

РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КУПОЛОВ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ.

Дорофеев В.С., Яременко А.Ф., Яременко Е.А. (Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)

В статье приведена методика расчета железобетонных куполов. Результаты расчета соответствуют экспериментальным данным по деформативности и несущей способности.

1. Диаграммы деформирования бетона. Диаграммы - изохроны.

Необходимость дальнейшего совершенствования методов расчета железобетонных конструкций требует использования моделей, основанных на реальных диаграммах деформирования материалов с учетом характера и длительности действия нагрузки. В настоящее время достаточно подробно разработаны аналитические описания диаграмм деформирования бетона и арматуры для одноосного сжатия (растяжения) [1], [2].

Кратковременное нагружение [2]. При центральном сжатии диаграмма деформирования бетона может быть представлена в виде:

$$\varepsilon_b = \sigma_b / (E_b^0 \nu_b) \quad (1)$$

где $\varepsilon_b, \sigma_b, E_b^0$ - относительные деформации, напряжения и начальный модуль упругости бетона; ν_b - коэффициент изменения секущего модуля ($E_b^0 \nu_b$ секущий модуль);

$$\nu_b = \bar{\nu}_b \pm (\nu_0 - \bar{\nu}_b) \sqrt{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2} \quad (2)$$

здесь $\bar{\nu}_b$ значение коэффициента изменения секущего модуля в вершине диаграммы; ν_0 - значение коэффициента ν_b в начале диаграммы; η - уровень напряжений; ω_1, ω_2 - параметры кривизны диаграммы:

$$\bar{\nu}_b = \bar{\sigma}_b / (\bar{\varepsilon}_b E_b^0); \quad \bar{\sigma}_b = -R_{b,ser}; \quad \eta = \sigma_b / \bar{\sigma}_b; \quad \omega_2 = 1 - \omega_1 \quad (3)$$

$\bar{\sigma}_b, \bar{\varepsilon}_b$ - соответственно напряжение и деформация в вершине диаграммы. Для восходящей ветви диаграммы ($|\varepsilon_b| \leq |\bar{\varepsilon}_b|$)

$$\nu_0 = 1; \quad \omega_1 = 2 - 2,5\nu_b; \quad (4)$$

для нисходящей ветви диаграммы ($|\varepsilon_b| > |\bar{\varepsilon}_b|$)

$$\nu_0 = 2,05\nu_b; \quad \omega_1 = 1,95\nu_b - 0,138; \quad (5)$$

Длительное нагружение [3],[4]. Для описания деформирования бетона при длительном действии нагрузки используются диаграммы-изохроны. Аналитическая запись диаграмм - изохрон подобна аналогичной записи диаграмм кратковременного деформирования бетона. Зависимость между деформациями и напряжениями для любого момента времени t может быть представлена следующим образом:

$$\varepsilon_b(t) = \sigma_b(t) / (E_b(t)\nu_b(t)) \quad (6)$$

где $\nu_b(t)$ - функция, которая учитывает неупругость и особенности длительного деформирования бетона.

При произвольном режиме изменения напряжений, в случае если $E_b(t) = E_b^0 = \text{const}$

$$\nu_b(t) = \frac{\nu_b}{1 + \nu_b A(t, t_0)}, \quad A(t, t_0) = \int_{t_0}^t \frac{\sigma_b(\tau)}{\sigma_b(t)} f_0[\eta(\tau)] \frac{\partial \varphi(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (7)$$

где ν_b - коэффициент изменения секущего модуля упругости бетона при действии напряжений $\sigma(t_0)$; t_0 - возраст бетона в момент нагружения, сут.; $t - t_0$ - длительность действия нагрузки; $\eta(\tau) = \sigma(\tau) / R$ - уровень напряжений; $\varphi(t, \tau)$, $f[\eta(\tau)]$ - характеристика ползучести бетона и функция, учитывающая нелинейность деформаций ползучести соответственно [5]:

$$\varphi(t, \tau) = \varphi \Omega(\tau) [1 - e^{-\gamma_1(t-\tau)}]; \quad \Omega(t) = 0,5 + de^{-2\gamma_1 t}; \quad (8)$$

$$f_c[\eta(\tau)] = 1 + \nu_c \eta^4(t). \quad (9)$$

Для жесткого режима нагружения когда нагрузка прикладывается в течение непродолжительного отрезка времени, и в дальнейшем сохраняется постоянной $\sigma(\tau) = \sigma(t) = \text{const}$

$$A(t, t_0) = f_c(\eta(t_0)) \varphi(t, t_0) \quad (10)$$

Для режима постепенного (мягкого) нагружения, когда напряжения возрастают во времени по экспоненциальному закону

$$\frac{\sigma(\tau)}{\sigma(t)} = 1 - De^{-\beta(t-\tau)}$$

где D и β - параметры режима нагружения

$$A(t-t_0) = \varphi B [1 - e^{-\gamma_1 t_1} - \frac{D\gamma_1}{\beta + \gamma_1} (1 - e^{-(\beta + \gamma_1)t_1}) + \\ + v_c \eta^4(t) \sum_{k=0}^5 (-1)^k C_5^k \frac{D^k \gamma_1}{k\beta + \gamma_1} (1 - e^{-(k\beta + \gamma_1)t_1})] \quad (11)$$

$$\text{где: } C_5^k = \frac{5!}{k!(5-k)!} \text{ для } 0 \leq k \leq 5, \quad t_1 = t - t_0 \quad (12)$$

2. Сферические купола с трещинами. Осесимметричная задача.

Задача расчета купола, подкрепленного опорным кольцом, впервые была поставлена и решена К. Гиркманом [6] и С.П. Тимошенко [7]. Решения задачи для различных вариантов загрузки и очертаний поверхности куполов выполнено в книге польских авторов Cz. Klos, A. Mtzel, J. Suwalski [8]. После приведения к канонической форме метода сил (В.Н. Байков [9] и А.М. Овечкин [10]) метод расчета вошел в Руководство [11]. При составлении алгоритма расчета железобетонных куполов авторы воспользовались этими источниками, а также книгой И.И. Улицкого и др. [12], дополнив метод возможностью учета трещин и нелинейного деформирования материалов. Трещинообразование учитывается на основе расчетной модели В.И. Мурашева [13], принятой в настоящее время в международных нормах. В качестве метода решения принят метод переменных параметров упругости, в котором модуль упругости E заменяется секущим модулем $E \cdot \nu$. Поскольку значение секущего модуля (коэффициента ν) заранее неизвестно, то задача решается методом последовательных приближений. В первом приближении материал считается упругим. Из "упругого" расчета определяются полные усилия от всех нагрузок и воздействий.

Предназначенная для определения краевых усилий M_{in} и H_n^1 система канонических уравнений метода сил, выражающих совместность угловых и линейных перемещений купола и кольца по линии их сопряжения, имеет вид

$$\delta_{11}^n M_{1n} + \delta_{12}^n H_n^1 + \Delta_{1q}^n = 0 \\ \delta_{21}^n M_{1n} + \delta_{22}^n H_n^1 + \Delta_{2q}^n = 0 \quad (13)$$

где: $\delta_{11}^n, \delta_{21}^n, \Delta_{1q}^n$ - взаимные углы поворота края оболочки и кольцевой балки в основной системе от действия единичных значений лишних неизвестных и внешних нагрузки;

$\delta_{21}^n, \delta_{22}^n, \Delta_{2q}^n$ - взаимные горизонтальные перемещения края оболочки и кольцевой балки в основной системе от действия лишних неизвестных единичной величины и внешней нагрузки.

Единичные перемещения системы уравнений (13) с учетом нелинейности определяются формулами:

$$\begin{aligned}\delta_{11}^n &= \frac{4k^3}{Ek_{N1}hR} + \frac{r_n^2}{E_n \cdot k_n J_n}; \\ \delta_{12}^n &= \delta_{21}^n = -\frac{2k^2}{Ek_{N1} \cdot h} \sin \alpha_n + \frac{r_n^2}{E_n k_n J_n} e \\ \delta_{22}^n &= \frac{2Rk}{Ek_{N1} \cdot h} \sin \alpha_n + \frac{r_n^2}{E_n k_n F_n} + \frac{r_n^2}{E_n k_n J_n} e^2\end{aligned}\quad (14)$$

Полные грузовые перемещения складываются из перемещений края оболочки Ψ_n^0, ξ_n^0 и перемещений кольцевой балки Ψ_n^B, ξ_n^B :

$$\Delta_{1q}^n = \Psi_n^0 + \Psi_n^B; \Delta_{2q}^n = \xi_n^0 + \xi_n^B \quad (15)$$

$$\begin{aligned}\Psi_n^0 &= \frac{1}{Eh} \left[(1+\nu) (N_{1\alpha}^0 - N_{2\alpha}^0) \operatorname{ctg} \alpha - \frac{d}{d\alpha} (N_{2\alpha}^0 - \nu N_{1\alpha}^0) \right]; \\ \xi_n^0 &= \frac{r_n}{Eh} (N_{2\alpha}^0 - \nu N_{1\alpha}^0)\end{aligned}\quad (16)$$

$$\Psi_n^B = \frac{r_n^2}{E_n J_n} H_n^0 \cdot e_1 = \frac{r_n N_n^0}{E_n F_n} e_1; \xi_n^B = \frac{r_n^2}{E_n J_n} H_n^0 = \frac{r_n N_n^0}{E_n F_n}. \quad (17)$$

R – радиус кривизны купола (для сферического купола меридиональный и кольцевой радиусы кривизны одинаковы); r – радиус параллельного круга сечения углом α ; α_0 – угол раствора оболочки (большого контура);

Для оболочки необходимо определить: продольные усилия N_1 (меридиональные), N_2 (кольцевые) и изгибающие моменты M_1 . Для кольцевых балок – продольные усилия N_1 (фонарная балка) и N_0 (опорная балка).

По названным усилиям определяются пять коэффициентов ν ; k_{N1} , k_{N2} , k_M – для оболочки, k_I и k_0 – для фонарной и опорной балок.

Величины коэффициентов доставляются тремя процедурами BETON, BCRC, DCRM.

Процедура BETON предназначена для определения секущего модуля деформаций бетона при сжатии или растяжении, пока в сечении оболочки либо балки нет трещин. В процедуре использованы зависимости (1) ÷ (12).

Процедура BCRC предназначена для определения коэффициента k_{N2} осевой жесткости армированного элемента оболочки или балки с трещинами при растяжении. В таких условиях могут находиться меридиональные сечения оболочки – при действии кольцевых продольных усилий и опорная кольцевая балка.

Предусмотрена возможность пластического деформирования арматуры. Диаграмма состояния принята двухлинейной по типу Прандтля.

Процедура DCRM предназначена для определения изгибной жесткости сечений элементов оболочки в меридиональном направлении. Для оболочки величины коэффициентов k_{N1} , k_{N2} , k_M определяются как среднеарифметические по всем сечениям.

В формулах (16), (17) для определения грузовых перемещений модули упругости оболочки также умножаются на k_{N1} , а модули упругости балок – на k_n ($n=0,1$). В формулах для определения перемещений, а также в формулах для определения усилий характеристика затухания k теперь определяется зависимостью:

$$k \approx 1,31 \sqrt{\frac{R}{h}} \cdot 4 \sqrt{\frac{k_{N2}}{k_M}} \quad (18)$$

Условия сходимости процесса итераций приняты по краевым усилиям

$$\left| \frac{M_{1n}^j - M_{1n}^{j-1}}{M_{1n}^j} \right| < \delta \text{ и } \left| \frac{H_n^{1,j} - H_n^{1,j-1}}{H_n^{1,j}} \right| < \delta. \quad (19)$$

где j – номер итераций, δ – принятая точность сходимости приближений (0.0001).

Программа Kipol, реализующая метод расчета, разработана в системе TURBO PASCAL – 7.0.

3. Сопоставление результатов расчета куполов с экспериментальными данными А.М.Овечкина [10].

Для изготовления куполов применялся бетон цементно-песчаного состава. У куполов марки С прочность бетона (кубы с ребром 20 см) была $R=30$ МПа (класс бетона может определен как В 30). Класс бетона куполов марки В – В 25. Для армирования применялась проволока $\varnothing 2$ мм: неотожженная, сопротивлением $R_s=860$ МПа (купол марки В и опорное кольцо купола С-2) и отожженная, сопротивлением $R_s=395$ МПа (купола марки С – 1 и С - 2).

Купол С – 1 пологий с толщиной оболочки 4 см и с одиночной арматурой (рис. 1).

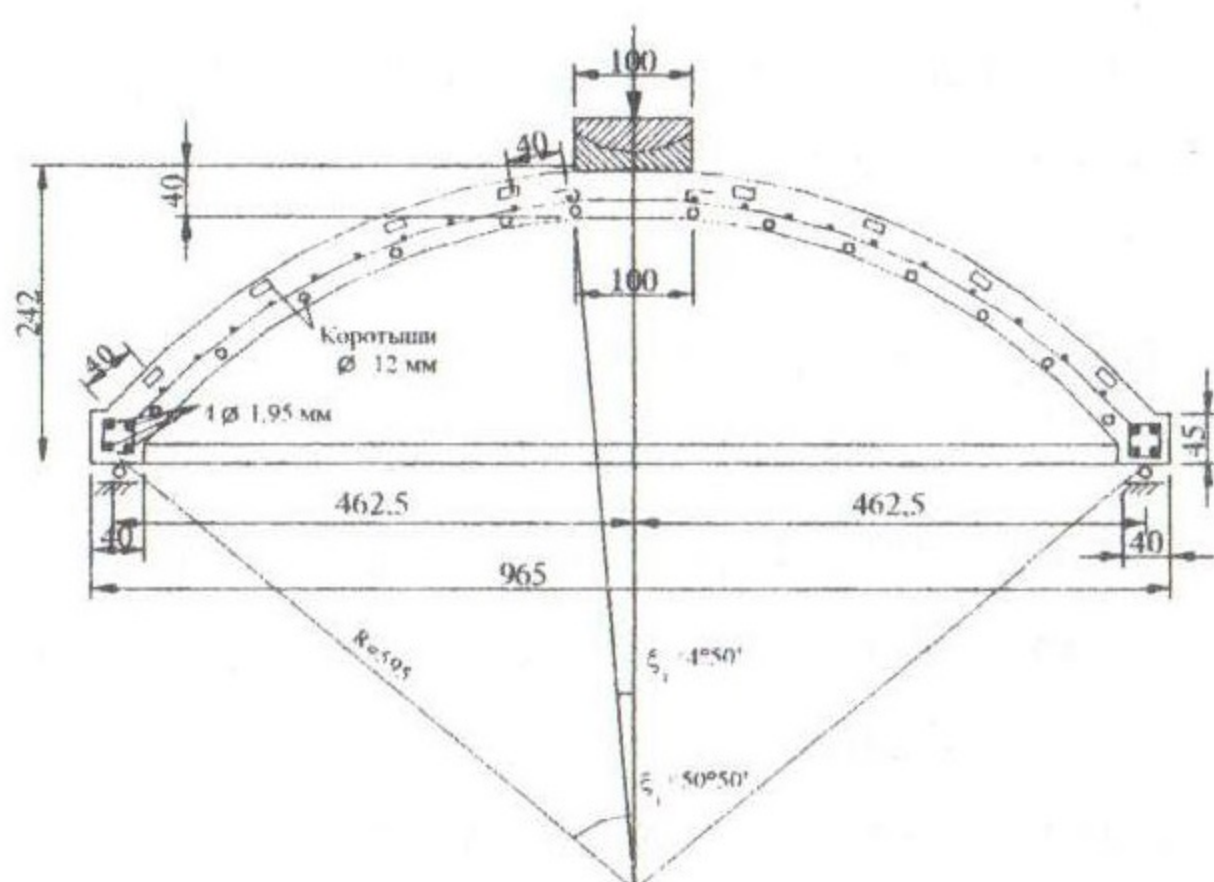


Рис. 1. Купол С-1.

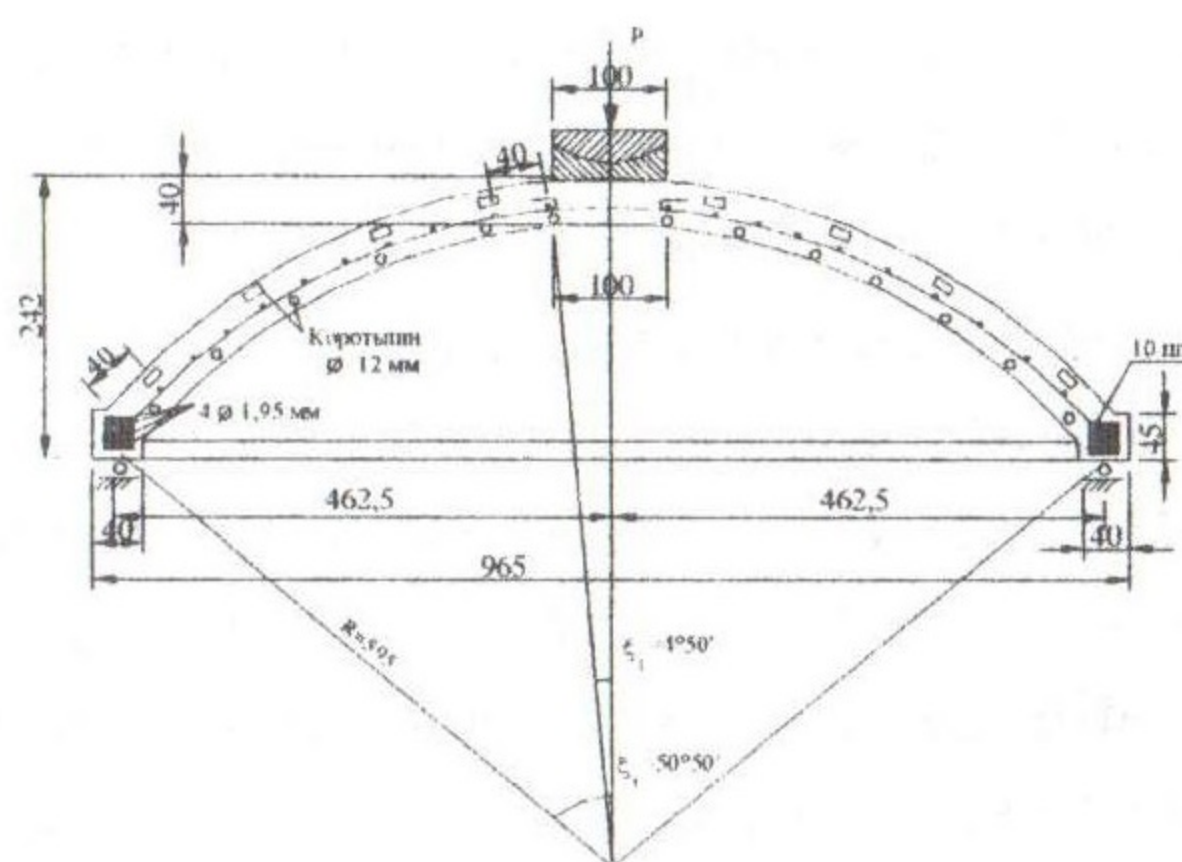


Рис. 2. Купол С-2.

Армирование купола состоит из кольцевой арматуры диаметром 1,95 мм, уложенной в виде спирали из одной нити отоженной проволоки с шагом 40 мм, и из меридиональной арматуры, состоящей из 16 $\varnothing$ 1,95 мм, из которых 12 $\varnothing$ 1,95 не доходят на расстояние 50 мм до вершины купола. В опорном кольце уложено четыре витка диаметра 1,95 мм из отоженной проволоки. Купол опирался на роликовые катки через стальные пластинки, подлитые под опорным кольцом купола.

Купол С-1 загружался вертикальной нагрузкой, передающейся через шаровую опору диаметром 10 см. Загружение велось ступенями через 5 кН и более часто после образования трещин. При нагрузке $P=25$ кН образовались первые десять меридиональных трещин. При $P=27,5$ кН образовалось еще десять меридиональных трещин. При дальнейшем нагружении новых трещин не образовывалось.

Купол С-2 отличался от предыдущего только тем, что кольцевая арматура в нем поставлена чаще, а именно через 30 мм, и в опорном кольце вместо 4 $\varnothing$ 1,95 мм уложено десять витков неотожженной проволоки диаметром 2 мм (рис. 2). Купол подвергался испытаниям дважды: один раз — нагрузкой, передающейся по кругу диаметром 10 см, и второй раз - нагрузкой, передающейся по кольцу с диаметрами: наружным 33 см и внутренним 23 см.

От первого нагружения купол продавился в вершине. Отколовшаяся часть имела диаметр вверху 10 см, а внизу 32 см. От второго испытания купол разрушился по меридиональной схеме

Купол Б-б-1 полусферический. Он отличается более мощным армированием опорного кольца и тем, что в вершине купола на площади диаметром 30 см отсутствуют как меридиональная, так и кольцевая арматура. В опорном кольце купола поставлено по три витка проволоки диаметром 2 мм у наружной и внутренней поверхностей. Каждые

три витка опорного кольца выполнены из одной нити. Кольцевая арматура (наружная и внутренняя) также выполнена из одной нити, уложенной спиралью, $d = 2$ мм с шагом 50 мм. Меридиональная арматура $d=2$ мм в количестве 2Х6 стержней. Арматура опорного кольца $6 \varnothing 2$ мм.

Выполненные по программе КУПОЛ расчеты позволили установить нагрузки трещинообразования и предельные (см. таблицу 1). Эпюры усилий в стадии нагружения, близкой к предельной приведены в таблице 2. Расчетные относительные смещения опорного контура приведены на рис. 3. Они несколько меньше, чем экспериментальные.

Таблица 1.

Сравнение опытных и расчетных нагрузок трещинообразования $P_{сгс}$ и предельных P_u .

Марка купола	$P_{сгс}$, кН		Погрешность %	P_u , кН		Погрешность %
	опыт	расчет		опыт	расчет	
С-1	25,0	30,0	16,7	28,0	25,0	-12,0
С-2	30,0	30,0	-	115,0	110,0	-4,5
В-В-1	100,0	150,0	33,0	328,0	300,0	-9,3

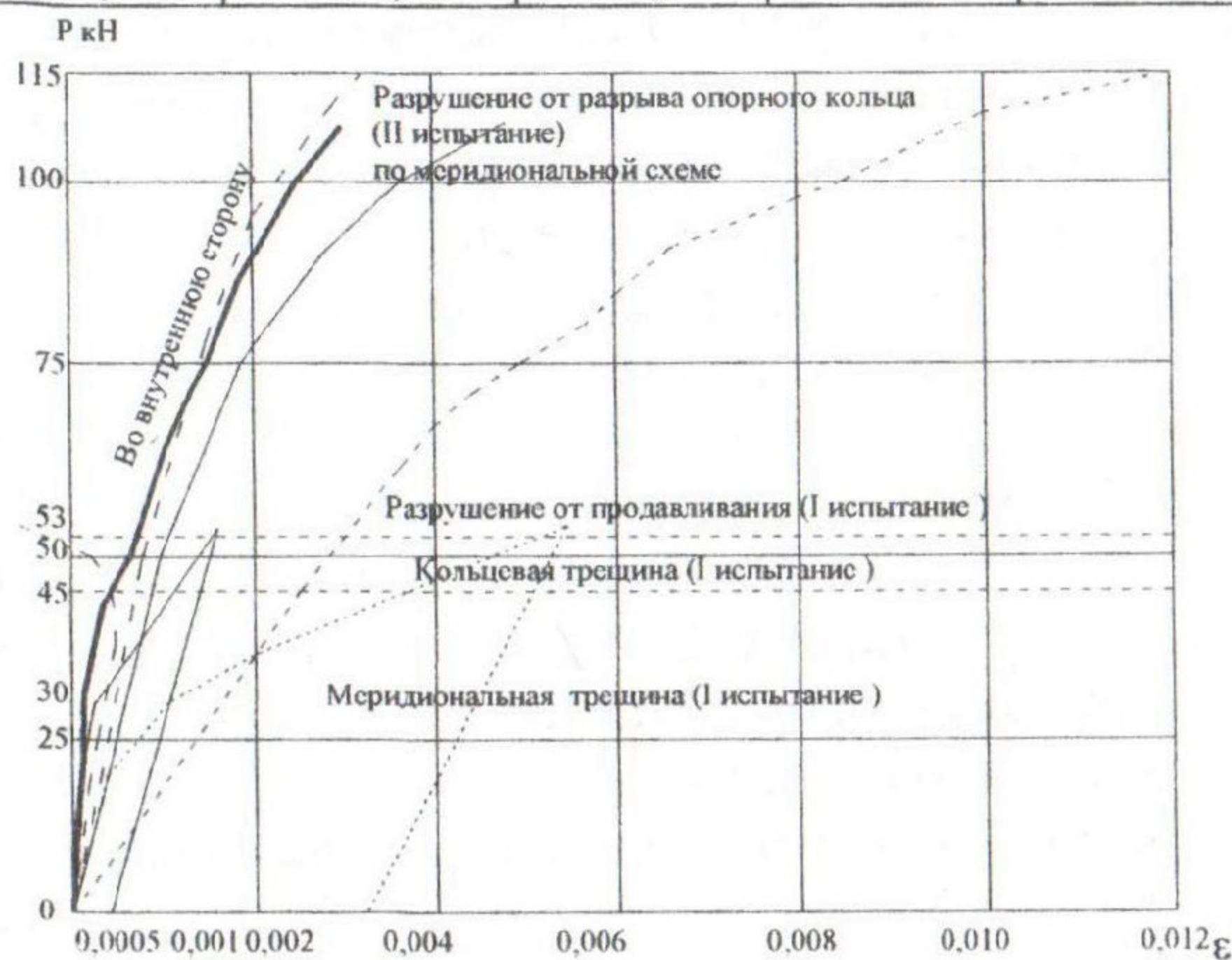
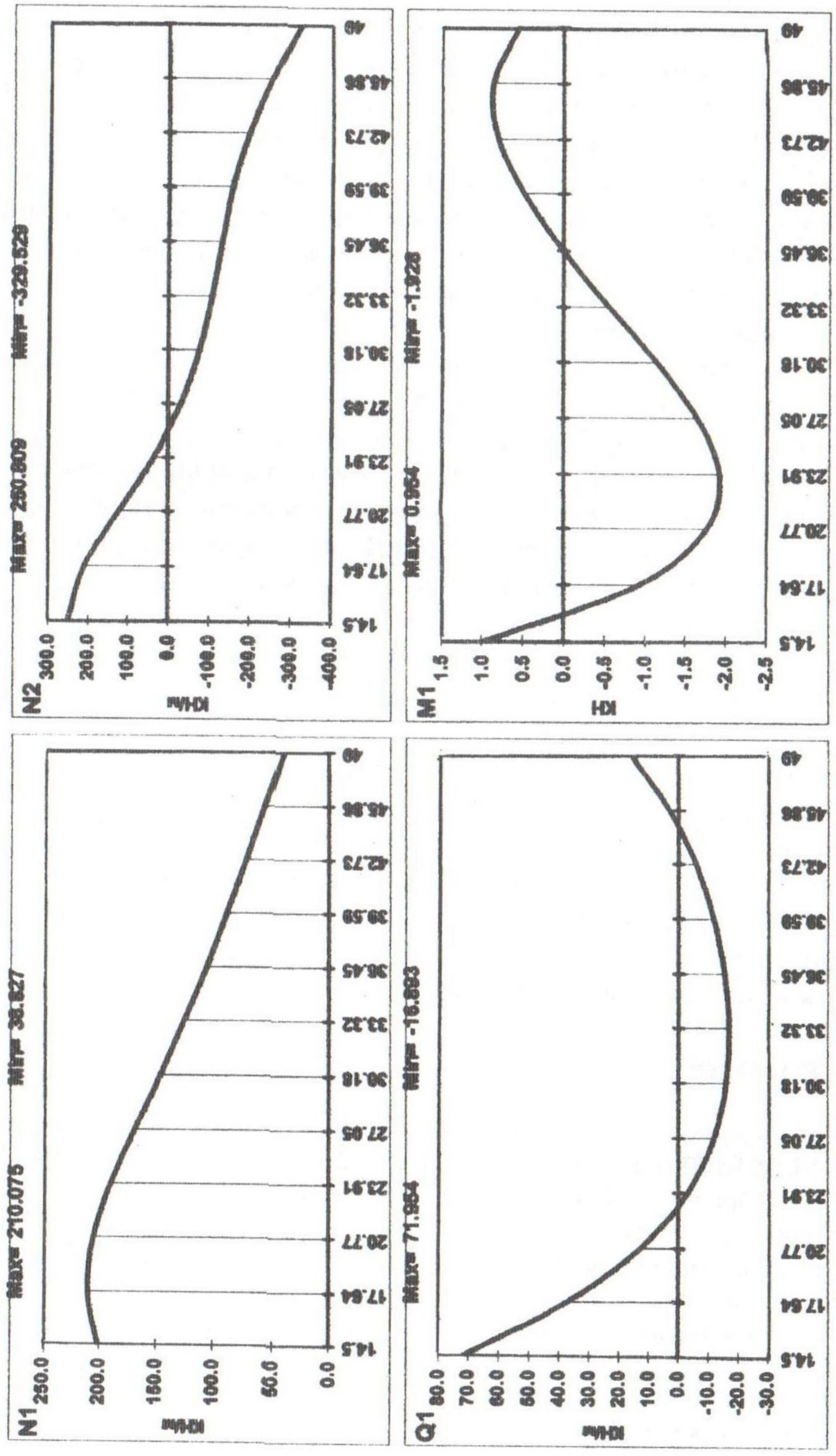


Рис. 3. Купол С – 2.

.... просадка вершины; - - - - - смещение по нормали в четверти купола во внутреннюю сторону; _____ горизонтальное смещение опорного контура в наружную сторону (всё в долях горизонтального наружного радиуса опорного кольца), (————— расчет).

Таблица 2
 Эшоры усыллий
 Купол Овв-чана С-2 P= 120.00 мН/м N# 120.416 мН Nk= -5.142 мН Итераций 18



4. Выводы

В системе Turbo Pascal 7.0 разработан программный комплекс КУ-ПОЛ; предусмотрена возможность расчета куполов при действии: собственного веса, снеговой нагрузки, нагрузки на фонарной кольцевой балке, изменения температуры, предварительного напряжения опорной кольцевой балки. В упругой постановке результаты расчета соответствуют известным из литературы результатам других авторов.

Разработан алгоритм расчета железобетонных куполов с учетом трещин и нелинейных деформаций бетона и арматуры купола и подкрепляющих кольцевых балок.

Результаты расчета удовлетворительно соответствуют экспериментальным данным испытаний А.М. Овечкина по деформативности, нагрузкам трещинообразования и предельным.

В случае разрушения купола по меридиональной схеме кольцевая арматура более эффективна нежели меридиональная; количество кольцевой арматуры возле фонарного отверстия и опорного кольца целесообразно увеличивать. Меридиональная арматура может быть поставлена исходя из конструктивных соображений.

Существенно повышает несущую способность купола сильное опорное кольцо. Поэтому

рационально насыщение его арматурой; особенно эффективно применение предварительного напряжения опорного кольца.

Трещинообразование и ползучесть бетона купола приводят к существенному перераспределению усилий. Падение, в результате образования трещин, жесткости опорного кольца приводит к увеличению в опорной зоне оболочки кольцевых растягивающих усилий. При длительном действии нагрузки наблюдается обратное явление, поскольку жесткость кольца во времени падает меньше, чем жесткость оболочки.

Литература

1. Кодекс-образец ЕКБ-ФИП. Для норм по железобетонным конструкциям. -М.:НИИЖБ Госстроя СССР, 1984. -т.2. -284с.
2. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. - М.:Стройиздат, 1996. -416с.
3. Яременко А.Ф. Построение диаграмм-изохрон, учитывающих ползучесть бетона при постоянных и линейно возрастающих во времени напряжениях. //Строительные конструкции. Вып. 43. – Киев: "Будівельник", 1990. – с.77-82.
4. Яременко Е.А. Диаграммы деформирования бетона и каменной кладки. //Бетон и железобетон в Украине. №1, 2001. – с.10-13.

5. Рекомендации по учету ползучести и усадки бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1988. – 121с.
6. Girkmann K. Flächentragwerke. – Vien:Springer-verlag, 1959 - 632s.
7. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Госфизматиздат, 1963. – 635с.
8. Улицкий И.И. и др. Железобетонные конструкции (расчет и конструирование). – Киев, "Будівельник", 1972. – 992с.
9. Klos Cz. Mitzel A., Suwalski J. Zbiorniki na cieczy. – Warszawa: Arcady, 1961. – 348s.
10. Байков В.Н., Хампе Э., Рауэ Э. Проектирование тонкостенных пространственных конструкций: Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Стройиздат, 1973. – 128с.
11. Руководство по проектированию железобетонных пространственных конструкций покрытий и перекрытий. НИИЖБ. – М.: Стройиздат, 1979. - 421с.
12. Овечкин А.М. Расчет железобетонных осесимметричных конструкций (оболочек). – М.: Госстройиздат, 1961. – 240с.
13. Мурашев В.И. Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона. – М.: Машстройиздат, 1950. – 268с.