

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/281785100>

# Оптимальное торможение вращательного движения твердого тела с полостью в среде с сопротивлением

Conference Paper · September 2015

CITATIONS

0

READS

23

3 authors, including:



**Dmytro Leshchenko**

Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture

**219** PUBLICATIONS **231** CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



**Leonid D Akulenko**

Russian Academy of Sciences

**541** PUBLICATIONS **1,165** CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Control Problems for Distributed Parameters Systems [View project](#)



Numerical Solution of Eigenproblems and Natural Vibrations of Mechanical Systems [View project](#)

Національна академія наук України  
Міністерство освіти і науки України  
Українська асоціація з автоматичного управління  
Інститут кібернетики ім.В.М. Глушкова НАН України  
Інститут космічних досліджень НАН та ДКА України  
Міжнародний науково-дослідний центр інформаційних технологій  
та систем НАН та МОН України  
Одеський національний політехнічний університет

**МАТЕРІАЛИ**  
**XXII міжнародної конференції**  
**з автоматичного управління**  
**АВТОМАТИКА 2015**

Одеса  
ТЕС  
2015



УДК 62-50

Л.Д. Акуленко, до-р физ.-мат. наук, проф.,  
ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН,  
Д.Д. Лещенко, д-р физ.-мат. наук, проф., Одес.  
гос. акад. строит. и архитект.,  
А.Л. Рачинская, канд. физ.-мат. наук, доц., Одес.  
нац. ун-т им. И.И. Мечникова  
rachinskaya@onu.edu.ua

## ОПТИМАЛЬНОЕ ТОРМОЖЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОЛОСТЬЮ В СРЕДЕ С СОПРОТИВЛЕНИЕМ

Проведено дослідження оптимального за швидкодією гальмування обертань вільного твердого тіла під дією малого керуючого моменту. Припускається, що тіло містить сферичну порожнину, заповнену рідиною великої в'язкості. Крім того, на тверде тіло діє малий гальмуючий момент сил дисипації середовища. Вважається, що тіло динамічно несиметрично. Для динамічно симетричного тіла аналогічні результати одержані в [1]. Визначено оптимальний і квазіоптимальний закони керування для гальмування обертань твердого тіла у формі синтезу, час швидкодії і фазові траєкторії.

*Ключові слова:* оптимальне гальмування; квазіоптимальне гальмування; тверде тіло; в'язка рідина; середина; опору, метод усереднення.

Проведено исследование оптимального по быстродействию торможения вращений свободного твердого тела под действием малого управляющего момента. Предполагается, что тело содержит сферическую полость, заполненную жидкостью большой вязкости. Кроме того, на твердое тело действует малый тормозящий момент сил диссипации среды. Считается, что тело динамически несимметрично. Для динамически симметричного тела аналогичные результаты получены в [1]. Определены оптимальный и квазиоптимальный законы управления для торможения вращений твердого тела в форме синтеза, время быстродействия и фазовые траектории.

*Ключевые слова:* оптимальное торможение; квазиоптимальное торможение; твердое тело; вязкая жидкость; среда с сопротивлением, метод усреднения.

Two minimum-time problems on deceleration of rotations of a free rigid body affected by a small control torque are studied. The problems of time-optimal deceleration of rotations of a rigid body affected by small equal coefficients were studied in [1] for dynamically symmetric and asymmetric bodies. It is assumed that the body contains a spherical cavity filled with highly viscous fluid. The body is subjected to a small retarding torque of viscous friction. A minimum-time problem on deceleration of rotations of a body affected by a small control torque with close but not identical coefficient is studied. This problem can be considered as a quasi-optimal control. It is assumed that the body is dynamically asymmetric. An optimal control law for the deceleration of rotations of the body is synthesized, and the corresponding time and phase trajectories are determined in the first problem. A quasi-optimal feedback control for the deceleration of rotations of the body is constructed the optimal control law, and phase trajectories are found in the second problem.

*Key words:* optimal deceleration, quasi-optimal deceleration, rigid body, viscous fluid, resistive medium, averaging method.

Для проведения исследования рассматривается динамически несимметричное твердое тело. Уравнения управляемых вращений в проекциях на оси, связанной с твердым телом системы координат (уравнения Эйлера) могут быть представлены в виде [1]

$$\dot{\mathbf{G}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{G} = \mathbf{M}^u + \mathbf{M}^r + \mathbf{M}^c \quad (1)$$

где  $\mathbf{G}$  — кинетический момент тела,

$\boldsymbol{\omega} = (p, q, r)$  — вектор абсолютной угловой скорости,

$\mathbf{M}^u$  — вектор управляющего момента сил;

$\mathbf{M}^r$  — момент сил диссипации;

$\mathbf{M}^c$  — момент сил вязкой жидкости в полости тела.

Считается, что момент сил диссипации в (1) порядка  $O(\varepsilon)$ , где  $\varepsilon$  — малый параметр. Рассматривается момент сопротивления среды пропорциональный кинетическому моменту тела [1, 2].



Предполагается, что в полости находится жидкость большой кинематической вязкости, т.е.  $\nu^{-1} \sim \varepsilon$ . Форма полости считается сферической [1, 3].

Управление вращениями твердого тела производится с помощью момента сил, ограниченного по модулю. Компоненты управляющих моментов представлены в виде произведений  $\varepsilon b_i u_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), где величины  $\varepsilon b_i$  характеризуют эффективность системы управления относительно  $i$ -ой оси,  $u_i$  - безразмерные управляющие функции.

Для прикладных задач представляет интерес исследование движения твердого тела с заданным законом управления вида:

$$M_i^u = \varepsilon b_i u_i, \quad u_i = -\frac{G_i}{G}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2)$$

Построено решение задачи оптимального по быстродействию торможения вращений твердого тела с законом управления (2) для коэффициентов управляющего момента  $b_1 = b_2 = b_3 = b$ , где  $b = b(t, G)$ ,  $b = b(t)$  или  $b = \text{const}$ .

Проведено исследование задачи квазиоптимального управления вращениями твердого тела для близких величин  $b_i = \text{const}$  [1, 2].

Получены и исследованы системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающие эволюцию вращения твердого тела. Найдены закон изменения кинетического момента тела и время торможения в аналитическом виде для  $b = \text{const}$ . В рамках асимптотического подхода получены усредненные системы уравнений. Следует отметить, что в случае решения задачи квазиоптимального управления, исследована многопараметрическая система.

В результате проведенных исследований для задач оптимального и квазиоптимального управления определены управляющие функции, время быстродействия (функция Беллмана), эволюции квадрата модуля эллиптических функций  $k^2$ , безразмерных кинетической энергии и кинетического момента. Показано, что на изменение кинетического момента не влияют внутренние силы, обусловленные действием вязкой жидкости в полости. На эволюцию кинетической энергии твердого тела оказывают влияние все возмущающие моменты. Установлены качественные свойства оптимального движения.

#### Литература

1. Акуленко Л.Д. Возмущенные и управляемые вращения твердого тела / Л.Д. Акуленко, Д.Д. Лещенко, А.Л. Рачинская, Я.С. Зинкевич. — Одесса: ОНУ, 2013. — 288 с.
2. Акуленко Л.Д. Квазиоптимальное торможение вращений несимметричного тела в сопротивляющейся среде / Л.Д. Акуленко, Д.Д. Лещенко, А.Л. Рачинская // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2014. — № 3. — С. 38 — 45.
3. Акуленко Л.Д. Эволюция вращений спутника с полостью, заполненной вязкой жидкостью / Л.Д. Акуленко, Д.Д. Лещенко, А.Л. Рачинская // Механика твердого тела. — 2007. — Вып. 37. — С. 126 — 139.