

**В.С.Дорофеев, д.т.н., проф., В.М. Карпюк, к.т.н., доц.,
Е.Н. Крантовская, к.т.н., ас.** (Одесская государственная академия
строительства и архитектуры, г. Одесса)

РАСЧЕТ ПРОГИБОВ НЕРАЗРЕЗНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК

Приведены результаты экспериментальных исследований деформативности неразрезных железобетонных балок, сделано сравнение опытных значений прогибов с результатами расчетов по действующим нормам Украины и России, деформационным методам НИИСК (г. Киев) и адаптированной слоистой деформационной моделью ОГАСА. Выявлено, что использование деформационного метода позволяет добиться лучшего схождения опытных данных с результатами расчетов.

Results of experimental researches деформативности not cutting ferro-concrete beams are resulted, comparison of skilled values of deflections with results of calculations on effective standards of Ukraine and Russia, deformation methods Science and Research Institution of Building Construction (SRIBC, Kiev) and adapted layered deformation model OSABA is made. It is revealed that use of a deformation method allows to achieve the best convergence of the skilled data with results of calculations.

Введение. Постановка проблемы. Сравнение опытных значений прогибов двухпролетных железобетонных элементов с их расчетными значениями, определенными по наиболее распространенным нормативным методам показали неудовлетворительную их сходимостъ, что иногда может поставить под сомнение работоспособность таких конструкций. Поэтому экспериментально-теоретические исследования в указанном направлении являются актуальными и необходимыми.

Основная часть. Прогибы опытных образцов [1] измеряли в шести точках: посередине пролетов, под сосредоточенными грузами и на свободных концах балки (над опорами). Появление первых нормальных трещин, а затем и наклонных в пролете среза сопровождалось скачкообразным увеличением прогибов. После образования этих трещин увеличение прогибов не было пропорциональным увеличению внешней нагрузки. По мере исчерпания несущей способности балки прогибы существенно увеличивались даже при небольшом приросте внешней нагрузки. Обусловлено это, с одной стороны, нелинейными деформациями сжатого бетона при большом проценте продольного армирования или растянутой арматуры при небольшом ее

количестве, а с другой стороны, - деформациями сдвига в пролете среза, вызванными совместным действием М и Q.

Результаты исследований. В результате обработки экспериментальных данных получены адекватные математические модели, характеризующие прогибы неразрезных железобетонных балок посередине пролетов и под сосредоточенными грузами на «эксплуатационной» (при $\Sigma F \approx 0,67 \Sigma F_u$) стадии, а также перед разрушением (при $\Sigma F \approx 0,95 \Sigma F_u$):

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{\text{пр}}^{0,67F_u} &= 1,53 + 0,12X_1 + 0,26X_4 + 0,18X_5 + 0,14X_1^2 - 0,07X_1X_2 + 0,05X_1X_4 + \\ &+ 0,07X_2X_5, \text{мм}, \\ \Sigma &= 0,22; \sigma = 0,09; \nu = 6,0\%; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{\text{пр}}^{0,67F_u} &= 0,274 + 0,43X_1 + 0,07X_4 + 0,04X_5 + 0,184X_1^2 + 0,014X_2^2 - 0,034X_1X_2 + \\ &+ 0,07X_1X_4 + 0,02X_3X_4, \text{мм}, \\ \Sigma &= 0,008; \sigma = 0,018; \nu = 6,4\%; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{\text{пр}}^{0,95F_u} &= 1,35 + 1,71X_1 + 0,99X_1^2 - 0,07X_2^2 - 0,04X_4^2 + 0,13X_2X_3 + 0,126X_4X_5, \text{мм}, \\ \Sigma &= 0,139; \sigma = 0,073; \nu = 5,4\%; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{\text{пр}}^{0,95F_u} &= 3,02 + 0,41X_1 + 0,084X_4 + 1,01X_1^2 - 0,19X_5^2 + 0,08X_2X_3 + 0,15X_4X_5, \text{мм}, \\ \Sigma &= 0,770; \sigma = 0,172; \nu = 5,7\% \end{aligned} \quad (4)$$

Из анализа зависимостей (2, 3) видно, что наибольшее влияние на величину прогибов (см. рис. 1) под сосредоточенными грузами оказывает относительный пролет среза (X_1). С его увеличением прогибы возрастают и перед разрушением в балках с большими пролетами среза, в среднем, на 15% превышают прогибы посередине балки. Причиной этого является то, что высота сжатой зоны бетона под сосредоточенными грузами при больших пролетах среза значительно меньше, чем посередине пролета. Величина прогибов посередине пролетов (1, 4) зависит от относительного пролета среза (X_1), нижнего и верхнего продольного армирования (X_4, X_5). Прогибы в пролете и под сосредоточенными грузами в «эксплуатационной» стадии зависят от одних и тех же факторов. Так, $f_{\text{пр}}^{0,67F_u}$ и $f_{\text{пр}}^{0,95F_u}$ возрастают по отношению к своим средним значениям 1,53мм и 0,274мм при увеличении относительного пролета среза a/h_0 от 1 до 3, соответственно, на 15,7 и 314%, увеличении коэффициента нижнего продольного армирования от 0,0101 до 0,0199 на 34 и 51%, увеличении количества количества верхнего продольного армирования от 0,0101 до 0,0199 на 24 и 29%.

Прогибы посередине пролетов перед разрушением (см. рис. 3, в) возрастают по отношению к среднему значению $f_{\text{пр}}^{0,95F_u} = 3,02 \text{мм}$:

- с увеличением относительного пролета среза a/h_0 от 1 до 3 - на 27%;
- с увеличением количества нижней продольной арматуры μ_{SH} от 0,0101 до 0,0199 - на 5,6%.

Наличие положительного и отрицательного знака, соответственно, при квадратичных эффектах (X_1^2, X_5^2) говорит о том, что при дальнейшем увеличении a/h_0 и уменьшении μ_{SB} за пределами варьирования прогибы посередине пролетов будут расти стремительнее.

$$\hat{Y} f_{ep}^{0,67E_u} = 0,274 + 0,43 X_1 + 0,07 X_4 + 0,04 X_5 + 0,184 X_1^2 + 0,014 X_2^2 - 0,034 X_1 X_2 + 0,07 X_1 X_4 + 0,02 X_3 X_4$$

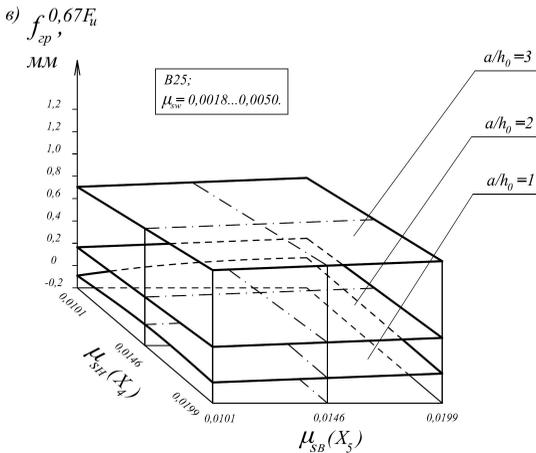
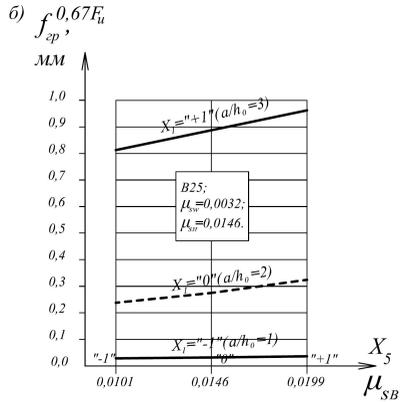
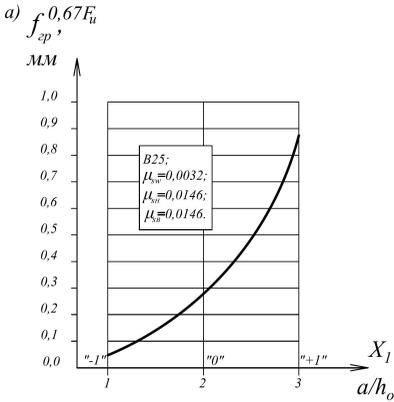


Рис. 1. Влияние относительного пролета среза и количества продольной нижней (а) и верхней (б) арматуры, а также комплексного влияния исследуемых факторов (в) на прогибы балки под сосредоточенными грузами при «эксплуатационном» уровне нагрузки.

Методики определения прогибов исследованных элементов по действующим нормам Украины [2], России [3] и Белоруссии [4] похожи и принципиально не отличаются между собой. Они базируются на неполном (без учета влияния продольной силы N) интеграле Мора. В современной

интерпретации действующие нормы Украины и Белоруссии в общем виде рекомендуют определять прогибы по формуле

$$f = f_m + f_q = \int_0^L \bar{M}_x \left(\frac{1}{r} \right)_x dx + \int_0^L \bar{Q}_x \times \gamma_x \times dx, \quad (5)$$

$$\hat{Y} f_{np}^{0,67F_u} = 1,53 + 0,12 X_1 + 0,26 X_4 + 0,18 X_5 + 0,14 X_1^2 - 0,07 X_1 X_2 + 0,05 X_1 X_4 + 0,07 X_2 X_5$$

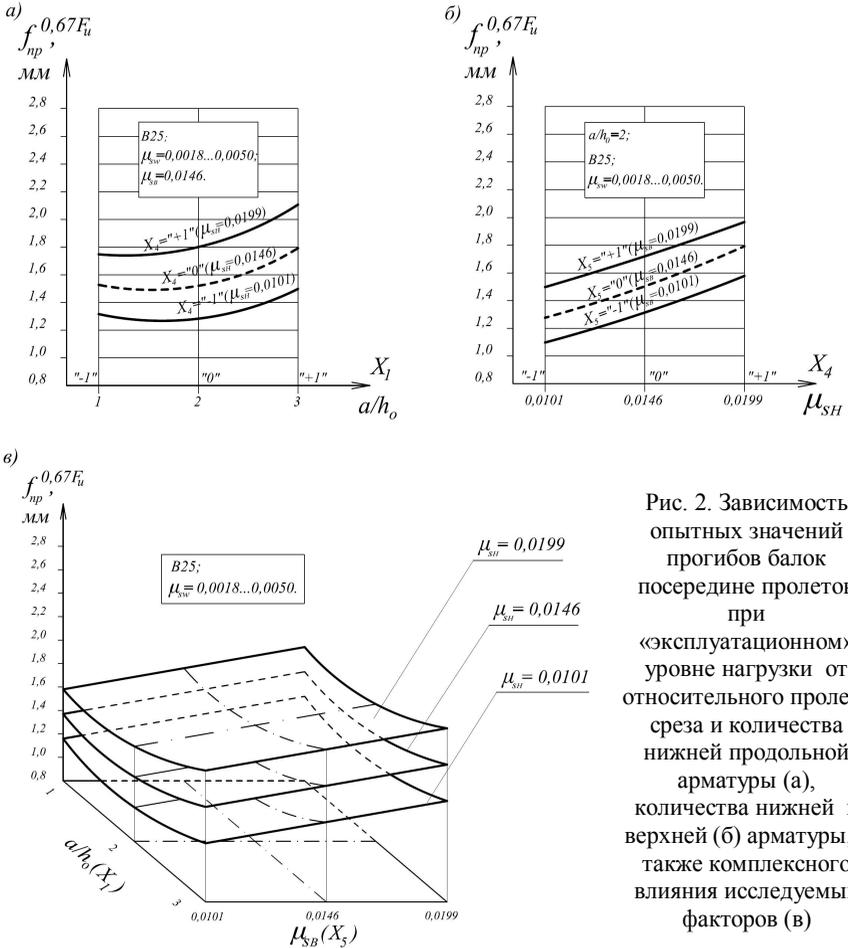
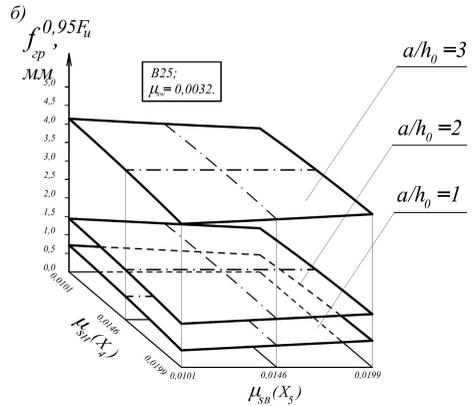
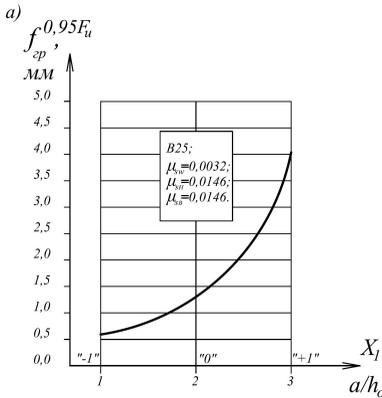


Рис. 2. Зависимость опытных значений прогибов балок посередине пролетов при «эксплуатационном» уровне нагрузки от относительного пролета среза и количества нижней продольной арматуры (а), количества нижней и верхней (б) арматуры, а также комплексного влияния исследуемых факторов (в)

$$\hat{Y} f_{sp}^{0,95F_u} = 1,35 + 1,71 X_1 + 0,99 X_1^2 - 0,07 X_2^2 + 0,04 X_4^2 + 0,13 X_2 X_3 + 0,126 X_4 X_5$$



в)

$$\hat{Y} f_{np}^{0,95F_u} = 3,02 + 0,41 X_1 + 0,084 X_4 + 1,01 X_1^2 - 0,19 X_2^2 + 0,08 X_2 X_3 + 0,15 X_4 X_5$$

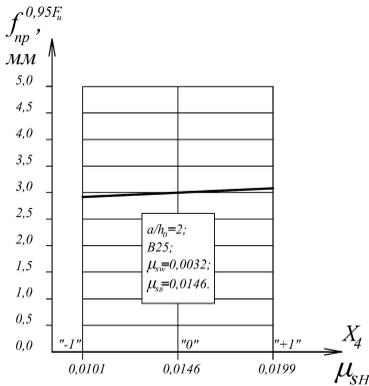


Рис.3. Влияние относительного пролета среза (а) и других исследуемых факторов (б) на величину прогибов балки под сосредоточенным грузом, а также влияние количества нижнего продольного армирования (в) на прогибы посередине пролета балки перед ее разрушением ($F = 0,95F_u$)

где \bar{M}_x и \bar{Q}_x - изгибающий момент и поперечная сила в i -том сечении от действия единичного усилия, приложенного в направлении искомого перемещения в сечении « i », для которого определяем прогиб;

$\left(\frac{1}{r}\right)_x$ - полная величина кривизны элемента в сечении X от нагрузки, при

которой определяется прогиб;

γ_x - деформации сдвига, определяемые по формуле:

$$\gamma_x = \frac{1,5Q_x \times \varphi_{b2} \times \varphi_{cpc}}{G_b \times b \times h_0} \quad (6)$$

где Q_x - поперечная сила в сечении X от действия внешней нагрузки;

φ_{b2} - коэффициент, учитывающий влияние длительной ползучести бетона при нормальной (40%...70%) влажности воздуха $\varphi_{b2}=2$. При кратковременном действии нагрузки $\varphi_{b2}=1$;

G_b – модуль сдвига бетона, $G_b=0,4E_{b0}$;

$\varphi_{срс}$ - коэффициент, учитывающий влияние трещин на деформации сдвига и принимается равным 1 при отсутствии трещин или 4,8 при наличии только наклонных к продольной оси трещин. При наличии нормальных и наклонных трещин этот коэффициент определяется по формулам:

$$\varphi_{срс}^{оп} = \frac{3(E_b \times I_{ред})_{оп}}{M_{оп}} \left(\frac{1}{r} \right)_{оп}, \quad (7)$$

$$\varphi_{срс}^{np} = \frac{3(E_b \times I_{ред})_{гр}}{M_{гр}} \left(\frac{1}{r} \right)_{гр}, \quad (8)$$

где $M_{оп}$, $(1/r)_{оп}$, $M_{гр}$, $(1/r)_{гр}$ - соответственно, моменты и кривизны сечений над опорой и под грузми.

Указанные кривизны определяются по средним величинам относительных деформаций арматуры и бетона на участках между трещинами. До появления пластического шарнира над средней опорой (рис.4) прогиб, обусловленный моментом допускается, определять по упрощенной формуле

$$f_m = \frac{\bar{M}_x}{3} \left[\left(\frac{1}{r} \right)_{гр} (d+\lambda) + \left(\frac{1}{r} \right)_{оп} (a-\lambda) \right], \quad (9)$$

где, $\lambda = \frac{M_{np} \times a}{M_{оп} + M_{np}}$, учитывающей пропорциональность изменения

моментов и кривизны балки постоянного по длине сечения без предварительного напряжения арматуры.

Прогибы, обусловленные деформацией сдвига, рекомендуется определять по формуле

$$f_q = \int_0^l \bar{Q}_x \gamma_x dx = \frac{\bar{Q}_x \times 1,5 \times \varphi_{b2}}{G \times b \times h} \times (Q_B \times a \times \varphi_{срс}^{оп} + Q_A \times d \times \varphi_{срс}^{np}). \quad (10)$$

После появления пластического шарнира (рис.5) $\lambda = \frac{M_{гр} \times c}{[M_{оп}] + M_{гр}}$

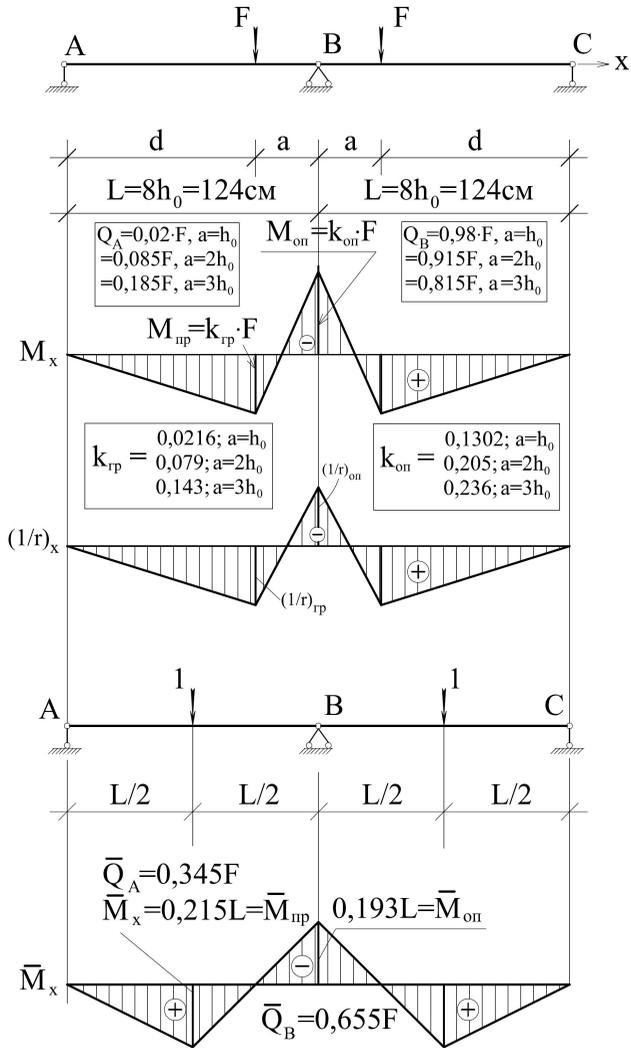


Рис. 4. Расчетная схема двухпролетной балки в предположении упругой работы материалов при определении ее кривизны

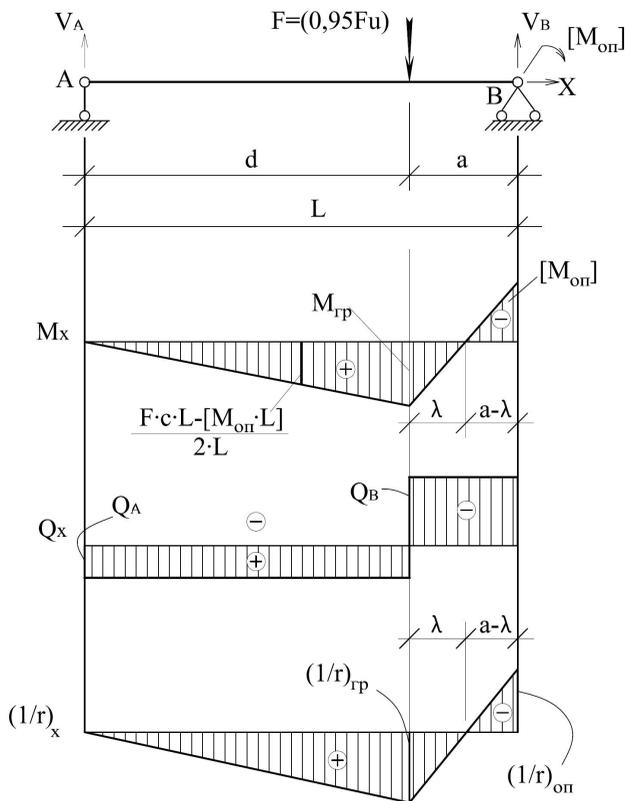


Рис. 5. Расчетная схема левой однопролетной части неразрезной балки после образования пластического шарнира над средней опорой

Далее определяются погибы по формулам (9) и (10).

Для определения максимальной величины прогибов единичные усилия прикладываем посередине пролетов.

Формула (5) используется для определения прогибов при кратковременном действии нагрузки в относительно коротких балках ($L < 10h$). При $L \geq 10h$ влиянием второго слагаемого (от поперечной силы) можно пренебречь.

Расчет за деформациями имеет большое значение при проектировании железобетонных элементов и конструкций. Как известно, наступление одного из предельных состояний конструкций характеризуется именно развитием чрезмерных деформаций (перемещений) от статических и динамических нагрузок.

Оценка кривизны и перемещений сечений необходима также при определении внутренних усилий в статически неопределимых системах, как в эксплуатационной стадии, так и перед их разрушением и не только от силовых воздействий, а и от температурных колебаний, усадки бетона или смещений опор.

Выводы: выполненные эксперименты подтвердили целесообразность учета деформаций сдвига на приопорных участках при определении прогибов железобетонных элементов: их вклад составляет 25-30% от суммарных прогибов балки.

Выполненное сравнение расчетных значений прогибов с экспериментальными данными (табл.1, 2) показало, что использование деформационного метода НИИСК (г.Киев) или рассматриваемой слоистой деформационной модели позволяет достаточно точно (коэффициенты вариации $v=10...22\%$) прогнозировать деформативность неразрезных железобетонных элементов в разных пролетных сечениях в то время, как использование рекомендаций действующих в Украине [2] и России [4] Норм показывает неудовлетворительную ($v=25...89\%$) сходимость результатов расчетов с опытными данными.

Таблица 1

№ опыта	Прогибы балок в «эксплуатационной» стадии ($F=0,67F_u$), мм									
	Опытное значение		Расчетное значение							
	Посередине пролета f_{Φ}^{\wedge} , мм	Под сосредоточенным грузом $f_{\Gamma P}^{\wedge}$, мм	f , мм СНиП 2.03.01.-84*		f , мм СНиП 52-101-2003 (Россия)		f , мм деформ.метод НИИСК, (г. Киев)		f , мм, по слоистой деформ. модели	
			f^{np} , мм	$f^{\Gamma P}$, мм	f^{np} , мм	$f^{\Gamma P}$, мм	f^{np} , мм	$f^{\Gamma P}$, мм	f^{np} , мм	$f^{\Gamma P}$, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	2,31	1,10	3,92	3,39	2,81	2,37	3,65	3,08	2,48	1,22
2	1,91	0,04	0,68	0,08	2,99	0,40	3,89	0,52	2,12	0,05
3	1,19	0,05	0,32	0,04	1,47	0,20	1,91	0,26	1,16	0,03
4	1,55	0,79	3,21	2,77	2,21	1,86	2,87	2,42	1,81	0,88
5	2,11	0,05	1,07	0,13	2,56	0,34	3,33	0,44	2,23	0,05
6	2,39	1,15	4,07	3,50	3,31	2,80	4,30	3,64	2,49	1,25
7	1,19	0,58	2,93	2,55	1,70	1,42	2,21	1,85	1,26	0,61
8	1,27	0,04	0,28	0,03	1,94	0,26	2,52	0,34	1,28	0,04
9	1,61	0,04	0,89	0,11	2,03	0,27	2,64	0,35	1,74	0,04
10	2,17	1,07	3,29	2,86	2,56	2,19	3,33	2,85	2,35	1,15
11	1,69	0,81	3,45	2,95	2,39	1,98	3,11	2,57	1,72	0,85
12	1,49	0,05	0,37	0,04	2,67	0,36	3,47	0,47	1,71	0,04
13	1,69	0,05	0,39	0,04	2,04	0,27	2,65	0,35	1,90	0,04

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
14	1,77	0,86	3,99	3,41	3,08	2,58	4,00	3,35	1,86	0,94
15	1,81	0,87	3,37	2,94	2,22	1,88	2,89	2,44	2,00	0,95
16	1,69	0,03	0,53	0,06	2,33	0,31	3,03	0,40	1,74	0,04
17	1,79	0,89	3,59	3,11	2,44	2,06	3,17	2,68	1,94	0,95
18	1,55	0,03	0,64	0,08	2,19	0,29	2,85	0,38	1,70	0,04
19	1,53	0,26	2,19	1,02	2,16	1,00	2,81	1,30	1,75	0,31
20	1,61	0,32	2,16	0,99	2,67	1,25	3,47	1,63	1,66	0,30
21	1,56	0,27	2,15	0,99	2,33	1,09	3,03	1,42	1,71	0,30
22	1,56	0,27	2,15	0,99	2,33	1,09	3,03	1,42	1,68	0,30
23	1,79	0,34	2,23	1,03	2,54	1,19	3,30	1,55	1,93	0,34
24	1,27	0,20	1,86	0,85	2,09	0,97	2,72	1,26	1,37	0,25
25	1,71	0,31	2,37	1,08	2,68	1,24	3,48	1,61	1,84	0,34
26	1,35	0,23	1,96	0,92	2,02	0,95	2,63	1,24	1,42	0,25
27	1,53	0,27	2,15	0,99	2,33	1,09	3,03	1,42	1,68	0,30
Среднее квадратичное отклонение $\Sigma(\bar{Y}-Y)^2$			39,3	46,6	15,1	20,9	2,20	0,09	0,6	0,07
Стандарт $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(\bar{Y}-Y)^2}{n-1}}$			1,23	1,34	0,76	0,90	0,29	0,06	0,15	0,05
Коэффициент вариации $v = \frac{\sigma}{b_0} \times 100$			80%	85%	50%	89%	19%	21%	9,7%	10%

Таблица 2

№ опыта	Прогибы балок перед разрушением ($F=0,95F_u$), мм									
	Опытное значение		Расчетное значение							
	Посредние пролета $\hat{f}_{tot}^{пр}$, мм	Посредние пролета $\hat{f}_{tot}^{пр}$, мм	\hat{f} , мм СНиП 2.03.01.-84*		\hat{f} , мм СНиП 52-101-2003 (Россия)		\hat{f} , мм деформ.метод НИИСК, (г. Киев)		\hat{f} , мм, по слоистой деформ. модели	
			$\hat{f}_{tot}^{пр}$, мм	$\hat{f}_{tot}^{пр}$, мм	$\hat{f}_{tot}^{пр}$, мм	$\hat{f}_{tot}^{пр}$, мм	$\hat{f}_{tot}^{пр}$, мм	$\hat{f}_{tot}^{пр}$, мм	$\hat{f}_{tot}^{пр}$, мм	$\hat{f}_{tot}^{пр}$, мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	4,85	4,32	5,82	5,03	4,01	3,37	4,81	4,04	4,98	4,54
2	3,47	0,44	1,22	0,14	4,28	0,57	5,14	0,68	4,01	0,45
3	3,53	0,51	1,04	0,13	2,17	0,28	2,60	0,34	3,64	0,39
4	4,31	4,09	4,84	4,19	3,16	2,65	3,79	3,18	4,88	4,43
5	3,52	0,55	1,87	0,22	3,69	0,48	4,43	0,58	3,98	0,43

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6	4,46	4,22	5,90	5,07	4,70	3,97	5,64	4,76	4,79	4,34
7	4,30	4,10	4,68	4,07	2,46	2,04	2,95	2,45	4,78	4,38
8	3,48	0,50	0,80	0,09	2,81	0,37	3,37	0,44	3,67	0,42
9	3,53	0,54	1,57	0,20	2,91	0,38	3,49	0,46	4,12	0,39
10	3,99	3,47	4,77	4,14	3,64	3,11	4,37	3,73	4,10	3,44
11	4,05	3,91	5,50	4,71	3,46	2,84	4,15	3,41	4,62	4,22
12	2,99	0,43	1,04	0,11	3,91	0,51	4,69	0,61	2,95	0,35
13	3,38	0,54	1,28	0,15	3,04	0,39	3,65	0,47	3,69	0,42
14	4,00	3,80	6,03	5,15	4,42	3,67	5,30	4,40	4,43	4,15
15	4,04	3,48	5,01	4,37	3,16	2,68	3,79	3,22	4,29	3,72
16	3,54	0,53	0,95	0,11	3,34	0,45	4,01	0,54	3,93	0,41
17	4,44	4,03	5,39	4,66	3,50	2,93	4,20	3,52	4,96	4,50
18	3,62	0,61	1,29	0,15	3,16	0,41	3,79	0,49	3,83	0,42
19	3,08	1,29	3,51	1,63	3,10	1,42	3,72	1,70	3,19	1,38
20	2,96	1,23	3,30	1,52	3,82	1,78	4,58	2,14	3,30	1,43
21	3,06	1,33	3,38	1,56	3,34	1,54	4,01	1,85	3,33	1,46
22	2,98	1,33	3,38	1,56	3,34	1,54	4,01	1,85	3,32	1,46
23	3,10	1,27	3,39	1,57	3,63	1,70	4,36	2,04	3,34	1,40
24	2,94	1,31	3,14	1,44	3,03	1,38	3,64	1,66	3,23	1,47
25	2,83	1,39	3,74	1,71	3,85	1,77	4,62	2,12	3,07	1,38
26	2,83	1,27	3,09	1,44	2,90	1,35	3,48	1,62	3,12	1,28
27	3,02	1,33	3,38	1,56	3,34	1,54	4,01	1,85	3,27	1,42
Среднее квадратичное отклонение $\Sigma(\bar{Y}-Y)^2$			59,2	7,2	14,7	11,4	11,5	24,8	3,4	1,02
Стандарт $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(\bar{Y}-Y)^2}{n-1}}$			1,51	0,53	0,75	0,66	0,66	0,23	0,36	0,20
Коэффициент вариации $v = \frac{\sigma}{b_0} \times 100$			50%	39%	25%	49%	22%	17%	12%	10%

Литература

1. Дорофеев В.С. О необходимости и постановке системных исследований прочности, трещиностойкости и деформативности приопорных участков железобетонных элементов, испытывающих сложные деформации с целью уточнения и развития методов их расчета / В.С. Дорофеев, В.М. Карпюк, Е.Н. Крантовская, Ф.Р. Карпюк, Н.И. Шелетюк, Н.Н. Ярошевич // Будівельні конструкції. Зб. наук. праць, вип. 62. – Київ.: НДБК, 2005. – С.160-167.
2. СНиП 2.03.01-84* «Конструкции бетонные и железобетонные. Нормы проектирования». - Госстрой СССР – М.: ЦИТП Госстрой СССР, 1985.(-79с.).
3. СП52-101-2003 «Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры». – М.: ГУП «НИИЖБ» Госстрой России, 2004. -55с.
4. СНБ 5.03.01-02 «Конструкции бетонные и железобетонные». – Минск.: Стройтехнорм, 2002г. – 274с.

5. EN1992-1:2001 (Final Draft, April, 2002) Eurocode-2: Desing of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building. – Brussels-2002, Oktober-230p.
6. (DIN 1045-1) Tragenwerke aus Beton, Stahlbeton und Spahbeton. Teil: Bemessung und Construction. - Berlin, 1998-178p.
7. ACI 318-95. Building Code Requirements for Reinforced Conctete. ACI 318-95 and Commentegeru (318-95R). – American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 1995-369p.
8. СП52-100-2004 «Предварительно напряжённые железобетонные конструкции». – М.: ГУП «НИИЖБ» Гостроя России, 2004. -49с.
9. Гольшев А.Б. Железобетонные конструкции /А.Б. Гольшев, В.П. Полищук, В.Я. Бачинский: Под ред. А.Б. Голишева. – К.: Логос. 2001.-420с.
10. Блещик Н.П. Железобетонные конструкции. Основы теории, расчета и конструирования /Н.П. Блещик, Д.Д. Жуков, Д.Н. Лозовский, В.Г. Козачек, А.А. Кондратчик, Т.М. Пецольд, Д.П. Подобед, Н.А. Рак, В.В. Тур, И.М. Шуберт: Под ред. Т.М. Пецольда, В.В. Тура. – Брест, БГТУ, 2003-380с.
11. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона / Н.И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1996. -416с, ил. – ISBN5-274-01682-0.
12. Клованич С.Ф. Метод конечных элементов в механике железобетона / С.Ф. Клованич, И.Н. Мироненко. – Одесса.: ОНМУ, 2007. – 110с.
13. Барашиков А.Я. Експериментально теоретичні дослідження деформацій бетону при тривалих повторних навантаженнях / А.Я. Барашиков, В.М. Колякова // Вісник національного університету «Львівська Політехніка». – 2007.- №600. – С.3-9.
14. Вознесенский В.А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях / В.А. Вознесенский. // 2-е изд. испр. и доп. – М.: Финансы и статистика, 1981.-215с.