УДК 624.073.74

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ РАСЧЕТА РОСТВЕРКОВ ПОРТОВЫХ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ ПО ПРЕДЕЛЬНЫМ СОСТОЯНИЯМ ПРИ ПОВТОРНО-ПЕРЕМЕННОМ НАГРУЖЕНИИ

Мазуренко Л.В. *(Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)*

В статье показано, что при расчете ростверков портовых гидротехнических сооружений за пределом упругости могут быть использованы теоремы о механизмах разрушения и о перемещениях рам при повторно-переменном нагружении.

В работе [1] Москвитиным В.В. были сформулированы 3 теоремы, касающиеся поведения упруго-пластических систем при многократном нагружении. Эти теоремы применимы лишь к статически определимым системам. Для статически неопределимых систем должны быть доказаны свои теоремы.

В работе [2] нами была доказана первая теорема о переменном нагружении для статически неопределимых систем, к числу которых относятся ростверки портовых гидротехнических сооружений на сваях и колоннах - оболочках.

Рассмотрим вторую теорему (о механизмах разрушения) [3].

Покажем, что максимальные деформации могут возникнуть лишь в тех сечениях, где изменяется уравнение изгибающих моментов (распределенная нагрузка на раме приближено представляется в виде сосредоточенных сил).

Действительно, при однократной нагрузке в любом стержне рамы нормальная сила и кутящий момент постоянны, а точки изменения уравнений изгибающих моментов и поперечных сил совпадают. Отсутствие "гладкого" максимума у этих усилий проводит к тому, что указанные точки определяют сечения, наиболее опасные по напряжениям.

Докажем, что эти сечения наиболее опасны и по деформациям. На основании известной теоремы Ильюшина А.А. о простом нагружении процесс деформатирования является активным, т.е. интенсивность напряжения для любой точки тела имеет значение, превышающее все предшествующие его значения.

Так как диаграммы деформирования любых тел отличаются тем, что на активном участке деформация растет так же или быстрее напряжений, то при простом нагружении интенсивность деформаций также возрастает. Это и означает, что наиболее нагруженные и деформируемые сечения и волокна в упругой стадии остаются наиболее нагруженными и деформированными во время всего процесса простого нагружения. На основании первой теоремы о повторно-переменном нагружении

$$\sigma''_{ij} = \sigma'_{ij} - \overline{\sigma_{ij}}$$

$$\varepsilon''_{ij} = \varepsilon'_{ij} - \overline{\varepsilon_{ij}}$$

К условиям в сечении можно перейти с применением линейного интегрального оператора, из свойств линейности которого вытекает и закон сложения усилий

$$M'' = M' - \overline{M}\,; \qquad Q'' = Q' - \overline{Q}$$

$$N'' = N' - \overline{N}\,; \qquad M''_{кр} = M'_{кр} - \overline{M_{кр}} \qquad (1)$$

Из доказанного следует, что в состояниях сооружения, определимых "штрихом" и "чертой сверху", максимальные деформации возникают в тех сечениях, где изменяются уравнения изгибающих моментов.

При повторной нагрузке на основании (1) наибольшие деформации могут ожидаться в сечениях у узлов рам и в местах приложения сосредоточенных усилий от двух видов нагрузки P' и P''.

При произвольной программе нагружения наибольшие деформации располагаются в сечениях узлов и в местах приложения сосредоточенных усилий при всех циклах нагрузки.

Вывод, который можно сформулировать в виде теоремы о механизмах разрушения в статически неопределимых системах, заключается в том, что при произвольной программе нагружения сечения с набольшими напряжениями и деформациями располагаются среди сечений, проведенных в узлах рам и местах приложения сосредоточенных усилий при всех циклах нагрузки.

Эта теорема служит обоснованием метода Саймондса и Нила ("метода комбинированных механизмов").

Для конструкции может явиться опасной переменная пластичность даже в одном сечении.

Опять же таким сечением может быть одно из характерных. Анализ влияния процессов разрушения показывает, что в рамах (пока при учете только изгибающего момента) процессы разрушения не оказывает влияние на перераспределение усилий за пределами упругости и на несущую способность системы. Тогда и этом случае теорема остается в силе.

Итак, показано, что «конструктивная» приспособляемость, основанная на работах Саймондса и Нила, является прямым следствием теории пластичности при переменных нагружениях и точности при переменных нагружениях. Проведенное исследование позволяет замкнуть обе ветви теории пластичности при переменных нагружениях и показать, что работы Саймондса, Нила и др. являются инженерными приемами решения общей задачи приспособляемости.

Рассмотрим третью теорему (о перемещениях рам при повторно-переменном нагружении).

Совершенно очевидно, что в циклически идеальной среде и при симметричных циклах нагрузки на основании формул Москвитина В.В. [1]

$$\sigma_{ij}^{(n)} = (-1)^{(n-1)}\sigma'_{ij}\ ;\quad \varepsilon_{ij}^{(n)} = (-1)^{(n-1)}\varepsilon'_{ij}$$

т.е. напряжения и деформации при любом нечетном нагружении совпадают с исходными и противоположны им по знаку при четном нагружении. Но это – частная последовательность нагружения.

При произвольном порядке нагружения

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \sigma'_{ij} + \sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{\sigma_{ij}^{(k)}}$$

$$\varepsilon_{ij}^{(n)} = \varepsilon'_{ij} + \sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{\varepsilon_{ij}^{(k)}}$$

Выше было установлено, что переход к усилиям в сечении осуществляется с применением линейного интегрального оператора, из свойств которого вытекает, что в каждом сечении

$$M^{(n)} = M' + \sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{M^{(k)}}$$

$$N^{(n)} = N' + \sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{N^{(k)}}$$

$$Q^{(n)} = Q' + \sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{Q^{(k)}}$$

$$M_{кр}{}^{(n)} = M'_{кр} + \sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{M_{кр}{}^{(k)}}$$

$$U = \int \varepsilon_x dx + \varphi(y;z) \quad V = \int \varepsilon_y dy + \psi(x;z) \quad W = \int \varepsilon_z dz + \xi(x;y)$$

Уравнения совместимости деформаций:

в узлах рам $\left.\frac{\partial U}{\partial y}\right|_{сваи} = \left.\frac{\partial V}{\partial x}\right|_{ригеля}$

$$U_{1сваи} = U_{2сваи} = U_{3сваи}$$

Для нахождения $U^{(n)};V^{(n)};W^{(n)}$ необходимо решить систему дифференциальных уравнений

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \varphi(y;z)}{\partial y} + \frac{\partial \psi(x;z)}{\partial x} = F_1(x;y;z) \\ &\frac{\partial \psi(x;z)}{\partial z} + \frac{\partial \xi(x;y)}{\partial y} = F_2(x;y;z) \\ &\frac{\partial \varphi(x;z)}{\partial z} + \frac{\partial \xi(x;y)}{\partial x} = F_3(x;y;z) \end{aligned}\right\}$$

$$F_1(x;y;z) = \gamma_{xy} - \int \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y} dx - \int \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x} dy$$

При n-ом нагружении

$$F_1(x;y;z) = \gamma_{xy} - \int \frac{\partial \varepsilon_x^{(n)}}{\partial y} dx - \int \frac{\partial \varepsilon_y^{(n)}}{\partial x} dy = \gamma'_{xy} + \sum_{k=2}^{n} (-1)^{k-1} \overline{\gamma_{xy}^{(k)}} -$$

$$- \int \frac{\partial \varepsilon'_x}{\partial y} dx - \sum_{k=2}^{n} (-1)^{k-1} \int \frac{\partial \overline{\varepsilon_x^{(k)}}}{\partial y} dx - \int \frac{\partial \varepsilon'_y}{\partial x} dy - \sum_{k=2}^{n} (-1)^{k-1} \int \frac{\partial \varepsilon_y^{(k)}}{\partial x} dy =$$

$$= \gamma'_{xy} - \int \frac{\partial \varepsilon'_x}{\partial y} dx - \int \frac{\partial \varepsilon'_y}{\partial x} dy + \left\{ \sum_{k=2}^{n} (-1)^{k-1} \left[\overline{\gamma_{xy}^{(k)}} - \int \frac{\partial \overline{\varepsilon_x^{(k)}}}{\partial y} dx - \int \frac{\partial \overline{\varepsilon_y^{(k)}}}{\partial x} dy \right] \right\}$$

$$F_1^{(n)}(x;y;z) = \gamma_{xy} - \int \frac{\partial \varepsilon_x^{(n)}}{\partial y} dx - \int \frac{\partial \varepsilon_y^{(n)}}{\partial x} dy = \gamma'_{xy} + \sum_{k=2}^{n} (-1)^{k-1} \overline{\gamma_{xy}^{(k)}} -$$

$$- \int \frac{\partial \varepsilon'_x}{\partial y} dx - \sum_{k=2}^{n} (-1)^{k-1} \int \frac{\partial \overline{\varepsilon_x^{(k)}}}{\partial y} dx - \int \frac{\partial \varepsilon'_y}{\partial x} dy - \sum_{k=2}^{n} (-1)^{k-1} \int \frac{\partial \varepsilon_y^{(k)}}{\partial x} dy =$$

$$= \gamma'_{xy} - \int \frac{\partial \varepsilon'_x}{\partial y} dx - \int \frac{\partial \varepsilon'_y}{\partial x} dy + \left\{ \sum_{k=2}^{n} (-1)^{k-1} \left[\overline{\gamma_{xy}^{(k)}} - \int \frac{\partial \overline{\varepsilon_x^{(k)}}}{\partial y} dx - \int \frac{\partial \overline{\varepsilon_y^{(k)}}}{\partial x} dy \right] \right\}$$

$$F_1^{(n)}(x;y;z) = F_1^{1}(x;y;z) + \sum_{k=2}^{n} (-1)^{k-1} \overline{F_1^{(k)}}(x;y;z),$$

где $\overline{F_1^{(k)}}(x;y;z)=\overline{\gamma_{xy}^{(k)}}-\int\frac{\partial\overline{\varepsilon_x^{(k)}}}{\partial y}dx-\int\frac{\partial\overline{\varepsilon_y^{(k)}}}{\partial x}dy$

Аналогичные формулы могут быть получены для $F_2^{(n)}$ и $F_3^{(n)}$

При n-ом загружении система уравнений для граничных условий приобретает вид:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\varphi^{(n)}(y;z)}{\partial y}+\frac{\partial\psi^{(n)}(x;z)}{\partial x}&=F_1'(x;y;z)+\sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{F_1^{(k)}}(x;y;z)\\ \frac{\partial\psi^{(n)}(x;z)}{\partial z}+\frac{\partial\xi^{(n)}(x;y)}{\partial y}&=F_2'(x;y;z)+\sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{F_2^{k}}(x;y;z)\\ \frac{\partial\varphi^{(n)}(y;z)}{\partial z}+\frac{\partial\xi^{(n)}(x;y)}{\partial x}&=F_3'(x;y;z)+\sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{F_3^{k}}(x;y;z)\end{aligned}\right\}\quad(2)$$

Теперь необходимо качественно исследовать структуру решения системы.

$\varphi^{(n)};\psi^{(n)};\xi^{(n)}$ ввиду линейности уравнений и при соблюдении равенств (3) для граничных условий функций φ;ψ и ξ имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}\varphi^{(n)}&=\varphi'+\sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{\varphi^{(k)}}\\ \psi^{(n)}&=\psi'+\sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{\psi^{(k)}}\\ \xi^{(k)}&=\xi'+\sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{\xi^{(k)}}\end{aligned}\right\}\quad(3)$$

Граничные условия это – смещение в местах закрепления опор или перемещения концов свай. Нулевые граничные условия приведенному выше требованию удовлетворяют.

$$U^n=\int\varepsilon_x^{(n)}dx+\varphi_{(y;z)}^{(n)}=\int\varepsilon_x'dx+\sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\int\overline{\varepsilon_x^{(k)}}dx+$$
$$+\varphi'+\sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{\varphi^{(k)}}=\int\varepsilon_x'dx+\varphi'+\sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\left[\int\overline{\varepsilon_x^{(k)}}dx+\overline{\varphi^{(k)}}\right]=$$
$$=U^1+\sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{U^{(k)}}$$

Аналогично

$$V^{(n)} = V' + \sum (-1)^{k-1} \overline{V^{(k)}}$$

$$W^{(n)} = W' + \sum (-1)^{k-1} \overline{W^{(k)}}$$

Здесь $U^{(n)}; V^{(n)}; W^{(n)}$ – смещение точек в любом сечении рамы.

Доказанное утверждение носит характер теоремы о перемещениях в статически неопределимых системах при повторно-переменной нагрузке в идеально циклическом теле.

Подобным свойством обладает и характерное горизонтальное смещение λ

Ибо $\lambda = U\Big|_{\substack{x=0 \\ y=H+l_0 \\ z=0}}$ $\qquad \lambda^{(n)} = \lambda' + \sum_{k=2}^{n} (-1)^{k-1} \overline{\lambda^{(k)}}$

Здесь λ′- характерное смещение при первой нагрузке,

$\overline{\lambda^{(k)}}$ – характерное смещение в той же раме при увеличении предела текучести в α_2 раз и внешних силах $\overline{P^{(k-1)}} - \overline{P^{(k)}}$; $\overline{R^{(k-1)}} - \overline{R^{(k)}}$.

Отметим, что область применения доказанных теорем не ограничивается идеальным упруго-пластичным телом.

Так, первая и вторая теоремы справедливы при любой криволинейной диаграмме σ-ε, а теорема о перемещениях – для идеально циклического тела.

Вывод.

Доказано, что вторая и третья теоремы Москвитина В.В. справедливы и для статически неопределимых систем.

Литература

1. Москвитин В.В. Пластичность при переменных нагружениях. Издательство МГУ. Москва. 1965.

2. Мазуренко Л.В. К расчету ростверков портовых гидротехнических сооружений на действие повторно-переменных нагрузок. Вестник ОГАСА. Выпуск № .Одесса.2004.

3. Черноморниипроект. Отчет по теме НИР "Совершенствование конструкций портовых гидротехнических сооружений и методов их расчета". Одесса, 1966.