

УДК 691:539.217.2

## УГЛОВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ И ИХ КОРРЕЛЯЦИЯ С ЭФФЕКТИВНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ В ДВУХФАЗНЫХ КОМПОЗИТАХ

**Загинайло И.В., Писаренко А.Н., Максименюк А.Я.**

Одесская государственная академия строительства и архитектуры,  
Одесса

*Анотація.* Розраховано поля напрямків локальних теплових потоків у двокомпонентних композитних матеріалах. Встановлено кореляцію між середньозваженими кутами відхилення локальних потоків від макроградієнта температури і теплопровідністю матеріалу.

*Ключові слова:* Чисельне моделювання, теплопровідність

*Summary.* Local heat fluxes directions field in two-component composites was calculated. A correlation was established between the weighted average angle of local heat fluxes deviation from the macro-gradient of temperature and the effective thermal conductivity of the composite.

*Key words:* numerical simulation, thermal conductivity

*Аннотация.* Рассчитаны поля направлений локальных тепловых потоков в двухкомпонентных композитах. Установлена корреляция между средневзвешенным углом отклонения локальных потоков от макроградиента температуры и теплопроводностью материала.

*Ключевые слова:* численное моделирование, теплопроводность

Для описания теплоизолирующих свойств композиционных материалов (КМ) традиционно используется концепция эффективной теплопроводности [1]. Использование данной концепции фактически означает замену реального структурно-неоднородного материала эквивалентным по теплопередаче структурно-однородным материалом. Будучи вполне приемлемым в первом приближении, такой подход не дает ответа на ряд вопросов, начиная от влияния на эффективную теплопроводность параметров размещения включений при неизменной их концентрации и заканчивая возникновением

внутренних термонапряжений и их ролью в процессах деградации прочностных, теплозащитных и, возможно, других свойств материала. Для выхода на более глубокий уровень описания процессов теплопереноса требуется переход от рассмотрения интегральной характеристики материала – его эффективной теплопроводности – к анализу локальных тепловых потоков (ЛТП), которые связаны с отдельными включениями и областями между ними. Очевидно, что описание теплопереноса на уровне ЛТП в случайно-неоднородной среде может быть только статистическим. На начальном этапе разработки данного подхода требуется изучение статистических характеристик различных параметров ЛТП.

Ранее нами методом имитационного моделирования были уже изучены характеристики статистического разброса эффективной теплопроводности [2] и статистические параметры распределения плотности ЛТП [3,4] в двумерных моделях КМ.

В настоящей работе нами моделировался двумерный двухкомпонентный КМ, состоящий из вязущей матрицы размерами  $a \times a$  и случайно расположенных теплоизолирующих включений квадратной формы. При размещении включений задавались следующие параметры: концентрация включений в матрице  $c$ , их размеры  $b \times b$  и минимально допустимая дистанция между ними  $d$ . Отношение теплопроводности матрицы  $\lambda_M$  к теплопроводности включения  $\lambda_B$  равнялось 21. Для полученной модели материала решалось двумерное уравнение теплопроводности Фурье с граничными условиями первого рода; решение осуществлялось методом конечных разностей (МКР) на прямоугольной сетке, ориентированной вдоль координатных осей  $X$  и  $Y$ . В результате решения мы получали температурное поле  $T(x,y)$ , на основании которого рассчитывалась карта плотности локальных тепловых потоков  $f(x,y)$ . Описанную процедуру мы называем испытанием. Серией испытаний мы называем множество испытаний с одними и теми же параметрами размещения. Число испытаний в каждой серии, по которой определялись статистические характеристики ЛТП, составляло не менее 800. Подробнее с методикой моделирования читатель может ознакомиться в [2].

Использование МКР позволило нам в каждом узле расчетной сетки определить составляющие плотности локального теплового потока, идущие вдоль координатных осей:  $f_x$  и  $f_y$ , что, в свою очередь, дало возможность ввести в рассмотрение угол наклона вектора плотности локального теплового потока  $\vec{f}(x,y)$  к координатной оси  $X$ ,

вдоль которой прилагался макроградиент температуры:

$$\varphi(x, y) = \arctan\left(\frac{f_Y(x, y)}{f_X(x, y)}\right).$$

Цель настоящего исследования – установить характер распределения ЛТП по углам отклонения от макроградиента температуры и корреляцию между средним углом отклонения ЛТП и наблюдаемой эффективной теплопроводностью материала.

На рисунке 1 показано распределение вероятности реализации определенных значений плотности ЛТП в серии из 800 испытаний в материале с включениями относительного размера  $b/a = 0,094$  и относительной минимальной дистанцией  $d/b = 0,083$  при концентрации включений 0,22. Особенности таких распределений подробно обсуждались нами в [4]. На рисунке 2 показано распределение вероятности протекания ЛТП под различными углами в этой же серии испытаний. При построении этих распределений учтено  $1,3 \times 10^7$  ЛТП.

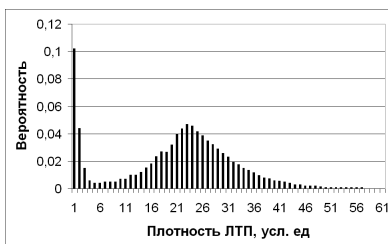


Рис. 1. Распределение вероятности реализации значений плотности ЛТП в серии испытаний

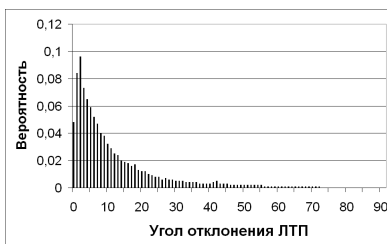


Рис. 2. Распределение вероятности протекания ЛТП под различными углами к макроградиенту температуры в серии испытаний

Как видно из рис. 2, распределение ЛТП на участке спадания справа имеет вид, близкий к экспоненциальному. Локальный максимум в области  $42^\circ - 43^\circ$ , как показали изучения карт углов отдельных испытаний, обусловлен ЛТП через угловые области включений. Аналогичные локальные максимумы наблюдаются и при других параметрах размещения включений.

Введем понятие средневзвешенного угла (СВУ) отклонения ЛТП от направления макроградиента температуры:

$$\varphi_{\text{СВУ}} = \frac{\sum_{i,j} (f_{i,j} \cdot \varphi_{i,j})}{IJ \sum_{i,j} f_{i,j}} \quad (1)$$

где  $i$  и  $j$  – индексы пересчета узлов расчетной сетки вдоль осей  $X$  и  $Y$  соответственно,  $I$  и  $J$  – максимальные значения соответствующих индексов,  $f_{jj}$  и  $\varphi_{jj}$  – величина ЛТП и угол его отклонения в узле с номерами  $i, j$  в текущем испытании. Статистическое взвешивание, как видно из формулы (1), осуществляется по величине плотности ЛТП.

Мы в [3] предполагали, что протекание ЛТП под углом к направлению приложенного макроградиента температуры, вызванное необходимостью обтекания теплоизолирующих включений, должно приводить к увеличению эффективной длины пути суммарного теплового потока и, следовательно, к увеличению теплового сопротивления материала. Для проверки данного предположения была изучена корреляция между значениями эффективной теплопроводности и СВУ отклонения ЛТП в сериях испытаний с различными параметрами размещения включений.

На рис. 3 показано распределение эффективной теплопроводности  $\lambda_{эфф}$ , а на рис. 4 – распределение СВУ отклонения ЛТП от макроградиента температуры  $\varphi_{сву}$  для той же серии испытаний, для которой приведены распределения параметров ЛТП на рис. 1 и 2.

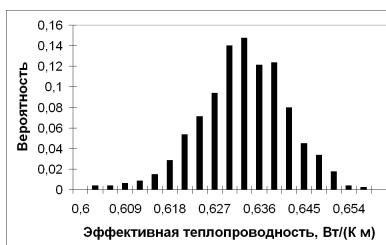


Рис. 3. Распределение вероятности реализации значений  $\lambda_{эфф}$  у в серии испытаний

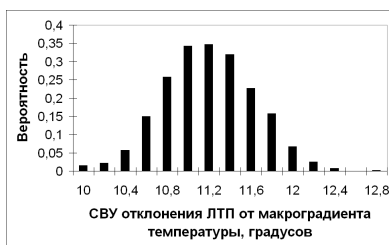


Рис. 4. Распределение вероятности реализации значений  $\varphi_{сву}$  в серии испытаний

На рис. 5 показано корреляционное поле рассеяния  $\lambda_{эфф} - \varphi_{сву}$  для обсуждаемой серии испытаний. Вычисленное значение коэффициента корреляции по показанному полю составляет  $-0,60$ , т.е. здесь имеет место антикорреляция; данная антикорреляция является статистически значимой для обсуждаемой серии испытаний. На рис. 6 показана зависимость коэффициента корреляции  $\lambda_{эфф} - \varphi_{сву}$  от концентрации включений  $c$ , полученная в сериях по 800 испытаний для материала с включениями относительного размера  $b/a = 0,094$  и относительной минимальной дистанцией  $d/b = 0,083$ . При заданном в моделях соотношении  $\lambda_M / \lambda_B = 21$  взаимосвязь  $\lambda_{эфф}$  и  $\varphi_{сву}$  проявляется максимально при концентрации включений  $c \approx 0,33$ .

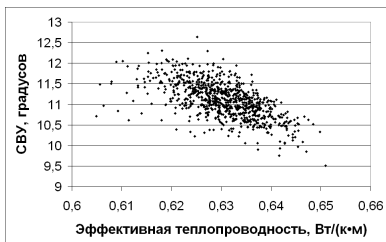


Рис. 5. Корреляционное поле рассеяния  $\lambda_{\text{эфф}} - \varphi_{\text{сву}}$

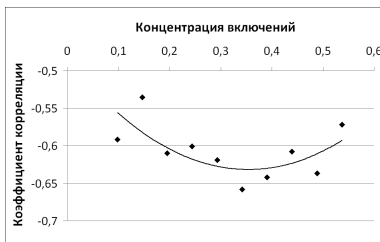


Рис. 6. Зависимость коэффициента корреляции  $\lambda_{\text{эфф}} - \varphi_{\text{сву}}$  от  $c$

На основании представленных данных о корреляции  $\lambda_{\text{эфф}} - \varphi_{\text{сву}}$  мы делаем вывод о том, что эффективная теплопроводность действительно связана с СВУ отклонения ЛТП от направления макроградиента температуры. Таким образом, высказанное нами в [3] предположение подтверждено результатами данной работы.

Отсутствие строго детерминированной зависимости  $\lambda_{\text{эфф}}$  от  $\varphi_{\text{сву}}$  свидетельствует о том, что  $\lambda_{\text{эфф}}$  помимо  $\varphi_{\text{сву}}$  взаимосвязана еще с какими-то факторами. В [3] мы высказали предположение, что эффективная теплопроводность КМ может зависеть не только от среднего угла направления ЛТП по отношению к макроградиенту температуры, но и от числа протяженных индуцированных теплопроводящих каналов. Статистическая оценка влияния числа протяженных индуцированных теплопроводящих каналов на эффективную теплопроводность КМ будет, по-видимому, предметом наших дальнейших исследований.

1. J.C. Maxwell // *Treatise on Electricity and Magnetism*, vol. 1, Clarendon press, Oxford, 1892.
2. Igor Zaginaylo, Yakov Maksimeniuk, Alexander Pysarenko. Two-dimensional numerical simulation study of the effective thermal conductivity statistics for binary composite materials. // *IJHT*, Vol. 35, No. 2, June 2017, pp. 364-370.
3. Загинайло И.В., Максименюк Я.А., Писаренко А.Н. Роль индуцированных теплопроводящих каналов в формировании теплоизолирующих свойств двухкомпонентных композиционных материалов // *Строительство, материаловедение, машиностроение. Сб. научн. трудов ПГАСА*. Вып. 92, Днепр, 2016, с. 56-61.
4. Загинайло И.В., Писаренко А.Н., Брошеван А.А. Статистика локальных тепловых потоков в двумерных моделях двухфазных композиционных материалов // *Строительство, материаловедение, машиностроение. Сб. научн. трудов ПГАСА*. Вып. 100, Днепр, 2017, с. 81-89.