УДК 627.2/3.001.2

ПРИНЦИП НЕЗАВИСИМОСТИ ДЕЙСТВИЯ СИЛ В МОДЕЛИ С ДВУМЯ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ПОСТЕЛИ

Горенко А.В., Мазуренко Л.В. (Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)

Показано, что метод двух коэффициентов постели, предложенный для расчета взаимодействия секций эстакадных конструкций, удовлетворяет принципу независимости действия сил.

При действии горизонтальных нагрузок на конструкции эстакадного типа необходимо учитывать взаимодействие отдельных секций сооружений между собой.

В работе [2] изложен метод расчета взаимодействия секций эстакадных конструкций, основанный на использование метода двух коэффициентов постели. При этом предполагалось, что модель удовлетворяет принципу независимости действия сил.

Покажем, что это так[1].

Пусть под действием силы H_x [2, рис. 1] ростверк получил смещение $U_c^{H_x}$; $V_c^{H_x}$; $\theta_c^{H_x}$, при воздействии H_y - $U_c^{H_y}$; $V_c^{H_y}$; $\theta_c^{H_y}$, а при воздействии M_c - $U_c^{M_c}$; $V_c^{M_c}$; $\theta_c^{M_c}$.

Смещение любой точки на сторонах CM и MN могут быть найдены по формулам:

- для стороны CM (роль в возникновении реакций играет смещения вдоль оси X)

$$U(y) = U_c + \theta_y$$

- для стороны MN (роль в возникновении реакции играют смещения вдоль оси Y)

$$V(x) = V_c - \theta_x,$$

где x и y – координаты рассматриваемых точек.

Реакция в любой точке стороны CM

$$p(x) = U(y) \cdot K(y) = U_c \cdot K(y) + \theta \cdot y \cdot K(y)$$

Реакция в любой точке стороны MN

$$p(y) = V(x) \cdot K(x) = V_c \cdot K(x) + \theta \cdot x \cdot K(x)$$

Найдем проекции сил реакций на координатные оси и момент относительно точки C

$$\begin{cases} \sum X = \int\limits_{y(C)}^{y(M)} p(x)dy = U_A \int\limits_{y(C)}^{y(M)} K(y)dy + \theta \int\limits_{y(C)}^{y(M)} y \cdot K(y)dy \\ \sum Y = \int\limits_{x(M)}^{x(N)} p(y)dx = -V_A \int\limits_{x(M)}^{x(N)} K(x)dx + \theta \int\limits_{x(M)}^{x(N)} x \cdot K(x)dx \\ \sum M_c = \int\limits_{y(C)}^{y(M)} y \cdot p_x dx + \int\limits_{x(M)}^{x(N)} x \cdot p_y dx = U_A \int\limits_{y(C)}^{y(M)} y \cdot K(y)dy + \\ \quad + \theta \int\limits_{y(c)}^{y(M)} y^2 \cdot K(y)dy + V_A \int\limits_{x(M)}^{x(N)} x \cdot K(x)dx - \theta \int\limits_{x(M)}^{x(N)} x^2 \cdot K(x)dx \end{cases} \quad (1)$$

Пусть известны эпюры коэффициентов постели. Тогда все вычисленные выше интегралы – это числа, не зависящие от внешних воздействий.

Обозначим

$$\int\limits_{y(C)}^{y(M)} K(y)dy = a_{11}; \quad a_{12} = 0 \ ; \quad a_{13} = \int\limits_{y(C)}^{y(M)} y \cdot K(y)dy$$

$$a_{21} = 0 \ ; \quad a_{22} = \int\limits_{x(M)}^{x(N)} K(x)dx \ ; \quad a_{23} = \int\limits_{x(M)}^{x(N)} x \cdot K(x)dx$$

$$a_{31} = \int\limits_{y(C)}^{y(M)} y \cdot K(y)dy \ ; \quad a_{32} = \int\limits_{x(M)}^{x(N)} x \cdot K(x)dx \ ; \quad a_{33} = \int\limits_{y(C)}^{y(M)} y^2 \cdot K(y)dy - \int\limits_{x(M)}^{x(N)} x^2 \cdot K(x)dx \quad (2)$$

Как видно, матрица коэффициентов – симметрична. Это говорит о том, что справедлив принцип взаимности.

При воздействии произвольной силы N имеем:

$$\begin{aligned} a_{11}U_c + a_{12}V_c + a_{13}\theta &= b_1 \\ a_{21}U_c + a_{22}V_c + a_{33}\theta &= b_2 \\ a_{31}U_c + a_{32}V_c + a_{33}\theta &= b_3 \end{aligned} \quad (3)$$

где b_1, b_2, b_3 – проекции на оси X, Y и момент силы N относительно точки C.

В матричном виде это выглядит так:

$$Ax = B,$$

где

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \quad x = \begin{vmatrix} U_c \\ V_c \\ \theta \end{vmatrix}; \quad B = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{vmatrix}$$

По теореме Вариньона

$$b_1 = b_{11} + b_{12} + b_{13}$$
$$b_2 = b_{21} + b_{22} + b_{23}$$
$$b_3 = b_{31} + b_{32} + b_{33} \qquad (4)$$

где b_{11}, b_{12} и b_{13} – проекция на ось X сил, P_1, P_2 и M_0

b_{21}, b_{22} и b_{23} – проекция на ось Y сил, P_1, P_2 и M_0

b_{31}, b_{32} и b_{33} – моменты от сил, P_1, P_2 и M_0

$$U_c^N = \frac{\begin{vmatrix} b_{11}+b_{12}+b_{13} & a_{12} & a_{13} \\ b_{21}+b_{22}+b_{23} & a_{22} & a_{23} \\ b_{31}+b_{32}+b_{33} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} b_{11} & a_{12} & a_{13} \\ b_{21} & a_{22} & a_{23} \\ b_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}{|A|} +$$

$$+ \frac{\begin{vmatrix} b_{12} & a_{12} & a_{13} \\ b_{22} & a_{22} & a_{23} \\ b_{32} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}{|A|} + \frac{\begin{vmatrix} b_{13} & a_{12} & a_{13} \\ b_{23} & a_{22} & a_{23} \\ b_{33} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}{|A|} = U_C^{H_X} + U_C^{H_Y} + U_C^{M_C} \qquad (5)$$

Аналогично

$$V_C^N = V_C^{H_X} + V_C^{H_Y} + V_C^{M_C} \qquad (6)$$

$$\theta^N = \theta^{H_X} + \theta^{H_Y} + \theta^{M_C} \qquad (7)$$

Полученные равенства означают, что в такой модели плиты с двумя коэффициентами постели принцип независимости действия сил справедлив.

Литература.

1. Черноморниипроект. Отчет по теме НИР IV – 4 –а «Совершенствование конструкций портовых гидротехнических сооружений и методов их расчета». Одесса, 1969.
2. Горенко А.В., Мазуренко Л.В. Расчет взаимодействия секций эстакадных конструкций. Вестник Одесской государственной академия строительства и архитектуры. Выпуск № .Одесса 2003г. С -