таких конструкцій за рахунок створення пористого теплоізоляційного шару на поверхні, що захищається. Не менш важливим чинником, що впливає або може впливати на властивості вогнезахисних покриттів при їх експлуатації в різних умовах, є кліматичні фактори (волога, температура), дослідження впливу яких дозволить з достовірною точністю визначати залежність мінімальної товщини вогнезахисного покриття від приведеної товщини металу для нормованих значень межі вогнестійкості сталевої конструкції [1].