ВЛИЯНИЕ НЕСИЛОВЫХ ФАКТОРОВ ПРИ ИЗГИБЕ ПЛАСТИН

Кобринец В. М., Корнеева И. Б. *(Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)*

Рассмотрим прямоугольную шарнирно-опертую по контуру пластинку, которая с нижней грани подвергается воздействию окружающей среды. Фронт воздействия проникает на глубину «h_b» (рис. 1) равномерно по всей площади, при этом изменится цилиндрическая жесткость.

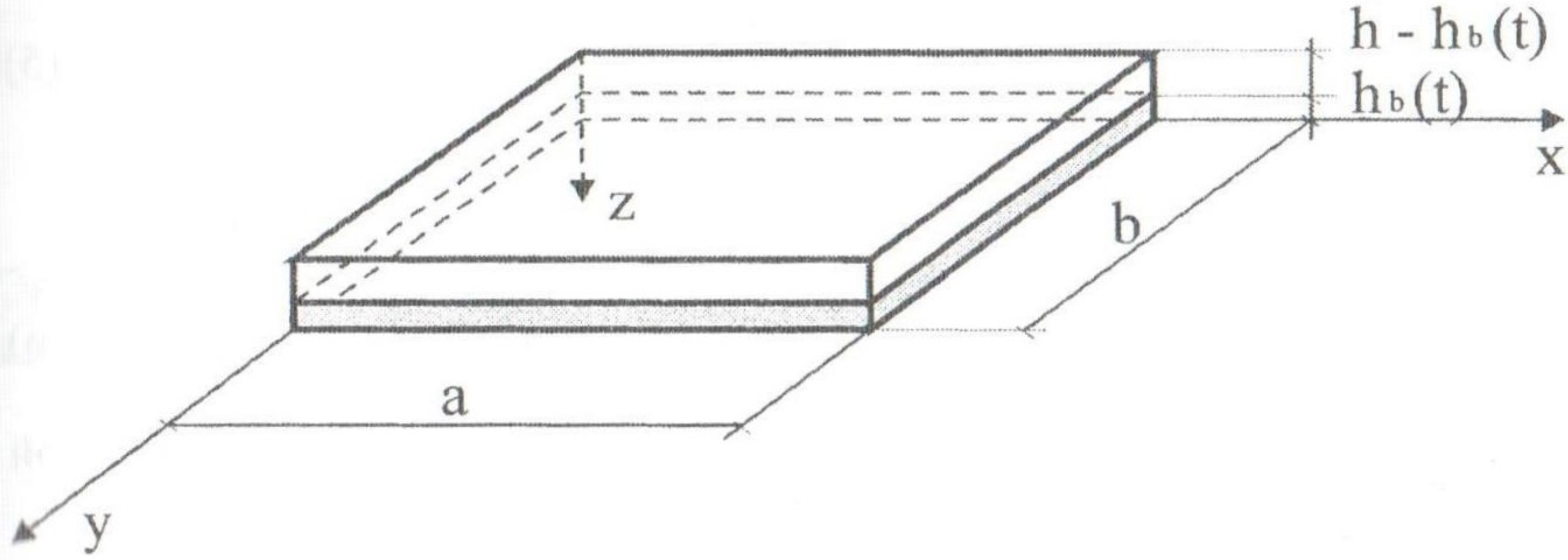

Рис. 1. Схема воздействия.

Подобные задачи были рассмотрены В. З. Власовым, С. П. Тимошенко и другими, в том числе [1]. В слое, который подвергается воздействию, будут меняться прочностные и деформативные характеристики материала. Вследствие этого, как в одномерных задачах [2], произойдет смещение срединной плоскости на величину «c» относительно первоначального положения, и в дальнейшем будем называть ее нейтральной плоскостью. Задачу будем решать в предположении, что коэффициенты поперечной деформации «ν» изменяются незначительно и принимаются одинаковыми для двух слоев. Определим положение нейтральной плоскости

$$c = \frac{h\mu\left(\alpha-1\right)\left(\mu-1\right)}{2\left(1+\mu\left(\alpha-1\right)\right)}, \qquad (1)$$

где $\alpha = E_b / E_e$, $\mu = h_b / h$

При этом цилиндрическая жесткость примет вид

$$Д^* = Д \cdot f, \tag{2}$$

где $Д = \dfrac{E_e\, h^3}{12\left(1 - \nu^2\right)}$,

$$f = 1 + \frac{12c^2}{h^2} + (\alpha - 1)\left(4\mu^3 - 6\mu^2 + 3\mu - \frac{12c\mu}{h}\left(\frac{c}{h} + \mu - 1\right)\right) \tag{3}$$

Максимальное смещение нейтральной плоскости наблюдается, когда

$$\mu = \frac{1}{1 + \sqrt{\alpha}} \tag{4}$$

$$c_{\max} = -\frac{h\left(\sqrt{\alpha} - 1\right)}{2\left(\sqrt{\alpha} + 1\right)} \tag{5}$$

В этом случае

$$f = \frac{4\alpha}{\left(\sqrt{\alpha} + 1\right)^2} \tag{6}$$

Бигармоническое уравнение изгиба записывается как для однородной изотропной плиты с заменой «Д» на «Д*» по (2).

Рассмотрим действие синусоидальной нагрузки

$$q = q_o \sin\frac{\pi x}{a} \sin\frac{\pi y}{b} \tag{7}$$

Прогиб от этой нагрузки в центре пластины

$$A^* = \frac{q_o a^4}{Д^* \pi^4 \left(1 + k^2\right)^2} \tag{8}$$

На рис. 2 показан график изменения относительного прогиба в центре пластины при благоприятном ($\alpha > 1$) и агрессивном ($\alpha < 1$) воздействии.

Такое воздействие (рис. 1) не будет оказывать влияния на внутренние усилия, однако напряжения по толщине пластинки изменяются. Для примера рассмотрим действие момента M_x.

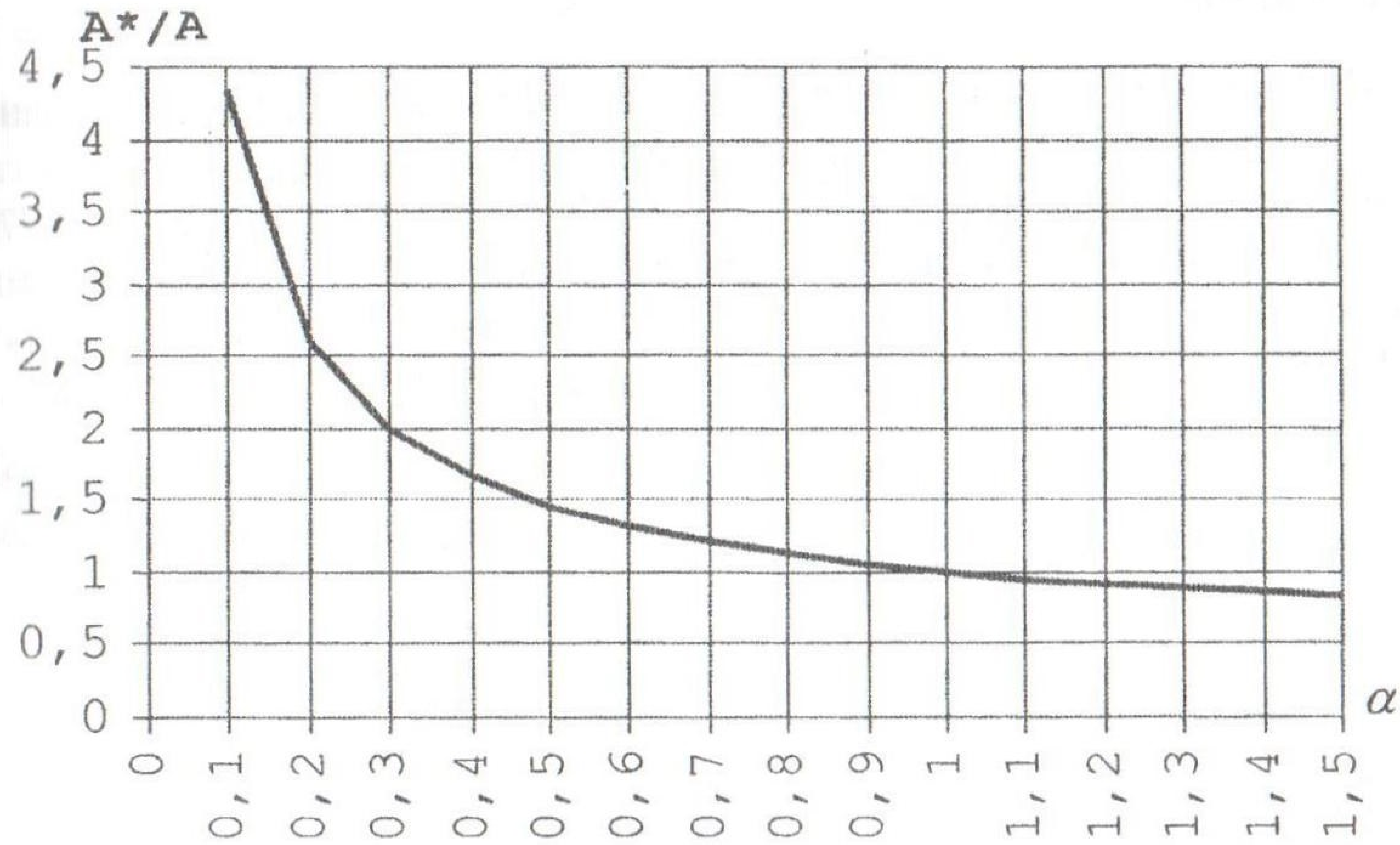

Рис. 2. Изменение относительного прогиба в центре пластинки.

$$M_x = \frac{q_o a^4}{\pi^4 \left(1+k^2\right)^2} \left(\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \nu \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \right) \sin\frac{\pi x}{a} \sin\frac{\pi y}{b} \tag{9}$$

Экстремальные значения напряжений в слое, который не подвергается воздействию, определяются следующим образом

$$\sigma_x^e = \frac{-M_x}{W_e}, \quad W_e = \frac{h^2}{6} \cdot \frac{2\sqrt{\alpha}}{\left(1+\sqrt{\alpha}\right)} \tag{10}$$

а в слое, который испытывает влияние,

$$\sigma_x^b = \frac{M_x}{W_b}, \quad W_b = \frac{h^2}{6} \cdot \frac{2\alpha}{\left(1+\sqrt{\alpha}\right)} \tag{11}$$

При благоприятном воздействии $\left|\sigma_x^b\right| > \left|\sigma_x^e\right|$, при агрессивном $\left|\sigma_x^b\right| < \left|\sigma_x^e\right|$. Если $\alpha = 0$, что означает износ материала, плита полностью теряет несущую способность.

Выводы: действие агрессивной среды приводит к изменению перемещений нейтральной поверхности и напряженного состояния, а внутренние усилия остаются прежними.

Литература

1. В. А. Смирнов. Численное интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных для пластин переменной жесткости // Сб. статей. Исследования по теории сооружений. Вып. XXIII – М.: Стройиздат. – 1977.

2. И. Б. Касьянова. Розрахунок стержнів, що згинаються, з урахуванням впливу навколишнього середовища // Зб. наук. статей. Проблеми теорії і практики залізобетону. – Полтава: ПДТУ ім. Ю. Кондратюка. – 1997. – С. 182 – 185.