

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ОПТИМИЗАЦИОННОГО РАСЧЕТА ПЛОСКИХ ФЕРМ

Бабий А.А., магистр, Балдук П.Г., к.т.н., проф.,

Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса

Анализ работ по оптимизации ферм показывает, что в качестве целевой функции обычно выбирается минимальная масса при фиксированной геометрии решетки фермы [1]; оптимизация очертания фермы при заданных упругих свойствах материала [2]; оптимальное распределение приложенных нагрузок [3]. Можно упомянуть и работы, связанные с эволюционной оптимизацией ферм или построением генетического алгоритма [4 – 5].

Рассмотрим ферму из S прямолинейных стержней, соединяющих n узлов, в том числе, m внутренних узлов и $n-m$ опорных узлов. Число опорных стержней удовлетворяет соотношению

$$S_0 = 3n - s. \quad (1)$$

Внешняя нагрузка, действующая на ферму, представляется в виде системы сосредоточенных сил, приложенных к внутренним узлам, и описывается вектором

$$P = \begin{pmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_i \\ \vdots \\ P_m \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где P_i — вектор нагрузки в произвольном узле ($i=1, \dots, m$). Элементами этого вектора являются проекции сосредоточенной силы, приложенной к произвольному узлу, на координатной оси.

Вес произвольной фермы будет являться функцией, зависящей от площадей поперечных сечений элементов A_s (при заданных длинах k -го стержня l_k):

$$Q = (A_1, \dots, A_s) = \sum_{k=1}^s \gamma_k l_k A_k, \quad (3)$$

где γ_k — удельный вес конструкционного материала k -го стержня фермы.

Выражение (3) определяет целевую функцию (далее ЦФ) для рассматриваемой фермы, переменными которой являются A_k ($k = 1, \dots, s$). Система должна удовлетворять два предельных состояния, которые и ограничивают целевую функцию (1) по внутренним усилиям и перемещениям. Считая, что материал конструкций произвольного стержня фермы одинаково сопротивляется растяжению и сжатию, а также что узлы фермы соединяются шарнирно (коэффициент продольного изгиба во всех

случаях принимаем равным 1), площади поперечных сечений, исходя из условий первого предельного состояния (ППС), должны удовлетворять следующему ограничению:

$$\frac{|N_k|}{A_k} \leq R_k, \quad (4)$$

где R_k – расчетное сопротивление материала.

Также, согласно второму предельному состоянию (ВПС), чрезмерные перемещения ограничиваются следующим образом:

$$\Delta \leq [\Delta], \quad (5)$$

где Δ — величина наибольшего перемещения, возникающего в конструкции от внешней нагрузки; $[\Delta]$ — предельная величина перемещения, установленная нормами проектирования.

Задача отыскания минимума целевой функции (3) с учетом (4) и (5) является задачей нелинейного программирования, т.к. указанные ограничения зависят от обратных величин переменных целевой функции, которая имеет два случая. В первом случае минимум ЦФ достигается выполнением условий ППС и одновременно удовлетворяет ограничению (5). Во втором случае, при значениях A_k (4), условие (5) не выполняется и минимум ЦФ определяется методом математического программирования (например, такие «тяжелые» программные комплексы как Ansys, Nastran, SoFiSTik) или аналитически отыскивается путем ввода дополнительных переменных.

Применяя метод множителей Лагранжа, производя некоторые преобразования, в конечном итоге получим формулу для определения площадей поперечных сечений стержней фермы A_k ($k=1, \dots, s$), при которых ЦФ принимает минимальное значение:

$$A_k = \sqrt{\frac{c_k}{\gamma_k} \frac{\sum_{j=1}^s l_j \sqrt{c_j}}{[\Delta]}}, \quad (6)$$

где c_k, c_i — константы, характеризующие произвольный стержень.

Для реализации изложенного подхода разработана программа Optimum Steel Truss (OST) — программа оптимизации ферменных конструкций, которая может быть использована в любой версии оболочки Windows. Данный программный продукт, используя исходные данные и некоторые предварительные расчеты, позволяет рассчитать минимальный вес фермы и оптимизировать сечения стержней по прочностным характеристикам.

Целевой функцией оптимизации является минимальный вес фермы. Площадь сечений принимается одинаковой. Сечение стержней рассчитывается по двум предельным состояниям, которые и ограничивают целевую функцию по внутренним усилиям и перемещениям.

1. Хог Э. Прикладное оптимальное проектирование. Механические системы и конструкции / Э. Хог, Я. Арора — М.: Мир, 1983. — 479 с.
2. Лихтарников Я.М. Вариантное проектирование и оптимизация стальных конструкций / Я.М. Лихтарников — М.: Строиздат, 1979. — 320с.
3. Алексеенко Б.Г. Расчет и оптимальное проектирование рамных систем, подверженных коррозионному износу / Б.Г. Алексеенко // Математические методы в задачах расчета и проектирования сложных механических систем: Сб. научн. трудов. — К., 1992. — С. 4 – 10.
4. Алексейцев А.В. Эволюционная оптимизация стальных ферм с учетом узловых соединений стержней / А.В. Алексейцев // СПб: Инженерно-строительный журнал, №5, 2013. — С. 28 – 37.
5. Юрьев А.Г. Эволюционные и генетические алгоритмы оптимизации строительных конструкций / А.Г. Юрьев, С.В. Ключев — Белгород: Изд-во БГТУ им. В.Г. Шухова, 2006. — 134 с.

PROGRAM IMPLEMENTATION OF OPTIMIZATION CALCULATION OF PLANE FARMS

The paper deals with the analytical solution of the problem of optimal design of an arbitrary flat truss and one of the ways of software implementation of the calculation algorithm. The general problems of the design of engineering structures are analyzed. One of the ways to analytically solve the problem of optimal design of a farm, which formed the basis of the developed program Optimum Steel Truss, implemented in any version of Windows, is described. As a criterion for optimization, the minimum mass of a design with constraints on two limiting states is adopted.