

БАЛКА НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ В УСЛОВИЯХ ЗАМАЧИВАНИЯ

Кобринец В. М., Смагин А. Б. (Одесская государственная академия
строительства и архитектуры, г. Одесса)

Уравнение прогибов балки на упругом основании имеет вид.

$$\frac{d^4 W}{d\xi^4} + 4W = 0 \quad (1)$$

Безразмерная переменная, ξ выраженная через независимую переменную X и характеристику L .

$$\xi = \frac{X}{L}; \quad L = \sqrt[4]{\frac{4EI}{\beta}} \quad (2)$$

Здесь β – коэффициент пропорциональности основания; $E I$ – изгибная жесткость балки.

В условиях замачивания изгибная жесткость будет величиной переменной, в зависимости от продвижения фронта воздействия.

Рассмотрим прямоугольную балку сечением $b \times h$. Замачивание происходит со стороны нижней грани. Толщина слоя замачивания $h_3(t)$. Центр изгиба смещается по вертикали на величину $C(t)$.

$$C(t) = 0,5hf_{1,3}; \quad f_{1,3} = \frac{\mu_3(1-\mu_3)(1-\alpha)}{1-\mu_3(1-\alpha)}; \quad (3)$$

где $\mu_3 = h_3(t)/h$; $\alpha = E_3/E$

Если замачивание содержит агрессивные компоненты $\alpha < 1$. При благоприятном замачивании $\alpha > 1$. В этом случае изгибная жесткость определяется с учетом замачивания.

$$EI^* = EIf_{2,3}; \quad I = bh^3/12 \quad (4)$$

Здесь

$$f_{23} = 4 \left[(0,5 - \mu_c)^3 + (0,5 + \mu_c)^3 \alpha + (0,5 + \mu_c - \mu_3)^3 (1 - \alpha) \right] \quad (5)$$

где $\mu_c = C(t)/h$

Характеристика L тоже будет, изменяться.

$$L^* = \sqrt[4]{\frac{4EIf_{23}}{\beta}} \quad (6)$$

Если замачивание по всей длине балки одинаковое, то можно использовать известное решение с заменой характеристик L на L^* . Для балки со свободным опиранием концов, загруженной равномерно распределенной нагрузкой.

$$\omega(x, t) = \omega_0 y_1^* + \theta_0 L^* y_2^* + \frac{EIf_{3,3}}{\beta} q_0 \left[y_1^* \left(\frac{x}{L^*} \right) - y_1^* \left(\frac{x-l}{L^*} \right) \right]; \quad (7)$$

$$\theta(x, t) = \theta_0 y_1^* \left(\frac{x}{L^*} \right) + \beta L^{*3} y_4^* \left(\frac{x}{L^*} \right) - L^{*3} q_0 \left[y_4^* \left(\frac{x}{L^*} \right) - y_4^* \left(\frac{x-l}{L^*} \right) \right]; \quad (8)$$

$$M(x, t) = \beta L^{*2} \omega_0 y_3^* \left(\frac{x}{L^*} \right) + \beta L^{*3} \theta_0 y_4^* \left(\frac{x}{L^*} \right) + L^{*2} q_0 \left[y_3^* \left(\frac{x}{L^*} \right) - y_3^* \left(\frac{x-l}{L^*} \right) \right]; \quad (9)$$

$$\theta(x, t) = \beta L^* \omega_0 y_2^* \left(\frac{x}{L^*} \right) + \beta L^{*2} \theta_0 y_3^* \left(\frac{x}{L^*} \right) + L^{*2} q_0 \left[y_2^* \left(\frac{x}{L^*} \right) - y_2^* \left(\frac{x-l}{L^*} \right) \right] \quad (10)$$

Для определения ω_0 и θ_0 необходимо записать условия на правом конце.

$$\begin{cases} L^* \omega_0 y_3^*(l/L^*) + L^{*3} \theta_0 y_4^*(l/L^*) = -L^* \frac{q_0}{\beta} y_3^*(l/L^*) \\ L^* \omega_0 y_2^*(l/L^*) + L^{*2} \theta_0 y_3^*(l/L^*) = -L^* \frac{q_0}{\beta} y_2^*(l/L^*) \end{cases} \quad (11)$$

Для расчета балок на упругом основании необходимо вычислить функции А.Н.Крылова.

$$y_1^*(\xi) = \operatorname{ch} \xi \cdot \cos \xi - \frac{1}{2} (e^\xi - e^{-\xi}) \cos \xi$$

$$y_2^*(\xi) = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} \xi \cdot \sin \xi + \operatorname{sh} \xi \cdot \cos \xi) - \frac{1}{4} [(e^\xi + e^{-\xi}) \sin \xi + (e^\xi - e^{-\xi}) \cos \xi]$$

$$y_3^*(\xi) = \frac{1}{2} \operatorname{sh} \xi \cdot \sin \xi - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (e^\xi - e^{-\xi}) \sin \xi \right]$$

$$y_4^*(\xi) = \frac{1}{4} (\operatorname{ch} \xi \cdot \sin \xi - \operatorname{sh} \xi \cdot \cos \xi) - \frac{1}{2} (e^\xi + e^{-\xi}) \sin \xi - (e^\xi - e^{-\xi}) \cos \xi \quad (12)$$

Здесь безразмерная переменная

$$\xi_i = x^4 \sqrt{\frac{\beta}{4EI f_{2,3}}} \quad (13)$$

Выводы

1. Влияние окружающей среды приводит к изменению изгибной жесткости и перераспределению усилий.
2. Для замачивания по всей длине пролетов можно воспользоваться таблицами функций А. Н. Крылова.

Литература

1. Крылов А. Н. О расчете балок, лежащих на упругом основании. Изд АН. СССР 1930.