УДК 620.193.4:012. 45

СЖАТЫЕ ОДНОРОДНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Вытыкач Н.П. (Одесса)

Дальнейшее совершенствование методов и способов расчета конструкций предпологает более полный учет прочностных и деформативных характеристик самого материала. В данной статье такой подход выполнен для сжатых элементов выполненых из однородного материала, которые хорошо сопротивляется сжатию и плохо растяжению.

Сжатые элементы это могут быть – сжатые стержни в фермах, колонны, столбчатые или глухие простенки выполненые из однородного материала или армированные конструктивно. Вероятность того, что стержни будут центрально сжатые равна нулю. Однако, выясним при каких условиях их можно условно назвать центрально сжатым. Это может быть в том случае, когда напряжения от продольного изгиба не превышают 0,05 сжимающих напряжений. Этому условию при линейном законе деформирования мимнимальная начальная погибь и эксцентриситет приложения сжимающей силы составляют.

$$a_{0\min} = 0{,}00833 \cdot h \cdot (1-\zeta); \qquad (1)$$

$$e_{0\min} = 0{,}00833 \cdot Cos(0{,}5 \cdot \pi\sqrt{\zeta}) \qquad (2)$$

где $\zeta = P / P_э$

В таблице 1 даны значения $a_{0\min}$ и $e_{0\min}$ взависимости от ζ которые надо умножить на 10^{-5}.

Таблица 1.

Необходимо иметь в виду, что ζ не должно превышать $P_R / P_э$, где $P_R = A \cdot R_b$. Для элементов прямоугольного сечения

ζ	0,00	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1,0
$\frac{a_{0\min}}{h}$	833	791	750	666	500	333	167	83,3	0
$\frac{e_{0\min}}{h}$	833	782	732	636	455	288	136	67,1	0

$$\frac{P_R}{P_э} = 1{,}216 \cdot \frac{R_b(\nu\ell)^2}{E_0 h^2} = \frac{R_b \lambda^2}{\pi^2 E_0}; \ \lambda = \frac{\sqrt{12}(\nu\ell)^2}{h} \qquad (3)$$

Для бетонной шарнирно опертой колонны сечением 40х40 см, отношение $P_R/P_з$ представлено в таблице 2. Эти значения надо умножить на 10^{-4}.

B	12,5	15	20	30	40	50	60
$\frac{P_R}{P_э}$	434	449	518	636	743	857	1003

Сравнивая результаты таблицы 1 и 2 видно, что рабочим отношением ζ являются отношение $0{,}04 \div 0{,}1$. Отсюда делаем вывод о том, что линейная теория сильно завышает значение $P_э$. А минимальные несовершенства для элементов сечением 30х30 см и 40х40 см составляют, соответственно для $\zeta = 0{,}1$

$a_{0\min}$: $1{,}5\,мм$; $2{,}25\,мм$; $3{,}0\,мм$

$e_{0\min}$: $1{,}46\,мм$; $2{,}2\,мм$; $2{,}93\,мм$

$\zeta = 0$ - соответствует расчету по недеформированной схеме. Для внецентрено сжатых элементов, выполняемых из материалов плохо сопротивляющихся растягивающим усилиям, нежелательно появление растягивающих напряжений. Это требование накладывает определенные условия на величину начальной погиби и эксцентриситета. Они в совокупности с выгибом элемента $y_1(x)$, который появляется после приложения нагрузки, не должны превышать расстояния до крайней ядровой точки $a_я$. При этом, нейтральная ось будет занимать вполне определенное положение - $0{,}5h$ от оси стержня с противоположной стороны от эксцентриситета.

Если записать уравнения равновесия отсеченной части по отношению к нейтральной оси, то получим уравнение для определения рсстояния от оси стержня до нейтральной оси $C(x)$ [1].

$$C^2 \cdot Sin^2\beta + C\cdot(y_1(x)+e_0) - \frac{h^2}{12}\cdot Cos^2\beta = 0 \qquad (4)$$

Для строительных сжатых элементов угол наклона касательной к недеформированной прямолинейной оси весьма мал. Как правило, его принимают равным нулю даже при определении кривизны, что приводит к геометрически линейной постановке задачи об изгибе. Если $\beta = 0$ то с учетом e_0 и начальной погиби a_0(x) получим:

$$C(x) = \frac{h^2}{12\left[y_1(x)+e_0+a_0(x)\right]} \qquad (5)$$

Если учесть только эксцентриситет e_0 то при $C = 0{,}5h$

$$e_0 = \frac{h-6y_1(x)}{6} \qquad (6)$$

Известное значение $e_0 = a_я = h/b$ -справедливо, если расчет ведется по недеформированной схеме. Если учесть только начальную погибь $a_0(x)$ и принять её для шарнирно опертой стойки в таком виде

$$a_0(x) = f_0 Sin\frac{\pi x}{\ell} \qquad (7)$$

$$\text{тогда } C(x) = \frac{h}{12\left[y_1(x)+f_0 Sin\dfrac{\pi f}{\ell}\right]} \qquad (8)$$

Из (6) и (8) следует что $a_я = h/6$ достигнет значения только для одного сечения при $x = \ell/2$

Используя известные решения можно записать выражения для $C(x)$.

$$C(x) = \frac{h^2}{12e_0}\cdot\frac{Cos0{,}5\pi\ell}{Cos\alpha(0{,}5\ell - x)} \qquad (9)$$

$$C(x) = \frac{h^2\cdot(\zeta-1)}{12f_0\cdot Sin\dfrac{\pi x}{\ell}} \qquad (10)$$

При $x = 0$ из (9) следует, что

$$C(x) = \frac{h^2 \cdot Cos0{,}5\alpha\ell}{12e_0}$$

Из (10) $C_{(0)} \to \infty$, это получилось, потому что угол β был принят равным нулю. Знак кривизны нейтральной оси $K_{н.о}$ противоположен знаку оси стержня $K_{о.с.}$, радиусы лежат по разные стороны от оси стержня, поэтому их произведение при продольном изгибе будет отрицательным.

$$K_{н.о.} \cdot K_{о.с.} < 0 \tag{11}$$

Как показано в (1) при поперечном изгибе этот геометрический критерий положителен, а при центральном сжатии стремится к бесконечности.

Если диаграмма работы материала криволинейна, то её следует учитывать при продольном изгибе однородных стержней пока будет выполняться условие [2].

$$E_K = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \geq 0 \tag{12}$$

Для бетонов уместно использовать восходящий участок диаграммы $\sigma - \varepsilon$ до ε и b с такой аппроксимацией [3].

$$\sigma = E_C \cdot \varepsilon + E_1\varepsilon^2 = E_C \cdot \varepsilon \tag{13}$$

где секущий модуль

$$E_C = E_0(1 - 0{,}5\varepsilon/\varepsilon_{ub})\text{, или } E_c = 2R_b(1 - 0{,}5\,\varepsilon/\varepsilon_{ub})/\,\varepsilon_{ub} \tag{14}$$

Если по сечению элемента при определенном способе передачи нагрузки реализуется эпюра напряжений в форме восходящего участка диаграммы от 0 до R_b, то это означает, что равнодействующая внешних сжимающих нагрузок проходит через ядровую точку сечения с максимальным выгибом.

При этом ядровая точка находится $a_я = h/8$ (15)

Расстояние до нейтральной оси $C(x) = \dfrac{h}{16(e_0 + y_1(x))}$ (16)

максимальный прогиб $f(x = 0{,}5\ell) = \dfrac{h - 8e_0}{8}$ (17)

Из (17) видно, что при $e_0 = a_я = h/8$ - это соответствует расчету по недеформированной схеме. $(h-8e_0)$ - не может быть меньше нуля, т.к. тогда появится растянутая зона.

Применяя метод Бубнова – Галеркина можно получить уравнение связывающее максимальный прогиб, нагрузку и эксцентриситет

$$-\frac{8}{3\pi}P_1 f^2 + P_э f = P\left(\frac{4e_0}{\pi} + f\right) \quad (18)$$

Откуда $P = \dfrac{P_э - 8\pi P_1 f/3}{1 + 4e_0/\pi \cdot f}$ (19)

Нагрузку по (19) необходимо определять применяя следующий алгоритм. По заданному эксцентриситету определяют f по (17), а затем подставляют в (19). Этот подход к определению P справедливо для шарнирно опертой стойки.

С учетом физической нелинейности $a_я$ уменьшилось. Но если учесть деформационную неоднородность, связанную с тем что структура материала по сечению изменилась. Там где $\sigma = 0$ материал плотный, а там где $\sigma \le R_b$ накапливаются деструктивные изменения. В результате этого материал становится неоднородным. Физическая ось смещается относительно геометрической на $h/18$.

Деформационная неоднородность влияет на перераспределение напряжений и величину критических сил. Критическую силу можно определить, применяя приведенный модуль Кармака [4]. Величина критической силы зависит от уровня деформаций.

$$P_{кр} = P_\varepsilon \cdot \eta(\varepsilon) \quad (20)$$

где $\eta(\varepsilon) = \dfrac{4(1 - \varepsilon/\varepsilon_{ub})}{\left[1 + \sqrt{1 - \varepsilon/\varepsilon_{ub}}\right]^2}$ (21)

Изменение функции снижения критической силы от уровня деформаций представлено в таблице 3.

Таблица 3.

$\varepsilon/\varepsilon_{ub}$	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0
$\eta(\varepsilon)$	1	0,86103	0,68629	0,4444	0

Для однородных элементов рассматриваемых в данном исследовании, максимальную снимающую нагрузку при условии $a_я = e_0 + y_{max}(x) = \frac{h}{8}$ следует принимать не более

$$P = \frac{2}{3} R_b A \tag{22}$$

Литература

1. Кобринец В.М. Геометрический критерий напряженно-деформированного состояния. "Строительные конструкции. Строительные материалы. Инженерные системы. Экономические проблемы", Сб.научных трудов, Одесса – 1998г.С.101-103

2. Геммерлинг А.В. Расчет стержневых систем. М., Стройиздат – 1974 г. С.9-11.

3. Барданов Ю.М., Дорофеев В.С., Барданов В.Ю. Расчет изгибаемых железобетонных элементов при учете действительной диаграммы деформирования бетона // Сборник тезисов: Первая всеукраинская научно-техническая конференция "Научно-практические проблемы современного железобетона".-Киев. – 1996. – С.57-60.

4. Вольмир А.С. Устойчивость упругих систем . М., - 1963 г. Гос. из-во физико-математической литературы.