

РАСЧЕТ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Сергиенко В.Г., гр. КМ-601м.

Научный руководитель – д.т.н., проф. Сурьянинов Н.Г.

Аннотация. Рассмотрено применение метода граничных элементов к расчету ортотропных прямоугольных пластин. Выполнен расчет плиты OSB методом граничных элементов и в программе ANSYS. Приведено сравнение результатов расчета двумя методами.

Ключевые слова: ортотропная пластина, OSB, метод граничных элементов, метод конечных элементов, ANSYS.

Введение. Широкое распространение материалов, обладающих анизотропными свойствами, породило масштабные исследования в области механики анизотропных конструкций и, в первую очередь, пластин. В силу определенных проблем математического характера получить аналитическое решение дифференциального уравнения изгиба ортотропной пластины удастся не всегда. Существенную роль в этом играют условия закрепления краев пластины и локальные нагрузки. Широко применяются численные методы анализа, но здесь, как известно, нет универсального подхода.

На этом фоне является эффективным использование численно-аналитического метода граничных элементов (ЧА МГЭ) [1 – 2]. Этот метод позволил получить фундаментальную систему решений дифференциального уравнения изгиба изотропных пластин без каких-либо ограничений на характер нагрузки и условия закрепления, поэтому распространение метода на расчет ортотропных пластин представляется **актуальной** задачей.

Целью работы является применение метода граничных элементов к расчету изгиба ортотропных прямоугольных пластин.

Основная часть. Дифференциальное уравнение изгиба ортотропной пластины (уравнение Жермен-Лагранжа) имеет вид [3]

$$D_1 \frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial y^4} = q(x, y). \quad (1)$$

Применение ЧА МГЭ позволяет в рамках единого подхода получить решение уравнения (1) при любых граничных условиях и без каких-либо ограничений на характер приложения внешней нагрузки.

Основное уравнение задачи (1) имеет четвертый порядок и является дифференциальным уравнением в частных производных. Функция, являющаяся решением этого уравнения, зависит от двух переменных, т.е. имеет место двумерная задача. В то же время алгоритм ЧА МГЭ предполагает решение одномерной задачи, пластина должна рассматриваться как обобщенный одномерный модуль. Это достигается применением вариационного метода Канторовича-Власова. Опуская промежуточные преобразования, приведем только окончательный результат:

$$W^{IV} - 2r^2 W'' + s^4 W = \frac{1}{A} q(y). \quad (2)$$

где $B/A = -r^2$; $C/A = s^4$; $q(y) = \int_0^{l_1} q(x, y) X dx$;

$$D_2 \int_0^{l_1} X^2 dx = A; \quad D_3 \int_0^{l_1} X'' X dx = B; \quad D_1 \int_0^{l_1} X^{IV} X dx = C.$$

Дифференциальное уравнение (2) описывает одномерную модель изгиба прямоугольной ортотропной пластины.

Решение уравнения (2) зависит от корней соответствующего ему характеристического уравнения [4]

$$K^4 - 2r^2 K^2 + s^4 = 0: \quad (3)$$

$$K_{1-4} = \pm \sqrt{r^2 \pm \sqrt{r^4 - s^4}}. \quad (4)$$

Аналитические выражения ортонормированных фундаментальных функций, функции Грина и компонентов внешней нагрузки для всех четырех корней характеристического уравнения (3) получены в [3, 4].

Для практической реализации алгоритма использованы плиты OSB. Характеристики OSB регламентируются Европейскими стандартами EN 300 "Определения, классификация и технические характеристики", EN 13986 "Панели из древесных материалов для применения в строительстве — характеристики, оценка соответствия и маркировка" и рядом других нормативных документов.

В работе исследована плита класса OSB/3, имеющая (по EN 300) следующие механические характеристики: продольный предел прочности на изгиб — 29 МПа; поперечный предел прочности на изгиб — 12,4 МПа; продольный модуль упругости — 5500 МПа; поперечный модуль упругости — 1500 МПа; продольный модуль сдвига — 2750 МПа; поперечный модуль сдвига — 750 МПа.

Плита размерами 500x500x8 мм шарнирно опирается по всему контуру. Нагрузка равномерно распределена по всей поверхности. При

этом определению подлежали прогибы и напряжения в ряде характерных точек, расположение которых показано на рис. 1.

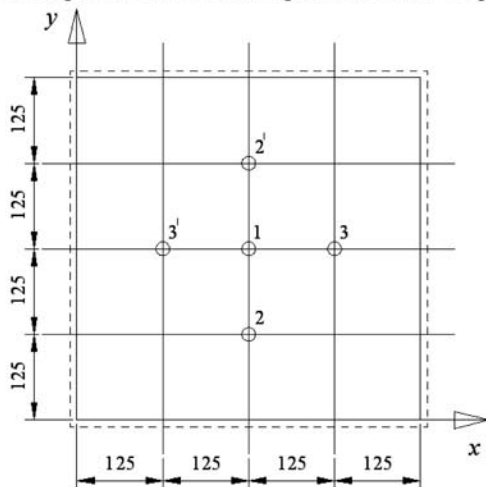


Рис. 1. Расположение контрольных точек

В этом случае граничные условия имеют вид:

$$y = 0: W(0) = 0; M_y(0) = 0;$$

$$y = l: W(l) = 0; M_y(l) = 0.$$

Схема формирования краевой задачи:

1	2	3	4	$X(0)$	-	$Y(l)$	=	
	A_{12}		A_{14}	$W(0) = 0; \theta_y(l)$		$W(l) = 0$		$B_{11}(l)$
-	A_{22}		A_{24}	$\theta_y(0)$		$\theta_y(l)$		$B_{21}(l)$
	A_{32}		A_{34}	$M_y(0) = 0; Q_y(l)$	-	$M_y(l) = 0$	=	$B_{31}(l)$
	A_{42}	-	A_{44}	$Q_y(0)$		$Q_y(l)$		$B_{41}(l)$

Здесь A_{ij} , B_{11} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) — аналитические выражения

фундаментальных функций и компонентов вектора нагрузки.

В результате решения этой системы получим значение функции прогибов $W(y)$:

$$W(y) = \theta_y(0)A_{12}(y) + Q_y(0)A_{14}(y) + B_{11}(y). \quad (5)$$

Истинное значение прогибов определяется в виде

$$W(x, y) = W(y)X(x), \quad (6)$$

где $X(x)$ — функция поперечного распределения прогибов.

Составлена программа расчета для пакета SKILAB. Результаты вычислений прогибов и напряжений представлены в табл. 1.

Эта же задача решена в программе ANSYS [5]. Полученные значения напряжений и прогибов приведены в табл. 1, а на рис. 2, в качестве иллюстрации, показан характер распределения прогибов.

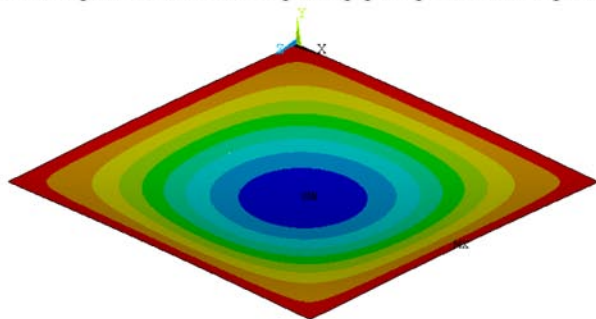


Рис. 2. Распределение прогибов

Таблица 1

Сравнение напряжений и прогибов при $q = 1200 \text{ Н} / \text{м}^2$

№№ точек	Параметр НДС	ЧА МГЭ	ANSYS	%
1	$W, \text{ мм}$	1,142	1,147	0,44
	$\sigma, \text{ МПа}$	2,220	2,210	0,45
2	$W, \text{ мм}$	0,705	0,699	0,85
	$\sigma, \text{ МПа}$	0,519	0,526	1,33
2'	$W, \text{ мм}$	0,704	0,699	0,71
	$\sigma, \text{ МПа}$	0,520	0,526	1,14
3	$W, \text{ мм}$	0,704	0,700	0,57
	$\sigma, \text{ МПа}$	0,520	0,526	1,14
3'	$W, \text{ мм}$	0,705	0,700	0,71
	$\sigma, \text{ МПа}$	0,520	0,526	1,14

Анализ табл. 1 показывает, что расхождение результатов расчетов двумя методами не превышает 1,33 %.

Выводы. Применение численно-аналитического метода граничных элементов позволяет в рамках единого подхода получить решение уравнения Жермен-Лагранжа при любых граничных условиях и без каких-либо ограничений на характер приложения внешней нагрузки.

Расхождение результатов расчетов, полученных численно-аналитическим методом граничных элементов и методом конечных элементов, при свободном опирании пластины по всему контуру не превышает 1,33 %.

Литература

1. Дашенко А.Ф. Численно-аналитический метод граничных элементов / А.Ф. Дашенко, Л.В. Коломиец, В.Ф. Оробей, Н.Г. Сурьянинов – Одесса: ВМВ, 2010. В 2-х томах. - Т.1. - 416 с -Т.2.-512 с.

2. Оробей В.Ф. Основные положения численно-аналитического варианта МГЭ / В.Ф. Оробей, Н.Г. Сурьянинов— Труды Санкт-Петербургского политехнич. ун-та. / Инженерно-строительный журнал. — № 4 (22). — СПб, 2011. — С. 33-39.

3. Сурьянинов Н.Г. Приложение численно-аналитического метода граничных элементов к расчету ортотропных пластин / Н.Г. Сурьянинов, И.В. Павленко // Праці Одеського політехнічного університету: Науковий та науково-виробничий збірник. — Одеса, 2014. — Вип. 1(43). — С. 18-27.

4. Сурьянинов Н.Г. Преобразование двумерной задачи изгиба ортотропных пластин к одномерной / Н.Г. Сурьянинов - Вестник Винницкого национального аграрного университета. - Вып. 2, 2011. - С. 46-51.

5. Дашенко А.Ф. ANSYS в задачах инженерной механики / А.Ф. Дашенко, Д.В. Лазарева, Н.Г. Сурьянинов / Изд. 2-е, перераб. и доп. Под ред. Н. Г. Сурьянинова. -Одесса. - Пальмира, 2011. — 505 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ПОВРЕЖДЁННОЙ КАМЕННОЙ КЛАДКИ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ ЛИРА

Сергиенко Н.И., ПГС- 607 м.н.

Научный руководитель – к.т.н. доц. Чернева Е.С.

Цель и задачи исследования: установить влияние различных значимых факторов на остаточную несущую способность внецентренно сжатых, поврежденных каменных столбов прямоугольного сечения при помощи ПК ЛИРА.