

УДК 628.16.067

В. И. ПРОГУЛЬНЫЙ

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СБОРНОЙ ПОРИСТОЙ НАПОРНОЙ ТРУБЫ

Разработана математическая модель работы сборной пористой напорной трубы, основанная на использовании уравнений движения, полученных из уравнений энергии. Создана методика расчета таких труб, базирующаяся на пошаговом счете и использовании итераций. Сопоставление с результатами экспериментальных исследований подтвердило адекватность модели.

На модели проведено исследование влияния шага счета, а также шероховатости на напоры внутри и снаружи трубы и на неравномерность сбора воды.

промывка фильтра, дренаж, сбор воды, пористая труба, математическая модель

Пористые трубы широко используются в водоснабжении и мелиорации для сбора и распределения воды — это дренажи инфильтрационных водозаборов, пористые фильтры водозаборных скважин, трубы для сбора промывной воды в скорых фильтрах и т. п.

Задачами сбора и распределения воды перфорированными трубами занимались многие ученые — В. Т. Турчинович, В. М. Маккавеев, И. М. Коновалов, Г. А. Петров, А. М. Грабовский, О. И. Егоров, О. А. Василенко, А. М. Кравчук и другие. Однако в большинстве случаев принималась квадратичная зависимость потерь напора в отверстиях трубы от скорости, что отличается от условий сбора воды пористой трубой, где такая зависимость не выполняется.

Математическая модель работы пористой трубы определяется двумя основными уравнениями:

- 1) движения жидкости внутри трубы;
- 2) движения жидкости через стенки трубы.

Сложность задачи обусловлена тем, что эти уравнения взаимосвязаны и в аналитическом виде, без использования ряда упрощающих допущений, решение получить не удастся. Вначале было рассмотрено уравнение движения жидкости внутри трубы. Здесь вода движется с расходом, увеличивающимся по длине потока.

Для выбора уравнения движения были проанализированы уравнения, полученные Г. А. Петровым [1] и В. В. Дильманом [2], поскольку при их выводе использован минимум допущений, а результаты проверены экспериментально. Разница в выводах этих уравнений заключается в том, что Г. А. Петров использовал уравнения количества движения, а в работе [2] применено уравнение энергии. Сопоставление этих уравнений с результатами экспериментов на напорных перфорированных раздающих трубопроводах и на сборных пористых трубах, работающих в напорном и безнапорном режимах, показало, что методика, основанная на уравнении энергии [2], значительно лучше соответствует опытным данным, чем при использовании уравнения количества движения [1].

Для случая притока через пористую трубу с достаточно большой толщиной стенки, как показано в [2], проекция скорости присоединяемого потока на направление основного потока может быть принята равной нулю.

В этом случае уравнение движения жидкости в трубе принимает вид:

$$\frac{3}{4}d\left(\frac{\alpha V^2}{g}\right) + dh + i_F dx = 0, \quad (1)$$

где α — коэффициент Кориолиса;
 V — скорость потока;
 i_F — гидравлический уклон (уклон трения);

$h = Z + P/\gamma$ – пьезометрическое давление в трубе;
 $w = \pi R^2$ – площадь сечения трубы внутренним радиусом R .

Краевыми условиями для уравнения (2) являются:

- при $x=0$ (начало трубы) $Q=0$,
- при $x=L$ (выходное сечение) $Q=Q_0, h=h_0$.

Конечный расход Q_0 задан необходимым расходом сборной трубы, а пьезометрическое давление в конце (h_0) определяется пропускной способностью отводной системы при расходе Q_0 .

Гидравлический уклон определяется формулой:

$$i_f = \frac{Q^2}{w^2 C^2 R_c^3}, \quad (2)$$

где R_c – гидравлический радиус, для напорной трубы равный $R/2$;
 C – коэффициент Шези, равный (по Н. Н. Павловскому [4]):

$$C = \frac{1}{n} R_c^y, \quad (3)$$

$$y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - 0,75\sqrt{R_c}(\sqrt{n} - 0,1)$$

где n – коэффициент шероховатости.

Потери напора при притоке воды через стенку пористой трубы в общем случае описывается двучленной зависимостью [5,6]:

$$h_c = H - h = aV_f + bV_f^2, \quad (4)$$

где H – давление (пьезометрическое) снаружи трубы;
 V_f – скорость фильтрации через стенку трубы;
 a, b – коэффициенты, зависящие от характеристик пористой стенки (толщины, диаметра зерен, пористости) и вязкости воды, определяемые опытным путем.

Как показано в [7], двучленная формула может быть заменена более удобной для расчетов одночленной степенной формулой:

$$h_c = H - h = c\delta v^{2-m} V_f^m = AV_f^m, \quad (5)$$

$$A = c\delta v^{2-m},$$

где c – эмпирический коэффициент, зависящий от крупности заполнителя и пористости слоя;
 δ – толщина стенки, см;
 v – кинематическая вязкость воды, см²/с;
 m – эмпирический показатель степени, изменяющийся от 1 до 2 (для пористого полимербетона при $Re = 15-200, m \approx 1,67$ [7]).

Приток на единицу длины трубы в соответствии с уравнением баланса расходов равен:

$$\frac{dQ}{dx} = q = V_f S = 2V_f \pi R, \quad (6)$$

где $S = 2\pi R$ – поверхность трубы, подсчитанная по внутреннему радиусу.

Из (5) имеем:

$$V_f = \frac{(H-h)^{\frac{1}{m}}}{A^{\frac{1}{m}}} \quad (7)$$

Полученная система уравнений (2)-(3),(5)-(7), является математической моделью работы сборной пористой трубы. Как показал анализ, эта система не имеет аналитического решения, поэтому приходится использовать численные методы.

Разобьём трубопровод на k одинаковых участков (рис. 1).

Уравнение (1) в конечно-разностной форме принимает вид:

$$\Delta h = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{g w^2} (Q_0^2 - Q_1^2) + i_F \Delta x, \quad (8)$$

где Q_0 – заданный расход в конце трубы;

Q_1 – расход в начале участка 1, определяемый по формуле:

$$Q_1 = Q_0 - q_{0-1} \Delta x, \quad (9)$$

где q_{0-1} – приток на участке 0-1, в первом приближении рассчитываемый по формуле:

$$q_{0-1} = 2\pi R_0 \left(\frac{H - h_0}{A} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (10)$$

При вычислении притока по формуле (10) предполагается, что в первом приближении пьезометрическое давление внутри трубы постоянно и равно давлению на выходе из трубы. В дальнейших расчетах, выполняемых итерациями, это давление уточняется.

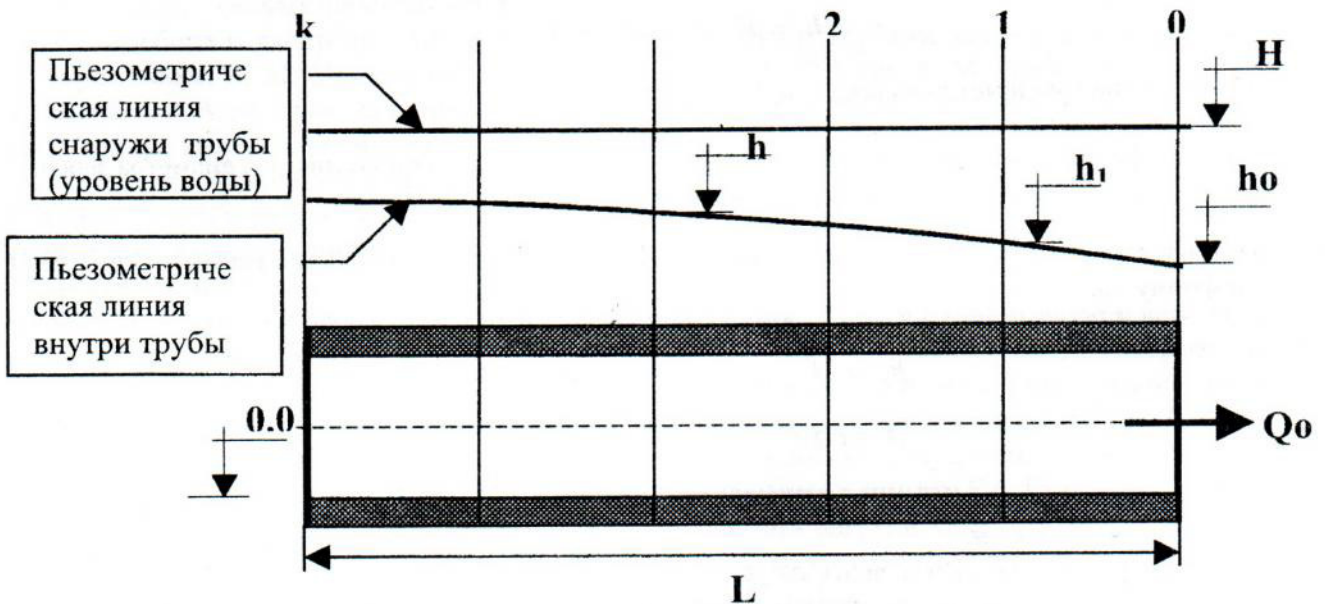


Рис. 1. Расчетная схема сбора воды пористой трубой.

Исходные данные для расчета:

1. Расчетный расход в конце трубы – Q_0 , см³/с.
2. Пьезометрическая отметка в выходном сечении – h_0 , см.
3. Температура воды – t , °С.
4. Характеристики трубы: длина – L , см; внутренний радиус – R_0 , см; толщина стенки – δ , см; шероховатость внутренней поверхности – n ; параметры s и m для определения сопротивления при проток воды через пористую стенку.
5. Погрешность расчета пьезометрической отметки в пределах расчетного участка – Δh .
6. Погрешность расчета начального расхода – $\Delta Q/Q_0$.

Порядок численного расчета пористой трубы следующий:

1. Для первого участка:

1.1. Задают расчетный расход в конце трубы – Q_0 (см³/с), пьезометрическую отметку в выходном сечении – h_0 (см) и напор снаружи трубы в первом приближении H_0 .

1.2. Вычисляют приток на первом участке по формуле (10).

1.3. По формуле (9) находят расход в начале участка, при этом учитывают поправку на кривизну стенки трубы.

1.4. Вычисляют средний расход на участке 1 и гидравлический уклон по этому расходу с помощью формул (2) и (3).

1.5. По (8) находят перепад напоров внутри трубы в начале и конце участка (Δh).

1.6. Переходят к следующей итерации, для чего определяют напор в трубе в начале участка – $h_1 = h_0 + \Delta h$ и средний напор $h_{cp} = h_1 + h_0$, затем находят новое значение притока и расход в начале участка $Q_2 = Q_0 - q\Delta x$.

1.7. Продолжают итерации до тех пор, пока разница между последовательными значениями $\Delta \eta$ не станет меньше допустимого значения ($\Delta \Delta h_0$).

2. Переходят к следующему участку, задавая $L_{i+1} = L_i + \Delta x$, при этом расход в начале следующего участка принимается равным расходу в конце предыдущего участка.

3. Расчеты продолжают до тех пор, пока не доходят до начала трубы.

4. Поскольку напор снаружи трубы H_0 в начале расчета задан произвольно, то в процессе расчетов могут получаться отрицательные значения расхода в трубе, либо величина расхода в начале трубы окажется не равной нулю. Поэтому расчеты следует повторить при других значениях H_0 до выполнения краевого условия $Q(0) = 0$. Разумеется, столь жесткое требование для инженерных расчетов целесообразно заменить, установив допустимую величину погрешности начального расхода $\Delta Q/Q_0$.

Описанный алгоритм реализован с помощью стандартной программы Microsoft Excel. Для определения напора снаружи трубы использованы надстройки «Поиск решения» и «Подбор параметра» – определяется такое значение H_0 , при котором погрешность $\Delta Q/Q_0$ будет равной 0-1,0%.

С помощью полученной математической модели был проведен ряд численных экспериментов, в процессе которых выяснялось влияние на результаты расчетов шага счета ($\Delta x/L$) и шероховатости внутренней поверхности. H_0 предварительно были разработаны две приближенные методики определения давления снаружи трубы.

Приближенная методика 1. Здесь предполагается, что давление внутри трубы постоянно по длине, а приток равен среднему – $q_{cp} = Q_0/L$.

Тогда давление снаружи трубы вычисляется по формуле:

$$H_0 = h_0 + A \left(\frac{q_{cp}}{2\pi R_0} \right)^m, \quad (11)$$

причем в коэффициент A включена поправка на кривизну K_g .

Приближенная методика 2. В этой методике уже учитывается изменение давления внутри пористой трубы. Для этого, исходя из формулы (8), вначале определяется общий перепад давления в трубе от начального до выходного сечения:

$$\Delta h_1 = \frac{\alpha \Delta V^2}{g} + i_{f1} L = \frac{\alpha V_0^2}{g} + i_{f1} L, \quad (12)$$

где V_0 – скорость в выходном сечении трубы;

i_{f1} – гидравлический уклон, рассчитываемый по среднему расходу в трубе ($Q_{cp} = Q/2$).

Затем определяют среднее давление в трубе:

$$h_c = h_0 + \Delta h_1 / 2 \quad (13)$$

Давление снаружи трубы рассчитывают по формуле:

$$H_1 = h_c + A \left(\frac{q_{cp}}{2\pi R_0} \right)^m. \quad (14)$$

Как видно из сопоставления формул (11) и (14), разница между ними в том, что первую из них входит h_0 , а во вторую – h_c . Поэтому H_1 будет всегда больше, чем H_0 .

Влияние шага счета изучалось путем варьирования величины $\Delta x/L$ и расчета напоров снаружи трубы (H), внутри трубы в начальном ее сечении (h_n), а также неравномерности притока, вычисляемой как отношение притока в начальном сечении трубы к среднему притоку — $\beta = q_n/q_{cp}$.

На рис. 2 представлены результаты расчетов по изучению влияния шага счета в диапазоне $\Delta x/L = 0,01-0,2$ при следующих основных исходных данных: $Q_0 = 7,06$ л/с, внутренний радиус $R_0 = 5,5$ см, длина трубы $L = 1,0$ м, коэффициент шероховатости $n = 0,015$.

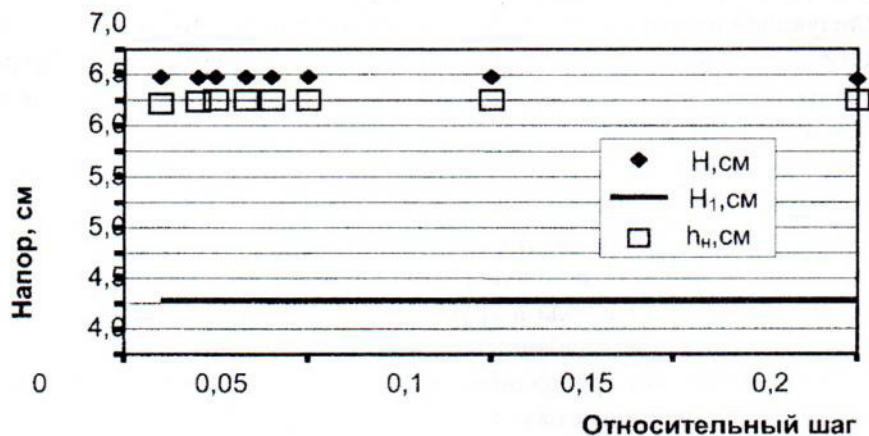


Рис. 2. Влияние шага счета на напор.

Неравномерность также изменялась очень мало — до 0,7%. Как видно из этих графиков, в исследованном диапазоне влияние шага счета слабо сказывается на результатах. При попытках еще больше увеличить шаг оказалось, что в некоторых случаях не было сходимости итераций при расчете давления снаружи трубы (H). На рис. 2 нанесена также величина напора снаружи трубы, подсчитанная по методике 2 (H_1). Видно, что H_1 заметно меньше напора, полученного пошаговым расчетом. Намного хуже оказались результаты расчетов по методике 1.

Кроме того, была проведена серия расчетов для изучения влияния шероховатости на напоры снаружи и внутри трубы, а также на неравномерность.

Из рис. 3 видно, что изменение шероховатости в довольно широком диапазоне ($n = 0,012-0,019$) слабо влияет на напоры. Отклонение рассчитанных значений напоров от величин H и h , соответствующих средней величине коэффициента шероховатости ($n = 0,016$), составляют 1,7-2%, а по неравномерности аналогичные отклонения меньше 2%.

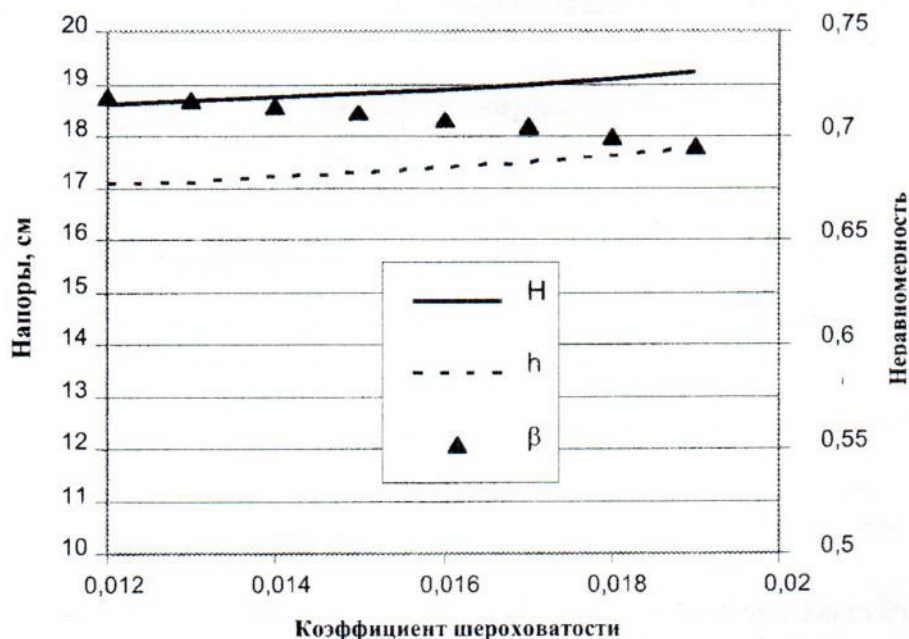


Рис. 3. Влияние шероховатости.

На рис. 4 представлены результаты расчетов и экспериментов, выполненных при следующих исходных данных: $Q_0 = 6,8$ л/с, внутренний радиус $R_0 = 5,5$ см, длина трубы $L = 1,0$ м, коэффициент шероховатости $n = 0,012$. Аналогичные данные получены и при других расходах.

Как видно из графика, соответствие вполне удовлетворительное — наибольшее отклонение рассчитанных значений напоров в трубе от опытных значений не превышает 7 мм, коэффициент корреляции равен 0,997.

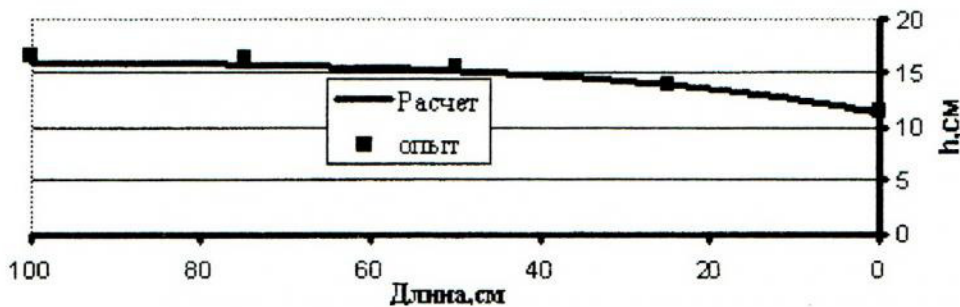


Рис. 4. Пьезометрическая отметка в трубе.

Напоры снаружи трубы также мало отличаются: опытное значение — 17,6 см, расчетное — 18,1 см.

ВЫВОДЫ

1. Разработанная математическая модель сборной пористой напорной трубы вполне удовлетворительно соответствует экспериментальным данным.

2. На модели исследовано влияние шага счета на напоры и неравномерность сбора воды, определен шаг, при котором отклонение не превышает допустимых в инженерных расчетах значений.

Задачей дальнейших исследований является апробация математической модели в промышленных условиях и разработка рекомендаций по проектированию пористых конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров Г. А. Движение жидкости с изменением расхода вдоль пути. - М.-Л.: Стройиздат.-1951.-197 с.
2. Дильман В. В., Сергеев С. П., Генкин В. С.. Описание движения жидкости в канале с проницаемыми стенками на основе уравнения энергии//Теор. осн. хим. технологии.- 1971.-т.5, № 4. -с. 564-571.
3. Грабовский П. А.. Неравномерность распределения сопротивлений в дренажно-распределительных системах// Гидравлика и гидротехника.-1987.-вып.45.-с 69-73.
4. Павловский Н. Н. Гидравлический справочник.- М.-Л., Госэнергоиздат, 1937,- 890 с.
5. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. - М.: Госиздат нефтяной и горно-топливной промышленности, 1949. - 630с.
6. Аэров М. Э., Тодес О. М., Наринский Д. А.. Аппараты со стационарным зернистым слоем: Гидравлические и тепловые основы работы. - Л.: Химия, 1979, - 176с.
7. Грабовский П. А., Прогульный В. И.. Отвод промывной воды из фильтров через пористую стенку. // Изв. Вузов. Строительство и архитектура. - 1987. -№4. - с. 100 - 104.

Получено 22.03.2005

В. Й. ПРОГУЛЬНИЙ

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗБІРНОЇ ПОРИСТОЇ НАПІРНОЇ ТРУБИ

Одеська державна академія будівництва та архітектури

Розроблено математичну модель роботи збірної пористої напірної труби, засновану на використанні рівнянь руху, одержаних з рівнянь енергії. Створено методику розрахунку таких труб, що базується на покроковому рахунку і використанні ітерацій. Зіставлення з результатами експериментальних досліджень підтвердили адекватність моделі.

На моделі проведено дослідження впливу кроку рахунку, а також шорсткості на напори усередині і зовні труби і на рівномірність збору води.

V. PROGULNY

MATHEMATICAL MODEL OF A GATHERING POROUS PRESSURE PIPE

Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture

The mathematical model of porous pressure pipe operation based on use of the liquid (flow) equations obtained from the energy equations has been developed. The procedure of account of such pipes, based on the step-by-step method and use of iterations has been created. Comparison with experimental results has confirmed the adequacy of the model.

The influence of the score pitch and roughness on the head inside and outside of a pipe and on nonuniformity of water gathering is spent on a pilot plant.