**УДК 624.3**

# ЗАСТОСУВАННЯ ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНОГО МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДО РОЗРАХУНКУ РЕБРИСТИХ ПЛАСТИН

***Шмаленый Л.Л.**, КМ-601м.*
*Научный руководитель – д.т.н., проф.* ***Сурьянинов Н.Г.***

**Аннотация**. Рассмотрено применение метода граничных элементов к расчету ребристых прямоугольных пластин при любых условиях закрепления краев и произвольном характере нагрузок. Для проверки алгоритма числовой пример решен методом граничных элементов и методом конечных элементов в программе ANSYS.

**Ключевые слова**: пластина, ребро, метод граничных элементов, метод конечных элементов, ANSYS.

**Введение.** При расчете пластин, подкрепленных ребрами двух направлений, возникают большие трудности. Эта задача потребовала дальнейшего развития теории ребристых пластин. При записи основных соотношений нашли широкое применение обобщенные функции. Они позволили получить уравнения теории ребристых пластин и оболочек в стандартной форме, принятой в теории гладких пластин и оболочек.

Аналитические методы не позволяют охватить все разнообразные пластин широкое применение нашли численные методы [1 – 3].

**Целью** работы является применение метода граничных элементов к расчету ребристых прямоугольных пластин при любых условиях закрепления краев и произвольном характере внешних нагрузок.

**Основная часть.** Дифференциальное уравнение изгиба пластинки в этом случае принимает вид

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2}+\frac{\partial^4 W}{\partial y^4}=\frac{\overline{q}}{D}, \tag{1}$$

где $W=W(x,\ y)$ — прогиб пластинки; $\overline{q}=\overline{q}(x,\ y)$ — свободный член уравнения, учитывающий не только внешние нагрузки, но и наличие подкрепляющих ребер в продольном направлении, под которым будем понимать направление, параллельное оси $y$ (рис. 1).

Наиболее общий вид нагрузка $\overline{q}=\overline{q}(x,\ y)$ имеет в том случае, когда подкрепляющие ребра будут как сплошного сечения, так и тонкостенного:

$$
\begin{aligned}
\bar{q}(x,y) = q(x,y) - \sum_{i=1}^{n} EI_x W^{IV}(y) X(a_i)\delta(x-a_i) - \\
- \sum_{i=1}^{n} \frac{GA}{k_1} W''(y) X(a_i)\delta(x-a_i) - \\
- \sum_{i=1}^{n} \left[ EI_\omega W^{IV}(y) X'(a_i) - GI_K W''(y) X'(a_i) \right] \delta'(x-a_i),
\end{aligned}
\tag{2}
$$

где $EI_x$, $EI_\omega$, $EI_k$ — жесткости ребер при изгибе и кручении; $k_1$ — коэффициент, учитывающий форму сечения; $a_i$ — координата расположения i-го ребра (рис. 1).

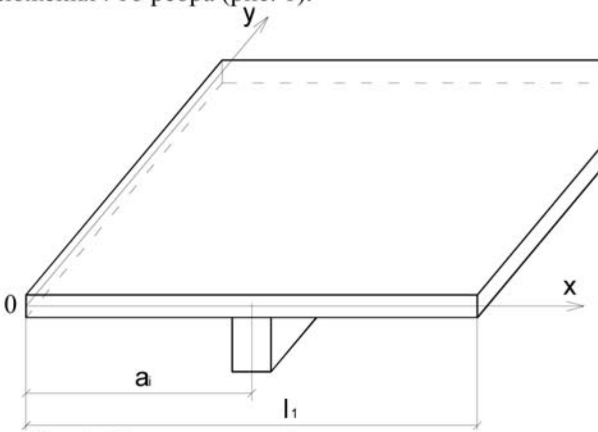


Рис. 1. Пластинка с ребром в продольном направлении

При использовании метода Канторовича-Власова двумерная задача переходит в одномерную:

$$
W^{IV}(y) - 2r^2 W''(y) + s^4 W(y) = \frac{\bar{q}(y)}{D}
\tag{3}
$$

при начальных условиях

$$
\begin{aligned}
DW(0);\ D\theta(0) = DW'(0);\ M(0) = -D\bar{A}\left[W''(0) - \mu r^2 W(0)\right]; \\
Q(0) = -D\bar{A}\left[W'''(0) - (2-\mu) r^2 W'(0)\right],
\end{aligned}
\tag{4}
$$

где $r^2 = -\bar{B}/\bar{A};\ s^4 = C/\bar{A};\ \bar{q}(y) = \int_0^{l_1} \bar{q}(x,y) X(x) dx / \bar{A};$ (5)

$$
\bar{A} = A + \frac{1}{D}\sum_{i=1}^{n} EI_x X^2(a_i) + \frac{1}{D}\sum_{i=1}^{n} EI_\omega \left[X'(a_i)\right]^2;
\tag{6}
$$

$$\overline{B} = B + \frac{1}{2D}\sum_{i=1}^{n} EI_k\left[X'(a_i)\right]^2 + \frac{1}{2D}\sum_{i=1}^{n}\frac{GA}{k_1}X^2(a_i); \qquad (7)$$

$$A = \int_0^{l_1} X^2(x)dx;\ \ B = \int_0^{l_1} X''(x)X(x)dx;\ \ C = \int_0^{l_1} X^{IV}(x)X(x)dx. \qquad (8)$$

Решение основного дифференциального уравнения задачи (1) сводится к определению прогиба

$$W(x, y) = W(y)X(x). \qquad (9)$$

где функция $X(x)$ задана, а функция $W(y)$ определяется в виде

$$\begin{aligned} DW(y) &= A_{11}\cdot DW(0) + A_{12}\cdot D\theta(0) - A_{13}\cdot M(0) - \\ &- A_{14}\cdot Q(0) + \int_0^y A_{14}(y-\xi)q(\xi)d\xi. \end{aligned} \qquad (10)$$

Решение уравнения (2.5) зависит от корней соответствующего ему характеристического уравнения, которые представляются выражением

$$k_{1-4} = \pm\sqrt{r^2 \pm \sqrt{r^4 - s^4}}\,. \qquad (11)$$

Вид фундаментальных функций определяется соотношением между $r$ и $s$, которое зависит от граничных условий на продольных кромках пластины и параметров ребер жесткости.

Аналитические выражения фундаментальных функций, функции Грина и компонентов внешней нагрузки для всех вариантов корней (11) получены в [4].

Общая концепция предлагаемого подхода состоит в следующем. Будем рассматривать части пластины, имеющие ребра в поперечном направлении (параллельно оси *ox*), как «гладкие» пластины толщиной $h_1 = h + h_{ребра}$, где $h$ – толщина собственно пластины, $h_{ребра}$ – высота подкрепляющего ребра. Для этих модулей справедлива теория расчета «гладких» пластин с соответствующими выражениями фундаментальных функций, функции Грина, векторов нагрузок и т.д. Остальные модули представляют собой пластины, подкрепленные ребрами жесткости в продольном направлении (параллельно оси *Oy*), и для них фундаментальные функции, функции Грина, векторы нагрузок определяются выражениями, полученными ранее.

Рассмотрим квадратную пластинку *с шарнирным опиранием по всему контуру*, загруженную равномерно распределенной нагрузкой.

Пластинка имеет по одному ребру жесткости сплошного квадратного сечения в каждом направлении.

В результате расчета вычислены прогиб и изгибающий момент в центре пластинки; результаты расчета даны в табл. 1, где приводятся также значения прогиба и изгибающего момента в центре пластинки, вычисленные методом конечных элементов в программе ANSYS [5].

Таблица 1

Сравнение результатов

| Шарнирное опирание, распределенная нагрузка | | | |
|---|---|---|---|
| Величина | МГЭ | МКЭ | Расхождение, % |
| Прогиб, м | -0,42923e-05 | - 0,39665e-05 | 7,6 |
| Изгибающий момент, кН·м | 3,6508e-02 | 3,8992e-02 | 6,4 |

Характер распределения напряжений в пластине и подкрепляющих ребрах, полученных в ANSYS, показан на рис. 2.

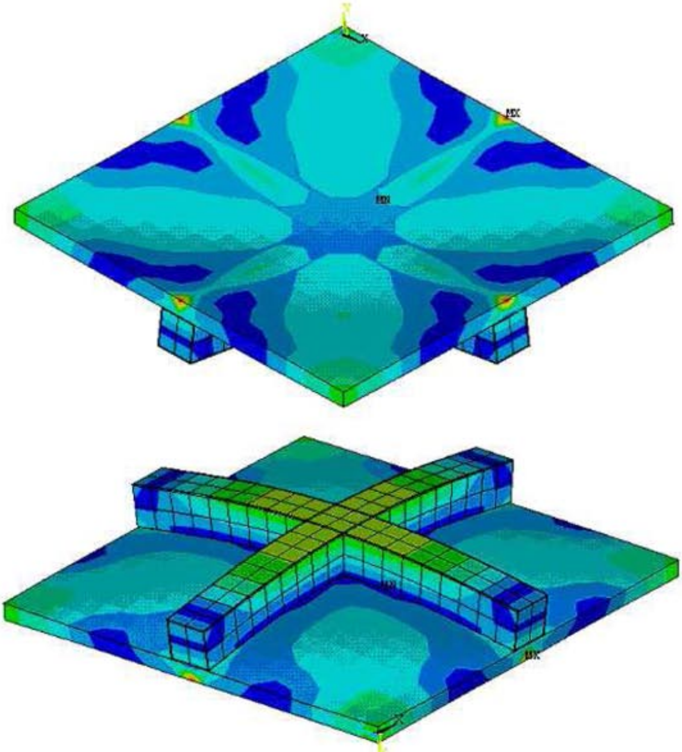

Рис. 2. Напряжения в пластине и ребрах

**Выводы**. Результаты расчета по разработанным алгоритмам МГЭ хорошо согласовываются с результатами расчета в ANSYS.

Разработанные методики позволяют выполнять расчеты конструкций корпусов металлорежущих станков, мостов, обшивки судов, самолетов, ракет, двигателей, компрессоров, строительных сооружений и др.

## Литература

1. Вайнберг Д.В. Расчет пластин / Д.В. Вайнберг, Е.Д. Вайнберг — К.: Будівельник, 1970. — 435 с.

2. Варвак П.М. Метод конечных элементов / П.М. Варвак — К.: Вища школа, 1981. — 176 с.

3. Масленников А.М. Расчет строительных конструкций численными методами / А.М. Масленников — Л.: Изд-во ЛГУ, 1987. — 225 с.

4. Дащенко А.Ф. Численно-аналитический метод граничных элементов / А.Ф. Дащенко, Л.В. Коломиец, В.Ф. Оробей, Н.Г. Сурьянинов — Одесса: ВМВ, 2010. — В 2–х томах. — Т.1. — 416 с. — Т.2. — 512 с.

5. Дащенко А.Ф. ANSYS в задачах инженерной механики / А.Ф. Дащенко, Д.В. Лазарева, Н.Г. Сурьянинов / Изд. 2-е, перераб. и доп. Под ред. Н. Г. Сурьянинова. — Одесса. — Пальмира, 2011. — 505 с.

**УДК 624.012.45**

# ИССЛЕДОВАНИЕ КАМЕННЫХ БАЛОК В ЗАМКНУТОЙ ГИБКОЙ ОБОЙМЕ

***Шопов А.В.***, *гр. ЗПГС-606М.*
*Научный руководитель – д.т.н., профессор* ***Азизов Т.Н.***
*Консультант – к.т.н., доцент* ***Майстренко О.Ф.***

Анализ литературы и постановка задачи.

При обследовании каменных зданий часто встает вопрос об их усилении. Однако в существующей научной и нормативной литературе усиление каменных конструкций обоймами подразумевает только увеличение несущей способности сжатых элементов. Использование замкнутой обоймы для изгибаемых элементов не рассматривалось.

В [1] было показано преимущество конструкций из штучных материалов в замкнутой железобетонной или пластиковой обойме. Показано, что существующие методы борьбы с неравномерными осадками оснований в основном предполагают усиление тяжами, сваями и др. [4,5] и что при этом стены и фундаментные блоки работают