

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГИХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ НА СВОБОДНОЕ ДВИЖЕНИЕ.

Ангел А. А., гр. ПГС-251.

Научный руководитель – ст. преподаватель Фомина И.П.

Воздействие землетрясений, ветра и ударных волн от взрывов вызывают значительные деформации, перемещения и напряжения в зданиях и сооружениях, зависящие от времени, которые могут привести к разрушениям этих сооружений. Кроме того, механизмы и машины, расположенные в промышленных зданиях, также вызывают в них подобные деформации и перемещения вследствие того, что эти механизмы и машины содержат неуравновешенные вращающиеся части, либо они сами являются механизмами ударного действия (молоты, прессы и т.д.). Механизмы ударного действия могут быть расположены и поблизости сооружения (например, копры для забивки свай). В этом случае их воздействие передается через грунт. Воздействия, вызывающие в сооружениях переменные во времени деформации, перемещения и напряжения, будем называть динамическими. Исследование возникающих при этом колебаний конструкций представляют собой важную инженерную задачу.

Большой класс инженерных задач представляют также проблемы исследования возникновения колебаний в различных машинах и механизмах: подъемных кранах, автомобилях, поездах и т.д.

Для упрощения решения указанных инженерных задач необходимо произвести схематизацию как самого объекта (т.е. построить его упрощенную модель), так и динамического воздействия на него (т.е. заменить его на несколько упрощенное, но учитывающее все существенные эффекты, вызванные реальным воздействием). Сочетание модели объекта и схематизированного динамического воздействия будем называть динамической моделью соответствующей инженерной задачи.

В качестве модели, удобной для исследования поведения инженерной конструкции (например, сооружения, автомобиля или вагона) при динамических воздействиях предлагается следующая модель: упругая система, состоящая из системы невесомых упругих

либо абсолютно твердых стержней и упругих пружин, деформации которой пропорциональны величинам воздействий, и на которой расположено конечное число материальных точек (сосредоточенных масс). В дальнейшем эту модель будем называть упругой механической системой. Будем полагать, что эта система устойчива, т.е. если незначительно отклонить ее от положения равновесия, то она стремится вернуться в это положение.

Силы, действующие на механическую систему, называются восстанавливающими, если они стремятся вернуть точки системы в положение равновесия. Именно такими и являются силы, действующие со стороны упругой системы на материальные точки. Рассмотрим сначала упругую механическую систему первого типа с одной степенью свободы q .

Дано:

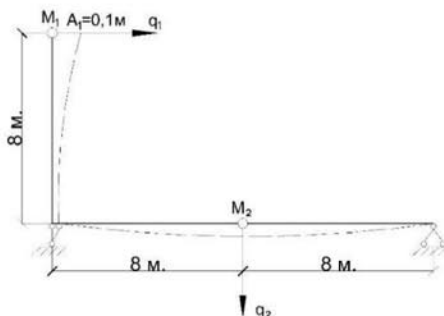
$$m_1 = 1\text{Т}, m_2 = 0,5\text{Т}, l = 8\text{м}. \quad EI = 52 \cdot 10^3 \text{кН} \cdot \text{м}^2, q_{1,0} = 0,1\text{м}.$$

$$V_{1,0} = 0,1\text{м/с}, q_{2,0} = 0,05\text{м}, V_{2,0} = 0, G_1 = 1\text{кН}, G_2 = 0,5\text{кН},$$

$$p = 12\text{с}^{-1}, \delta = 0, U = 1,1\text{м/с}^2, c = 0,075\text{с}^{-1}, q_{1,1} = \frac{l^3}{EI},$$

$$q_{1,2} = q_{1,2} = \frac{l}{4} \cdot \frac{l^3}{EI}, q_{1,2} = \frac{1}{6} \cdot \frac{l^3}{EI}$$

Положим $m_2 = 0$. Тогда система, изображенная на рис., будет только одну степень свободы с обобщенной координатой q_1 . Определим коэффициент жесткости, круговую частоту, частоту и период колебаний:



$$K_1 = \frac{1}{q_{11}} = \frac{EI}{l^3} = \frac{52 \cdot 10^3}{8^3} = 101,56 \text{ кН/м}$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{K_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{101.56}{1}} = 10.08 \text{ с}^{-1}$$

$$v_1 = \frac{k_1}{2\pi} = \frac{10.08}{2\pi} = 1.6 \text{ Гц.}$$

$$T_1 = \frac{1}{v_1} = \frac{1}{1.6} = 0.62 \text{ с.}$$

Находим амплитуду и начальную фазу колебаний:

$$A_1 = \sqrt{q_{1.0}^2 + \frac{v_{1.0}^2}{k_1^2}} = \sqrt{0.1^2 + \frac{0.1^2}{10.08^2}} = 0.1 \text{ м.}$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{k_1 q_{1.0}}{V_{1.0}} = \frac{10.08 \cdot 0.1}{0.1} = 10.08$$

$$\alpha_1 = 1.47 \text{ рад.}$$

Уравнение движения материальной точки M_1 имеет следующий вид:

$$q_1 = A_1 \sin(k_1 t + \alpha_1) = 0.1 \sin(10.08t + 1.47)$$

ВЫВОД: Таким образом, свободные колебания упругой системы с ОСС являются гармоническими. Так же как и в случае простейшей упругой механической системы, амплитуда и начальная фаза свободных колебаний упругой системы с ОСС зависят от начальных условий, а период и частота не зависят от них.

Литература

1. Динамические модели в инженерных задачах. Фомин В.М., Фомина И.П., Одесса, 2015.
2. С.Я. Бекшаев, В.М. Фомин. Основы теории колебаний. Учебное пособие. Одесса. ОГАСА, 2013.