

МАТЕРІАЛИ

**VIII МІЖНАРОДНОЇ
НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ**

"НАУКА І ОСВІТА '2005"

7-21 лютого 2005 року

**Том 58
ТЕХНІКА**

Дніпропетровськ
Наука і освіта
2005

Летучая С.А.

Днепропетровский национальный университет

УПРАВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ КОНТАКТНЫХ УСИЛИЙ С ЦЕЛЬЮ ОПТИМАЛЬНОГО НАГРУЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

В прочностных расчетах ряда элементов конструкций результат уточнения расчетных схем за счет совершенствования математической модели может быть незначительным без уточнения характера распределения внешней нагрузки. Имеются в виду те элементы конструкций, для которых внешняя нагрузка представляет собой результат взаимодействия с другими элементами и, что важно, по площадкам контакта, соизмеримым с их размерами. В этом случае напряженно-деформированное состояние каждого из них существенно зависит от характера распределения контактных усилий, который в свою очередь, зависит от физических и геометрических параметров взаимодействующих элементов. При определенных сочетаниях этих параметров приближенное задание закона распределения контактных усилий на основе инженерного анализа силовых схем приводит к искажению истинного характера нагружения рассчитываемого элемента конструкций и, следовательно, к искажению данных, характеризующих его напряженно-деформированное состояние.

С этой точки зрения представляет интерес изучение возможности управления распределением контактных усилий с целью а) повышения степени однородности напряженного состояния элемента конструкции или б) уменьшения его деформации в плоскости приложения нагрузки.

Постановка соответствующих оптимизационных задач имеет вид:

а) в n_q -мерном пространстве проектирования найти допустимую точку

$$\mathbf{q}^* = (q^*(a_1), q^*(a_2), \dots, q^*(a_{n_q})), \mathbf{q}^* \in \mathbf{D},$$

в которой выполняется условие

$$\sigma_{\text{экв}}(\mathbf{q}^*) = \min(\max \sigma_{\text{экв}}(q)),$$

$q^* \in D \cap \Omega$

$$\mathbf{D} = \left\{ \mathbf{q} : \sum_{i=1}^{n_q} \mathbf{q}_k(a_i) = \sum_{j=1}^{n_p} \mathbf{F}_k(a_j); k = \overline{1,3}; \mathbf{q}_v(a_i) \leq 0; j = \overline{1, n_q} \right\},$$

где $\mathbf{q} = (q(a_1), q(a_2), \dots, q(a_{n_q}))$ - вектор усилий, распределенных по площадке предполагаемого контакта S_C ; $a_i, i = \overline{1, n_q}$ - множество узлов конечных элементов, на которые разбивается непрерывная область Ω , занимаемая рассматриваемым телом; $\sigma_{\text{экв}}$ - эквивалентные напряжения, вычисленные по энергетической теории; \mathbf{D} - множество допустимых решений;

q_k, \mathbf{F}_k - проекции на оси координат; n_p - размерность вектора внешней нагрузки \mathbf{F} ; n_q - размерность вектора контактных усилий q ;

б) в n_q -мерном пространстве проектирования найти допустимую точку

$$\mathbf{q}^* = (q^*(a_1), q^*(a_2), \dots, q^*(a_{n_q})), \mathbf{q}^* \in \mathbf{D},$$

в которой выполняется условие

$$\Delta u(q^*) = \min(\max(\Delta u(q))),$$

$q^* \in D \cap \Omega$

где $\Delta u = (\Delta u_1, \Delta u_2, \dots, \Delta u_j, \dots, \Delta u_m)$, $\Delta u_j = |u(a_j(\varphi)) - u(a_j(\varphi + \pi))|$ -

разность перемещений в диаметрально противоположных узлах конечных элементов $a_j \in \Omega, j = \overline{1, m}, m = n/2, n$ - количество рассматриваемых узловых точек; условие $\mathbf{q}_v(a_i) \leq 0; a_i \in S_C$ - обеспечивает одностороннюю связь контактных поверхностей взаимодействующих тел.

Решение оптимизационной задачи осуществляется с помощью метода деформируемого многогранника, определение напряженно-деформированного состояния - с помощью метода конечных элементов.

Лещенко Д.Д., Сукова С.Г.

Одесская государственная академия строительства и архитектуры
ЭВОЛЮЦИЯ ВРАЩЕНИЙ ТРЕХОСНОГО СПУТНИКА ПОД
ДЕЙСТВИЕМ ГРАВИТАЦИОННЫХ И СВЕТОВЫХ МОМЕНТОВ

Исследуется эволюция вращений твердого тела (спутника Солнца, движущегося по эллиптической орбите с произвольным эксцентриситетом) под действием моментов сил гравитации и светового давления. Тело предполагается близким к динамически-сферическому, а его поверхность является поверхностью вращения, что позволяет аппроксимировать коэффициент момента сил светового давления конечным тригонометрическим полиномом. Момент сил светового давления имеет силовую функцию, зависящую только от положения оси симметрии тела в пространстве. Предположим, что моменты сил светового давления и гироскопические моменты имеют один и тот же порядок величины малого параметра ϵ .

Для построения системы первого приближения применяется метод усреднения. Проводится независимое усреднение по углу прецессии ψ и истинной аномалии $v(t)$ для нерезонансного случая.

Вектор кинетического момента остается постоянным по величине и постоянно наклоненным по нормали к плоскости орбиты. Получен первый интеграл системы уравнений для углов нутации θ и собственного вращения φ .

Рассматривается частный случай выражения коэффициента момента сил светового давления, содержащего третью и все четные гармоники.

Фазовая плоскость системы для углов нутации и собственного вращения с первым интегралом исследуется качественно. Фазовые портреты усредненной системы построены численно, фазовые кривые описывают колебания или вращения. Установлены новые качественные эффекты вращений спутника относительно центра масс.

Липовский В.И.

Днепропетровский национальный университет

ФИЗИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ МКЭ ДЛЯ МАТЕРИАЛОВ С НЕЛИНЕЙНЫМИ СВОЙСТВАМИ

При построении системы уравнений метода конечных элементов (МКЭ) используется матричная форма записи физических уравнений поведения среды. Для описания материала с нелинейными свойствами целесообразно представить физические уравнения в виде полного дифференциала по зависимости: $d\{\sigma\} = [D]d\{\varepsilon\} + d[D]\{\varepsilon\}$. Такой подход позволяет проследить весь путь изменения характеристик материала при изменении напряженно-деформированного состояния конструкции.

Рассмотрим построение системы физических уравнений для условий плоской деформации с линейной функцией изменения компонент вектора перемещений по треугольному конечному элементу. Матрица свойств среды $[D]$ в линейно-упругой постановке задачи представляется в виде:

$$[D] = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix},$$

где E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона. Заменим эти величины на переменные ξ и K^{-1} : $\nu = \frac{\xi}{1+\xi}$; $E = \frac{3(1+\xi)}{K^{-1}(1+2\xi)}$. Эти величины

представляют собой значения коэффициентов бокового давления и объемной сжимаемости материала. Тогда матрица $[D]$ переписывается:

$$[D] = \frac{3}{K^{-1}(1+2\xi)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\xi}{2} \end{bmatrix}.$$

При переменных ξ и K^{-1} дифференциал матрицы записывается в виде:

$$d[D] = \frac{d\xi}{K^{-1}(1+2\xi)^2} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix} - \frac{dK^{-1}}{(K^{-1})^2(1+2\xi)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\xi}{2} \end{bmatrix}$$

Для численной реализации такого представления физических уравнений заменим дифференциальную форму записи разностной $\{\sigma\}_N = [D_1]\{\varepsilon\}_N - [D_0]\{\varepsilon\}_{N-1} + \sigma_{N-1}$. Здесь $\{\sigma\}_N$, $\{\varepsilon\}_N$, $\{\sigma\}_{N-1}$ и $\{\varepsilon\}_{N-1}$ – вектора напряжений и деформаций на N -м шаге и соответственно на предыдущем этапе нагружения. Матрицы $[D_1]$ и $[D_0]$ определяются по следующим соотношениям:

$$[D_1] = \frac{3}{K^{-1}(1+2\xi)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\xi}{2} \end{bmatrix}; [D_0] = \frac{3}{K^{-1}(1+2\xi)} \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ b & a & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix},$$

$$\text{где } a = 1 + 2 \frac{(\xi_N - \xi_{N-1})}{(1+2\xi_{N-1})} + \frac{K_n^{-1} - K_{n-1}^{-1}}{K_{n-1}^{-1}};$$

$$b = \frac{\xi_{n-1} K_n^{-1} - \xi_n - \xi_{n-1}}{K_{n-1}^{-1} + 2\xi_{n-1}};$$

$$c = \frac{(1-\xi_n) K_n^{-1} - 3(\xi_n - \xi_{n-1})}{2 K_{n-1}^{-1} + 2(1+2\xi_{n-1})}.$$

При решении задачи свойства материала определяются начальными характеристиками коэффициентов бокового давления и объемной сжимаемости материала и функциональной зависимостью $\varepsilon = f(\sigma_p)$. Такой подход к построению физических уравнений МКЭ для материалов с нелинейными свойствами позволяет создать итерационный алгоритм расчета конструкций на прочность и жесткость.

Логвиненко Е.А., Силич-Балгабаева В.Б., Пилипенко Т.А.

Днепропетровский национальный университет

ДИНАМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ НЕСИММЕТРИЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ПОКАЗАТЕЛИ РАБОТЫ ВИБРОМАШИН

Известно, что подавляющее большинство выпускаемых в мире вибромашин генерирует симметричный цикл колебаний. В то же время выполняемые ими технологические операции (уплотнение бетонов, грунтов, забивка свай, рыхление и выгрузка смерзшихся материалов, перемещение и