УДК 624.073.74

К РАСЧЕТУ РОСТВЕРКОВ ПОРТОВЫХ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ НА ДЕЙСТВИЕ ПОВТОРНО-ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗОК

Мазуренко Л.В. *(Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)*

В работе рассматриваются вопросы расчета идеального упруго-пластического тела на действие повторно-переменного нагружения.

Повторно-переменное нагружение – наиболее часто встречающийся вид нагружения портовых гидротехнических сооружений.

Поведение упруго-пластической системы при многократном и однократном нагружении существенно отличается.

Если при первом нагружении во всем теле или в некоторых его частях возникли пластические деформации, то при удалении внешних сил тело не возвращается в исходное состояние; в нем возникают остаточные деформации и остаточные напряжения. При последующем нагружении теми же силами, тело ведет себя иначе, чем при нагружении его из исходного состояния. Нарушения прочности конструкции при переменной нагрузке качественно другие чем при однократном нагружении.

Циклическое изменение пластических деформаций (переменная текучесть) вызывает нагружение прочности при нагрузках, которые не были опасны в первых циклах.

Накопление перемещений в конструкции от цикла к циклу при определенной последовательности и величине нагрузки приводит к так называемому "прогрессивному разрушению".

Представляется возможным найти такие границы изменения внешних сил, при которых процесс произвольного нагружения приводит к стабилизирующимся деформациям. Этот эффект называется приспособляемостью. Из изложенного видны особенности повторно-переменного нагружения и возможность его для практических задач.

Важнейшие результаты в данной области были получены Блейком Х. [1], Меланом, Нилом Б.Г., Ходжем Ф. и Москвитиным [2].

При анализе работы [2] следует отметить две тенденции:

1. Качественное исследование систем дифференциальных уравнений при переменных нагружениях.
2. Использование аппарата "классической" теории приспособляемости.

К сожалению, оба эти направления излагаются, разобщено и результаты их применения к стержневым системам различны.

Так, классические примеры Саймондса и Нила, связанные с прогрессивным разрушением, Москвитин В.В. квалифицирует как "конструктивное разупрочнение", говоря о том, что это "есть в какой-то степени исключительный процесс, мало пока еще изученный с общих точек зрения".

Нечеткое определение приспособляемости, фигурирующие в [2], во многом способствовало разобщению результатов обоих направлений. По Москвитину В.В. "условием приспособляемости системы является условие отсутствия пластических деформаций после полной разгрузки и при последующем, нагружении силами обратного знака". Кроме того, при анализе приспособляемости статически неопределимых систем Москвитин В.В. не учел того, что часть внешних сил сама является функцией напряженного состояния системы.

Занимаясь расчетом ростверков портовых гидротехнических сооружений по предельным состояниям, невозможно обойтись без исследования свойств упруго-пластических систем при повторно-переменной нагрузке.

Рама ростверка рассматривается, как упруго-пластическое тело Прандтля, состояние которого описывается системой дифференциальных уравнений теории пластичности при переменных нагружениях с использованием принципа Мазинга [2]. В систему этих уравнений, выведенную впервые Москвиным В.В., входят внешние силы, которые являются независимыми от самого рабочего тела. Однако, в статически-неопределимых системах, где есть "лишние" неизвестные, это не так. Ряд внешних сил (раскрывающих статическую неопределимость) зависит от напряженного состояния системы. Все это равносильно введению дополнительных неизвестных, что требует новых уравнений, содержащих эти неизвестные. Их роль играют уравнения совместности деформаций в общем виде.

Только качественный анализ такой замкнутой системы уравнений сможет объяснить явление конструктивной приспособляемости. Рассмотренные Москвиным В.В. теоремы применимы лишь к статически определимым системам.

Для статически неопределимых систем должны быть доказаны свои теоремы.

Важнейшим вопросом является синтез идей качественного анализа системы дифференциальных уравнений и "классического" направления в теории приспособляемости.

Рассмотрим первую теорему о переменном нагружении для статически определимых систем [3].

Первая теорема Москвина В.В. о переменном нагружении, справедливая для статически определимых систем, заключается, в том, что (рис.1):

$$\overline{\sigma_{ij}} = \sigma'_{ij} - \sigma''_{ij} \qquad \overline{\varepsilon_{ij}} = \varepsilon'_{ij} - \varepsilon''_{ij},$$

где σ'_{ij} ; ε'_{ij} и σ''_{ij} ; ε''_{ij} - напряжения и деформации в конструкции перед началом разгрузки и после приложения знакопеременной нагрузки соответственно,

$\overline{\sigma_{ij}}$; $\overline{\varepsilon_{ij}}$ - напряжения и деформации, которые возникают в рассматриваемой системе при ее первом нагружении из естественного состояния силами $\overline{R'} - \overline{R''}; \overline{P'} - \overline{P''}$ при условии, что предел текучести материала увеличен в α_2 раз.

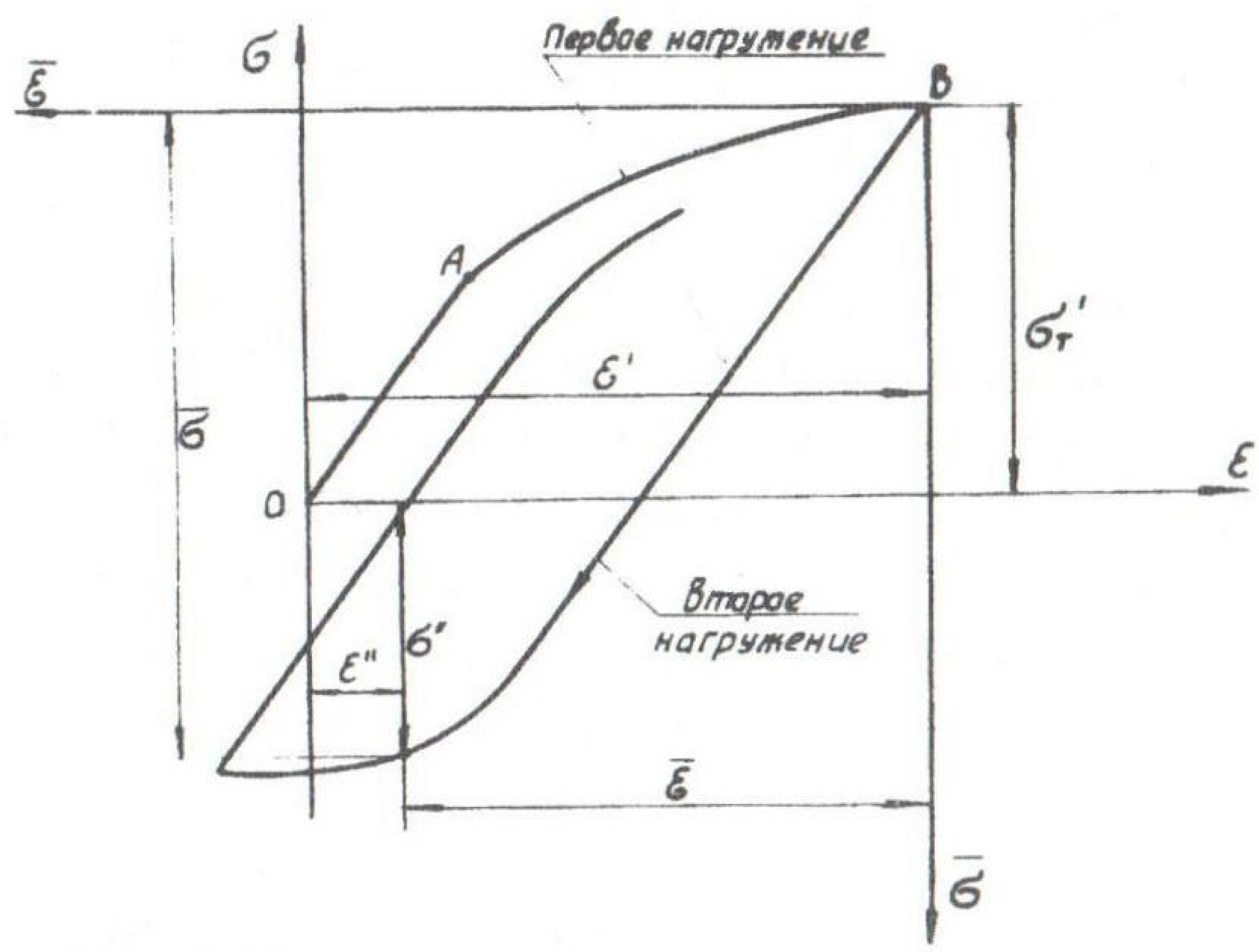

Рис.1 Схема переменного нагружения

Смысл этой теоремы заключается в том, что на основании решений однократного нагружения для состояния со "штрихом" и с "чертой" получается решение для нагрузки обратного знака по сравнению с первоначальной. Это вытекает из анализа системы уравнений (1):

$$\sum_j \frac{\partial \sigma'_{ij}}{\partial j} + \rho R'_i = 0 \text{ - уравнения равновесия}$$

$$(i,\ j = 1,2,3)$$

$$\sum_j \sigma'_{ij} l_j = P'_i \text{ - граничные условия}$$

Компоненты деформаций должны удовлетворять уравнениям совместности деформаций:

$$2\frac{\partial^2 \varepsilon'_{ij}}{\partial i \partial j} = \frac{\partial^2 \varepsilon'_{ii}}{\partial j^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon'_{jj}}{\partial i^2} \qquad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon'_{ij}}{\partial j \partial K} = \frac{\partial}{\partial i}\left(\frac{\partial \varepsilon'_{iK}}{\partial j} + \frac{\partial \varepsilon'_{ij}}{\partial K} - \frac{\partial \varepsilon'_{jK}}{\partial i}\right)$$

Компоненты напряжений и деформаций связаны следующими уравнениями:

$$\overline{\sigma_{ij}} - \sigma'_u \delta_{ij} = \frac{2\sigma'_u}{2\varepsilon'_u}\left(\varepsilon'_{ij} - \varepsilon'_u \delta_{ij}\right)$$

$$\sigma'_u = \Phi'(\varepsilon'_u)$$

с использованием принципа Мазинга [2]:

$$\overline{\sigma_u} = \alpha_2 \Phi'\left(\frac{\overline{\varepsilon_u}}{\alpha_2}\right)$$

Здесь $\overline{R'}; \overline{P'}$ и $\overline{R''}; \overline{P''}$ - объемные и поверхностные силы первого (прямого) и второго (знакопеременного) нагружения соответственно.

δ_{ij} - символ Кронекера.

В статически неопределимых системах к указанным выше уравнениям добавляются уравнения совместности деформаций. Для упрощения выкладок запишем их для плоской рамы.

Из доказательства будет очевидна справедливость утверждений теоремы и для пространственных рам.

Как обычно, расчетная схема рамы принимается по осям стержней. Начало координат выбираем в нижнем конце свай.

u, v и w – смещение вдоль осей.

Условия совместности для рамы формулируются в виде:

1) сохранения прямого угла в узлах рамы;
2) равенства горизонтальных смещений всех голов свай (продольными деформациями ригеля пренебрегаем).

$$\left.\frac{\partial U}{\partial y}\right|_{\substack{x=0\\ y=H+l_0\\ Z=0}} = \left.\frac{\partial V}{\partial x}\right|_{\substack{x=0\\ y=H+l_0\\ Z=0}}$$

сваи ригеля

$$\left.\frac{\partial U}{\partial y}\right|_{\substack{x=a\\ y=H+l_0\\ Z=0}} = \left.\frac{\partial V}{\partial x}\right|_{\substack{x=a\\ y=H+l_0\\ Z=0}}$$

и также для всех прямых углов рамы.

$$U_{1свau}\Big|_{\substack{x=0\\ y=H+l_0\\ Z=0}} = U_{2свau}\Big|_{\substack{x=a\\ y=H+l_0\\ Z=0}} = \ldots\ldots = U_{n\ свau}\Big|_{\substack{x=n\\ y=H+l_0\\ z=0}}$$

Как известно $\varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x}; \varepsilon_y = \frac{\partial V}{\partial y}; \varepsilon_z = \frac{\partial W}{\partial z}$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}; \gamma_{yz} = \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y}; \gamma_{zx} = \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z}$$

Тогда

$$U = \int \varepsilon_x dx + \varphi(y; z)$$

$$V = \int \varepsilon_y dy + \psi(x; z)$$

$$W \int \varepsilon_z dz + \xi(x; y)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \int \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad \frac{\partial U}{\partial z} = \int \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial z} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial z};$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \int \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x} dy + \frac{\partial \psi}{\partial x}; \quad \frac{\partial V}{\partial z} = \int \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial z} dy + \frac{\partial \psi}{\partial z};$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \int \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial x} dz + \frac{\partial \xi}{\partial x}; \quad \frac{\partial W}{\partial y} = \int \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial y} dz + \frac{\partial \xi}{\partial y}$$

Уравнения

$$\gamma_{xy} = \int \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y} dx + \int \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x} dy + \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz} = \int \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial z} dy + \int \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial y} dz + \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \xi}{\partial y}$$

$$\gamma_{zx} = \int \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial x} dz + \int \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial z} dx + \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

дают возможность составить дифференциальные уравнения для нахождения произвольных функций φ, ψ, ξ, выражаемых через основные неизвестные ε'_{ij} системы (1)

$$\left(\varepsilon'_x; \varepsilon'_y; \varepsilon'_z; \gamma'_{xy}; \gamma'_{xz}; \gamma'_{yz}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial x} &= F_1(x; y; z) \\ \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \xi}{\partial y} &= F_2(x; y; z) \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \xi}{\partial x} &= F_3(x; y; z) \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

При известных и заданных P'_i и R'_i все

$$\varepsilon'_{ij} = f_{ij}\,(x; y; z)$$

Пусть $\varphi_1; \psi_1; \xi_1$ - решение уравнений (2), соответствующее нагрузке, приводящей к σ'_{ij} и ε'_{ij}, а $\varphi_2; \psi_2; \xi_2$ - соответствует σ''_{ij} и ε''_{ij}.

Тогда выполняется

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \varphi_1}{\partial y} + \dfrac{\partial \psi_1}{\partial x} \equiv F_1' \\ \dfrac{\partial \psi_1}{\partial z} + \dfrac{\partial \xi_1}{\partial y} \equiv F_2' \\ \dfrac{\partial \varphi_1}{\partial z} + \dfrac{\partial \xi_1}{\partial x} \equiv F_3' \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial \varphi_2}{\partial y} + \dfrac{\partial \psi_2}{\partial x} \equiv F_1'' \\ \dfrac{\partial \psi_2}{\partial z} + \dfrac{\partial \xi_2}{\partial y} \equiv F_2'' \\ \dfrac{\partial \varphi_2}{\partial z} + \dfrac{\partial \xi_2}{\partial x} \equiv F_3'' \end{cases}$$

Вычитая из левой системы уравнений почленно правую и используя линейность оператора производной получим:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial y}(\varphi_1 - \varphi_2) + \dfrac{\partial}{\partial x}(\psi_1 - \psi_2) = F_1' - F_1'' \\ \dfrac{\partial}{\partial z}(\psi_1 - \psi_2) + \dfrac{\partial}{\partial y}(\xi_1 - \xi_2) = F_2' - F_2'' \\ \dfrac{\partial}{\partial z}(\varphi_1 - \varphi_2) + \dfrac{\partial}{\partial x}(\xi_1 - \xi_2) = F_3' - F_3''' \end{cases}$$

Пусть граничные условия будут для:

$$\varphi_1 - \varphi_1^\circ; \;\; \varphi_2 - \varphi_2^\circ \;\; \psi_1 - \psi_1^\circ; \;\; \psi_2 - \psi_2^\circ; \;\; \xi_1 - \xi_1^\circ; \;\; \xi_2 - \xi_2^\circ$$

Это означает, что разностям $\varepsilon_{ij}' - \varepsilon_{ij}''$ и $\sigma_{ij}' - \sigma_{ij}''$ соответствуют решения системы (2) $\varphi_1 - \varphi_2; \psi_1 - \psi_2$ и $\xi_1 - \xi_2$, если граничные условия для функций $\varphi; \psi; \xi$, отвечающих $\varepsilon_{ij}' - \varepsilon_{ij}''$ и $\sigma_{ij}' - \sigma_{ij}''$, равны $\varphi_1^\circ - \varphi_2^\circ; \psi_1^\circ - \psi_2^\circ$ и $\xi_1^\circ - \xi_2^\circ$ ….(3)

Покажем, что если условие $\dfrac{\partial U'}{\partial y} = \dfrac{\partial V'}{\partial x}$ при любых координатах x; y и z соответствует состоянию ε_{ij}' и σ_{ij}', а $\dfrac{\partial U''}{\partial y} = \dfrac{\partial V''}{\partial x}$ состоянию ε_{ij}'' и σ_{ij}'', то состоянию $\varepsilon_{ij}' - \varepsilon_{ij}''$ и $\sigma_{ij}' - \sigma_{ij}''$ отвечает условие совместности

$$\frac{\partial (U' - U'')}{\partial y} = \frac{\partial (V' - V'')}{\partial x}$$

для любых координат x; y и z.

Действительно, $\frac{\partial U'}{\partial y} = \frac{\partial V'}{\partial x}$ или

$$\int \frac{\partial \varepsilon'_x}{\partial y} dx + \frac{\partial \varphi'}{\partial y} = \int \frac{\partial \varepsilon'_y}{\partial x} dy + \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{4}$$

а $\frac{\partial U''}{\partial y} = \frac{\partial V''}{\partial x}$ или

$$\int \frac{\partial \varepsilon''_x}{\partial y} dx + \frac{\partial \varphi''}{\partial y} = \int \frac{\partial \varepsilon''_y}{\partial x} dy + \frac{\partial \psi''}{\partial x} \tag{5}$$

Вычитая из (4) уравнение (5), получим:

$$\int \frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon'_x - \varepsilon''_x\right)dx + \frac{\partial}{\partial y}\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon'_y - \varepsilon''_y\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\psi_1 - \psi_2\right) \tag{6}$$

Выше было показано, что при выполнении граничных условий (3) состоянию системы $\varepsilon'_{ij} - \varepsilon''_{ij}$ и $\sigma'_{ij} - \sigma''_{ij}$ отвечают решения системы (2) $\varphi_1 = \varphi_2 ; \psi_1 = \psi_2$ и $\xi_1 = \xi_2$. Но тогда уравнение (6) точно отвечает условию совместности

$$\frac{\partial\left(U' - U''\right)}{\partial y} = \frac{\partial\left(V' - V''\right)}{\partial x}$$

Докажем еще, если условие

$$U'_{1стойки} = U'_{2стойки} = ... = U'_{n\ стойки} \tag{7}$$

при любых координатах x; y и z соответствует состоянию $\varepsilon'_{ij} ; \sigma'_{ij}$, а

$$U''_{1стойки} = U''_{2стойки} = ... = U''_{n\ стойки} \quad \ldots \tag{8}$$

соответствует состоянию ε''_{ij} ; σ''_{ij}, то состоянию $\varepsilon'_{ij} - \varepsilon''_{ij} ; \sigma'_{ij} - \sigma''_{ij}$ отвечает условие совместности:

$$U'_{1стойки} - U''_{1стойки} = U'_{2стойки} - U''_{2стойки} = ... = U'_{nстойки} - U''_{nстойки} \tag{9}$$

Действительно, (7) равносильно

$$\int \varepsilon'_x dx + \varphi_1\Big|_{1стойки} = \int \varepsilon'_x dx + \varphi_1\Big|_{2стойки} = \ldots = \int \varepsilon'_x dx + \varphi_1\Big|_{n\ стойки} \quad (10)$$

а (8) равносильно

$$\int \varepsilon''_x dx + \varphi_2\Big|_{1стойки} = \int \varepsilon''_x dx + \varphi_2\Big|_{2стойки} = \ldots = \int \varepsilon''_x dx + \varphi_2\Big|_{n\ стойки} \quad (11)$$

Вычитая из (10) уравнение (11), получим:

$$\begin{aligned} &\int (\varepsilon'_x - \varepsilon''_x)dx + (\varphi_1 - \varphi_2)\Big|_{1стойки} = \int (\varepsilon'_x - \varepsilon''_x)dx + (\varphi_1 - \varphi_2)\Big|_{2стойки} = \\ &= \ldots = \int (\varepsilon'_x - \varepsilon''_x)dx + (\varphi_1 - \varphi_2)\Big|_{n\ стойки} \end{aligned} \quad (12)$$

Выполнения равенства (3) для граничных условий означает, что (2) точно отвечает условию совместности (9).

Итак, доказано: при выполнении равенства (3) для граничных условий функции $\varphi;\psi;\xi$ состоянию $\varepsilon'_{ij} - \varepsilon''_{ij};\sigma'_{ij} - \sigma''_{ij}$ отвечают условия совместности деформаций, равные разности соответствующих состояниям $\varepsilon'_{ij};\sigma'_{ij}$ и $\varepsilon''_{ij};\ \sigma''_{ij}$.

Но $\varepsilon'_{ij} - \varepsilon''_{ij} = \overline{\varepsilon_{ij}}$ и $\sigma'_{ij} - \sigma''_{ij} = \overline{\sigma_{ij}}$ удовлетворяют всем уравнениям системы (1), доказательство чего и составляет содержание первой теоремы о переменном нагружении.

Тогда, на основании доказанного соответствия уравнений совместности деформаций, исходя из теоремы Москвитина В.В., можно сформулировать первую теорему о переменном нагружении для статически неопределимых систем:

Состояния сооружения, определяемое $\overline{\sigma_{ij}};\overline{\varepsilon_{ij}}$, можно охарактеризовать как состояние, испытываемое сооружением при первом нагружении силами $\overline{R'} - \overline{R''}$; $\overline{P'} - \overline{P''}$ и увеличении предела текучести в α_2 раз, если выполняется равенство (3) для граничных условий функций $\varphi;\psi;\xi$.

В каких практически важных случаях можно сразу сказать, что условие (3) выполняется?

1. Для жестко заделанных рам, где при любых внешних воздействиях $\varphi^\circ = \psi^\circ = \xi^\circ = 0_x$ и из $\varphi_1^\circ = \psi_1^\circ = \xi_1^\circ = 0$ и $\varphi_2^\circ = \psi_2^\circ = \xi_2^\circ = 0$ вытекает $\varphi_1^\circ - \varphi_2^\circ = \psi_1^\circ - \psi_2^\circ = \xi_1^\circ - \xi_2^\circ = 0$.

2. Для бесконечно длинных свай с нулевыми граничными условиями для $\varphi;\psi;\xi$ на нижнем конце свай.

Для свай конечной длины, когда φ° и ψ° без особых погрешностей могут быть приняты равными нулю (смещения φ и ψ перпендикулярны к оси сваи и крайне малы по сравнению с деформациями головы ее). Смещение конца $\xi \neq 0$ *и* $\xi_1 \neq 0$ *и* $\xi_2 \neq 0$; утверждать, что $\overline{\xi} = \xi_1 - \xi_2$ нельзя.

Строго говоря, доказанная теорема тут несправедлива.

Из принятых обозначений вытекает:

$$\sigma''_{ij} = \sigma'_{ij} - \overline{\sigma_{ij}}\ ;\ \overline{\overline{\varepsilon_{ij}}} = \varepsilon'_{ij} - \varepsilon''_{ij}$$

и первую теорему о переменном нагружении можно выразить так:

Напряжения и деформации при знакопеременным нагружении равны разностям

$$\sigma''_{ij} = \sigma'_{ij} - \overline{\sigma_{ij}}\ ;\ \varepsilon''_{ij} = \varepsilon'_{ij} - \overline{\varepsilon_{ij}}$$

соответствующих напряжений σ'_{ij} и деформаций ε'_{ij}, существовавших перед началом разгрузки, и некоторых "фиктивных", являющихся результатом решения задачи об упруго-пластической работе статически неопределимой системы силами, равными разности сил $\overline{R'}$, $\overline{P'}$, приложенных перед началом разгрузки и сил $\overline{R''}$, $\overline{P''}$, которые осуществляют рассматриваемое знакопеременное нагружение, при условии, что предел текучести материала увеличивается в α_2 раз и соблюдении равенства (3) для граничных условий функций $\varphi;\psi;\xi$.

Если на основании доказанного провести анализ остальных теорем Москвитина В.В., то станет ясно, что все они справедливы и для статически неопределимых систем с нулевыми граничными условиями для функций $\varphi;\psi;\xi$ при условии, что состояния σ'_{ij} и ε'_{ij} определяются с учетом уравнений совместности деформаций.

Справедливость теорем Москвитина (при определении уравнений совместности деформаций) приводит к возможности определения напряжений и деформаций при произвольном n-ом нагружении через компоненты первого нагружения

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \sigma_{ij}^{(n-1)} + (-1)^{n-1}\overline{\sigma}^{(n)}$$
$$\varepsilon_{ij}^{(n)} = \varepsilon_{ij}^{(n-1)} + (-1)^{n-1}\overline{\varepsilon}_{ij}^{(n)} \qquad (13)$$

Отсюда, суммируя левые и правые части выражений (13) при изменении «n» от 2-х до n, получим:

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \sigma'_{ij} + \sum_{k=2}^{n}(-1)^{k-1}\overline{\sigma_{ij}}^{(k)}$$
$$\varepsilon_{ij}^{(n)} = \varepsilon'_{ij} + \sum(-1)^{(k-1)}\overline{\varepsilon_{ij}}^{(k)} \qquad (14)$$

Тут $\overline{\sigma_{ij}}^{(k)}$ и $\overline{\varepsilon_{ij}}^{(k)}$ определяется из той же системы уравнений, что и σ'_{ij} и ε'_{ij} путем замены в них предела текучести σ_1 на $\alpha_k\sigma_1$ и сил $\overline{R'_i}$ и $\overline{P'}_i$ на

$$(-1)^k\left(R_i^{(k-1)} - R_i^{(k)}\right) \text{ и } (-1)^k\left(P_i^{(k-1)} - P_i^{(k)}\right)$$

При изменении внешних сил по закону симметричных циклов (при равенстве коэффициента Мазинта $\alpha = 2$).

$$R''_i = -R'_i\,; P''_i = -P'_i$$
$$\sigma_{ij}^{(n)} = (-1)^{(n-1)}\sigma'_{ij}; \qquad \varepsilon_{ij}^{(n)} = (-1)^{(n-1)}\varepsilon'_{ij} \qquad (14')$$

Можно заметить, что ни в одном примере на прогрессивное разрушение не фигурирует знакопеременная нагрузка. Это не случайно, ибо при наличии нулевых граничных условий в стойках рам напряжения и деформации в системе сохраняются, после любого числа нагружений. Это положение подтверждается и опытами, выполненными в Шеффилдском университете над свободно-опертыми стальными балками прямоугольного и двутавроворого поперечного сечения, воспринимавшими действия переменной сосредоточенной силы, приложенной в середине пролета. При изменении изгибающего момента от $+M_{пл}$ до $-M_{пл}$ в течение 50 циклов сохранялось стационарное состояние. Лазард повторил подобные опыты над сплошными настилами и настилами с просветами отверстиями и также не наблюдал тенденцию к разрушению при знакопеременном изгибе.

Задачей формул (14) является нахождение такого общего множителя всех нагрузок ν, чтобы при определенной последовательности их приложения ряд в правой части формул (14) был возрастающим по крайне мере в (n+1) точек сооружения.

Эту задачу следует определить как основную в теории приспособляемости.

Чем мы располагаем для ее решения?

1. Решение задачи однократного упруго-пластического нагружения конструкции (внешние силы входят с параметром ν).
2. Качественным анализом решений многократного нагружения.

При многократном нагружении всех $\alpha_к$ можно (при гипотезе идеальной цикличности) принять равным 2. Массовые силы при внешних загружениях не изменяются и

$$(-1)^k\left(R_i^{(k-1)} - R_i^{(k)}\right) = 0$$

Существенно лишь влияние изменения поверхностных сил $\overline{P'}_i^{(k)}$.

Так как любое чередование нагрузок приводит, в конце концов, к произвольной схеме загружения, а конструкция за это время не успела превратиться в механизм, то любую нагрузку можно принять за начальную.

Вывод.

Доказано, что теоремы Москвитина В.В. справедливы и для статически неопределимых систем при повторно-переменной нагрузке.

Литература

1. H. Bleich. Uber die Bemessung statisch unbestimmter Stantragwerke unter Beriicksichtigung des elastisch-plastischen, Verhaltens des Baustoffes, Bauingenieer, 13,264 (1932)

2. Москвитин В.В. Пластичность при переменных нагружениях. Издательство МГУ.1965.

3. Черноморниипроект. Отчет по теме НИР "Совершенствование конструкций портовых гидротехнических сооружений и методов их расчета". Одесса, 1966.