

УДК 539.3

В.Ф. Оробей, д-р. техн. наук, проф.,
Н.Г. Сурьянинов, канд. техн. наук,
доц.,
А.М. Лимаренко, канд. техн. наук,
Одес. нац. политехн. ун-т

РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК С УЧЕТОМ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ФАКТОРОВ

В.Ф. Оробей, М.Г. Сур'янінов, О.М. Лимаренко. **Розрахунок нерозрізних балок з урахуванням експлуатаційних факторів.** В роботі надається методика доказу результатів розрахунків напружено-деформованого стану нерозрізної балки методами кінцевих і граничних елементів. В якості досліджуваної конструкції обрана розрахункова схема чотири рази статично невизначуваної балки, у якій дискретно змінюються поперечна жорсткість, коефіцієнт постелі пружної основи, є пружна опора і частина балки вільна від основи (явище відліпання). Запропоновані алгоритми урахування додаткових факторів конструкцій як в методі граничних елементів, так і в методі кінцевих елементів. Результати обох методів добре узгоджуються.

V.F. Orobey, N.G. Surianinov, A.M. Limarenko.

Calculation it is impossible cut beams with provisions working factor. In work is presented methods proof result calculation tense-deformed conditions not cut beams by methods final and border element. As under investigation design is chose accounting scheme four times statically indeterminable beam, beside which discrete change transverse acerbity, factor to beds of the springy basis, there is springy handhold and part of beam free from basis. The offered methods of the account additional factor design, both in method border element, and in method final element. Results of both methods well

В.Ф. Оробей, Н.Г. Сурьянинов, А.М. Лимаренко. **Расчет неразрезных балок с учетом эксплуатационных факторов.** В работе представлена методика доказательства результатов расчетов напряженно-деформированного состояния неразрезной балки методами конечных и граничных элементов. В качестве исследуемой конструкции выбрана расчетная схема четыре раза статически неопределимой балки, у которой дискретно изменяются поперечная жесткость, коэффициент постели упругого основания, имеется упругая опора и часть балки свободна от основания (явление отлипания). Предложены алгоритмы учета

дополнительных факторов конструкций, как в методе граничных элементов, так и в методе конечных элементов. Результаты обоих методов хорошо согласуются.

Достоверность результатов расчета напряженно-деформированного состояния неразрезных балок с учетом множества факторов продолжает оставаться актуальной проблемой в различных отраслях машиностроения и строительстве. При исследовании состояния балок, как правило, нужно опираться на расчеты как минимум двух различных по природе методов. В этом случае с высокой степенью вероятности можно утверждать, что полученные результаты весьма близки к истинным значениям состояния конструкции. Последнее обстоятельство крайне важно на стадии проектирования, когда необходимо определять обоснованные размеры конструкции.

В данной работе использованы метод граничных элементов (МГЭ) [1], реализованный в пакете MATLAB и метод конечных элементов (МКЭ) [2], реализованный в пакете ANSYS.

Задача 1. Неразрезную балку (рис.1) в алгоритме МГЭ разбиваем на пять стержней, нумеруем узлы и стрелками указываем начало и конец каждого элемента.

Упругая опора учитывается соотношениями

$$\vartheta(l) = \vartheta(0) = -\frac{R_3}{15EI}; \quad R_3 = -Q(l) + Q(0); \quad \vartheta(l) = \vartheta(0) = \frac{Q(l) - Q(0)}{15EI} L^3.$$

Матрицы X_* ; Y , где учтены краевые условия, уравнения равновесия и совместности перемещений узлов 1,2,3,4 и упругая опора примут вид (1).

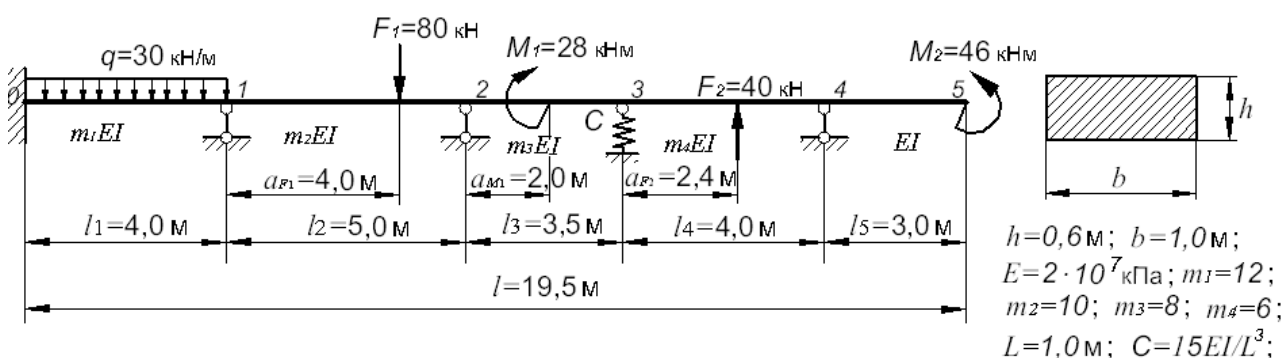


Рис. 1. Неразрезная балка с упругой опорой

1	$m_1 EIV_{(0)}^{0-1} = 0; Q_{(l)}^{0-1}$		$m_1 EIV_{(0)}^{0-1} = 0$; Y =	(1)
2	$m_1 EI\varphi_{(0)}^{0-1} = 0; Q_{(l)}^{1-2}$	$m_1 EI\varphi_{(0)}^{0-1} = m_1 EI\varphi_{(0)}^{1-2}$			
3	$M_{(0)}^{0-1};$	$M_{(0)}^{0-1} = M_{(0)}^{1-2}$			
4	$Q_{(0)}^{0-1}$	$Q_{(l)}^{0-1}$			
5	$m_2 EIV_{(0)}^{0-2} = 0; Q_{(l)}^{2-3}$	$m_2 EI\varphi_{(l)}^{1-2} = 0$			
6	$m_2 EI\varphi_{(0)}^{1-2}$	$m_2 EI\varphi_{(l)}^{1-2} = m_2 I\varphi_{(0)}^{2-3}$			
7	$M_{(0)}^{1-2};$	$M_{(l)}^{1-2} = M_{(0)}^{2-3}$			
8	$Q_{(0)}^{1-2}$	$Q_{(l)}^{1-2}$			
9	$m_3 EIV_{(0)}^{2-3} = 0; Q_{(l)}^{3-4}$	$m_3 EIV_{(l)}^{2-3} = \frac{m_3 L^3}{15} [Q_{(l)}^{2-3} - Q_{(0)}^{3-4}]$			
10	$m_3 EI\varphi_{(0)}^{2-3}$	$m_3 EI\varphi_{(l)}^{2-3} = m_3 I\varphi_{(0)}^{3-4}$			
11	$M_{(0)}^{2-3};$	$M_{(l)}^{2-3} = M_{(0)}^{3-4}$			
12	$Q_{(0)}^{2-3}$	$Q_{(l)}^{2-3}$			
13	$m_4 EIV_{(0)}^{3-4} = \frac{m_4 L^3}{15} [Q_{(l)}^{2-3} - Q_{(0)}^{3-4}]; EIV_{(l)}^{4-5}$	$m_4 EIV_{(l)}^{3-4} = 0$			
14	$m_4 EI\varphi_{(0)}^{3-4}$	$m_4 EI\varphi_{(l)}^{3-4} = m_4 EI\varphi_{(0)}^{4-5}$			
15	$M_{(0)}^{3-4};$	$M_{(l)}^{3-4} = M_{(0)}^{4-5}$			
16	$Q_{(0)}^{3-4}$	$Q_{(l)}^{3-4}$			
17	$EIV_{(0)}^{4-5} = 0; Q_{(l)}^{4-5}$	$EIV_{(l)}^{4-5}$			
18	$EI\varphi_{(0)}^{4-5}$	$EI\varphi_{(l)}^{4-5}$			
19	$M_{(0)}^{4-5};$	$M_{(l)}^{4-5} = 0$			
20	$Q_{(0)}^{4-5}$	$Q_{(l)}^{4-5} = 0$			

Разрешающее уравнение для балки (рис.1) формируется по правилам МГЭ [1].

Для реализации расчета МКЭ был выбран программный комплекс ANSYS. Возможности программы позволяют выполнять расчет практически любых конструкций на прочность, устойчивость и динамические нагрузки [2]. Для расчета неразрезной балки (рис.1) из библиотеки стандартных конечных элементов программы выбраны двухузловой балочный элемент BEAM54, предназначенный для решения двумерных задач. Свойства элемента BEAM54 задаются путем описания характеристик поперечного сечения, свойств материала (модуля упругости и коэффициента Пуассона) и упругого основания.

Результаты решения краевой задачи и вычисления параметров состояния балки представлены в табл.1. Там же дано сравнение результатов МГЭ и МКЭ.

Таблица 1

Напряженно-деформированное состояние балки с упругой опорой

Глобальная координата x, м	Параметры НДС балки					
	Изгибающий момент M, кНм			Поперечная сила Q, кН		
	МКЭ	МГЭ	Погрешность Δ, %	МКЭ	МГЭ	Погрешность Δ, %
0,00	43,752	44,09	0,77	62,814	63,06	0,39
4,00	32,495	31,8	2,186	57,186 -18,636	56,9 -18,1	0,5 2,88
8,00	42,049	40,5	3,82	-18,636 61,364	-18,1 61,9	2,88 0,867
9,00	19,495	21,3	8,47	61,364 -0,07526	61,9 -0,12	0,867 4,099
11,00	20,82 6,841	21,1 6,89	1,32 0,79	-0,07526	-0,12	37,3
12,5	6,9366	7,07	1,89	6,013	6,27	4,27
16,5	46,0	46,0	0,00	-33,987	-33,73	0,76
19,5	46,0	46,0	0,00	0,00	0,00	0,00
x, м	Прогиб v, м			Угол поворота φ, радиан		
2	$0,5498 \cdot 10^{-5}$	$0,557 \cdot 10^{-5}$	1,31	$0,4343 \cdot 10^{-6}$	$0,473 \cdot 10^{-6}$	8,18
6	$0,7676 \cdot 10^{-5}$	$0,7188 \cdot 10^{-5}$	6,78	$0,5962 \cdot 10^{-5}$	$0,5706 \cdot 10^{-5}$	4,48
7	$0,1158 \cdot 10^{-4}$	$0,1147 \cdot 10^{-4}$	0,98	$0,324 \cdot 10^{-5}$	$0,2 \cdot 10^{-5}$	62
8	$0,902 \cdot 10^{-5}$	$0,952 \cdot 10^{-5}$	1,89	$0,7045 \cdot 10^{-5}$	$0,675 \cdot 10^{-5}$	29,5
11	$0,6 \cdot 10^{-5}$	$0,4075 \cdot 10^{-5}$	0,79	$0,47537 \cdot 10^{-5}$	$0,53 \cdot 10^{-5}$	10,3
12,5	$0,162 \cdot 10^{-5}$	$0,1832 \cdot 10^{-5}$	11,57	$0,1746 \cdot 10^{-6}$	$0,1678 \cdot 10^{-5}$	4,05
19,5	$0,608 \cdot 10^{-3}$	$0,6107 \cdot 10^{-3}$	0,44	$0,39423 \cdot 10^{-3}$	$0,395 \cdot 10^{-3}$	0,195

Из табл.1 следует хорошее соответствие результатов двух разных методов.

Задача 2. Добавим в расчетную схему балки (рис.1) упругое основание с дискретно изменяющимся коэффициентом постели (рис.2): стержень 0-1 – $k_1 = 1 \cdot 10^4$ кН/м³; 1-2 – $k_2 = 2 \cdot 10^4$ кН/м³; 2-3 – $k_3 = 3 \cdot 10^4$ кН/м³; 3-4 – $k_4 = 4 \cdot 10^4$ кН/м³; 4-5 – $k_5 = 5 \cdot 10^4$ кН/м³. Чтобы учесть упругое основание, достаточно заменить фундаментальные функции изгиба в разрешающем уравнении задачи 1 на фундаментальные функции балки на упругом основании с одним коэффициентом постели [1]. Результаты расчетов напряженно-деформированного состояния балки представлены в табл.2

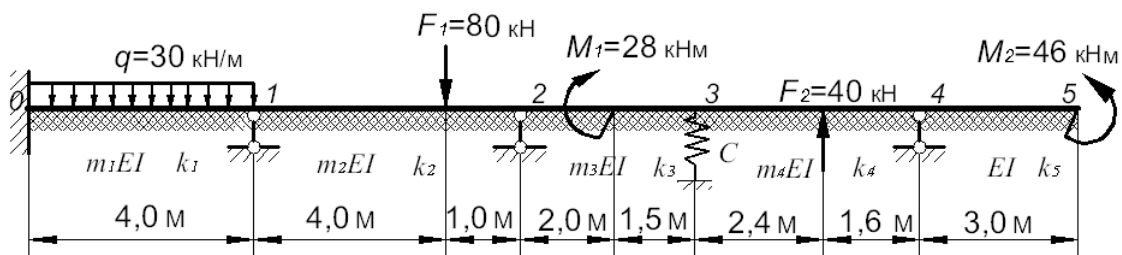


Рис. 2. Нерезная балка на упругом основании

Таблица 2

Напряженно-деформированное состояние балки с упругой опорой и упругим основанием

Глобальная координата x , м	Параметры НДС балки					
	Изгибающий момент M , кНм			Поперечная сила Q , кН		
	МКЭ	МГЭ	Погрешность Δ , %	МКЭ	МГЭ	Погрешность Δ , %
0,00	44,201	44,8	1,34	-63,13	-63,6	0,739
4,00	31,441	30,02	4,73	56,745 -17,743	56,3 -16,7	0,79 6,245
8,00	40,137	37,4	7,3	-18,157 61,742	-17,2 62,8	5,56 1,685
9,00	21,558	25,3	14,79	61,664 -2,394	62,7 -4,76	1,65 49,7
11,00	17,412 11,336	15,9 12,1	9,5 6,3	-2,394	-4,76	49,7
12,5	14,108	19,1	26,1	-2,13 15,5	-4,75 17,3	55,16 10,4
14,9	19,778	20,1	1,6	16,192 -23,74	17,3 -22,7	6,4 4,58
16,5	14,038	13,4	4,76	-23,428 13,648	-22,3 14,0	0,76 5,06
19,5	46,0	46,0	0,00	0,00	0,00	0,00
x , м	Прогиб v , м			Угол поворота φ , радиан		
2	$0,56071 \cdot 10^{-5}$	$0,57477 \cdot 10^{-5}$	2,45	$0,4921 \cdot 10^{-6}$	$0,5624 \cdot 10^{-6}$	12,5
6	$0,69571 \cdot 10^{-5}$	$0,60752 \cdot 10^{-5}$	14,5	$0,5637 \cdot 10^{-5}$	$0,5216 \cdot 10^{-5}$	8,07
7	$0,1068 \cdot 10^{-4}$	$0,10042 \cdot 10^{-4}$	6,35	$0,21406 \cdot 10^{-5}$	$0,1934 \cdot 10^{-5}$	10,68
8	$0,93246 \cdot 10^{-5}$	$0,83676 \cdot 10^{-5}$	11,4	$0,6607 \cdot 10^{-5}$	$0,6076 \cdot 10^{-5}$	8,74
11	$0,1912 \cdot 10^{-5}$	$0,12258 \cdot 10^{-5}$	55,9	$0,41625 \cdot 10^{-5}$	$0,6548 \cdot 10^{-5}$	36,4
12,5	$0,2961 \cdot 10^{-5}$	$0,40834 \cdot 10^{-5}$	27,487	$0,23885 \cdot 10^{-6}$	$0,1547 \cdot 10^{-5}$	54,9
19,5	$0,3212 \cdot 10^{-3}$	$0,325 \cdot 10^{-3}$	1,17	$0,2679 \cdot 10^{-3}$	$0,2687 \cdot 10^{-3}$	0,3

Из табл.2 также следует, что результаты МКЭ и МГЭ хорошо согласуются между собой.

Задача 3. Расчетную модель (рис.2) усложним явлением отлипания, т.е. на отдельных участках балки (0-1 и 2-3) отсутствует упругое основание (рис.3). В этом случае в уравнение краевой задачи, согласно МГЭ [1], возвращаются фундаментальные функции изгиба для участков 0-1 2-3. Результаты расчетов состояния балки представлены в табл.3.

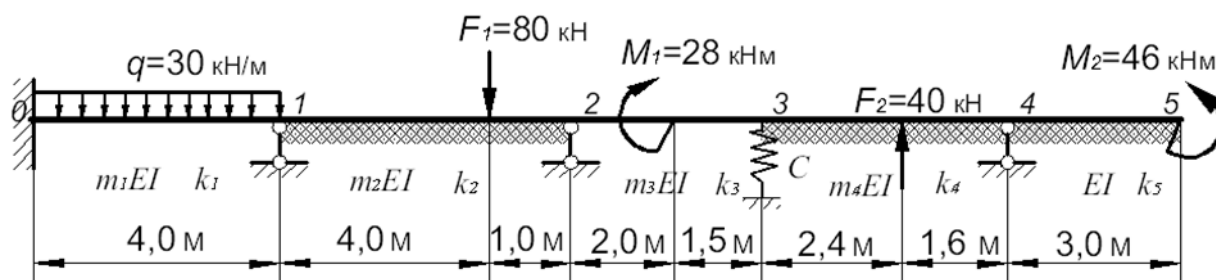


Рис. 3. Нерезная балка на упругом основании с эффектом отлипания

Таблица 3

Напряженно-деформированное состояние балки на упругом основании с учетом отлипания

Глобальная координата x, м	Параметры НДС балки					
	Изгибающий момент M, кНм			Поперечная сила Q, кН		
	МКЭ	МГЭ	Погрешность Δ, %	МКЭ	МГЭ	Погрешность Δ, %
0,00	44,252	44,87	1,38	-63,189	-63,66	0,74
4,00	31,495	30,25	4,116	56,811 -17,775	56,34 -16,8	0,836 5,8
8,00	40,214	37,4	7,52	-18,19 61,709	-17,3 62,7	5,145 1,58
9,00	21,447	25,3	15,23	61,629 -2,1697	62,68 -4,66	1,68 53,4
11,00	17,542 11,218	15,9 12,1	10,3 7,29	-2,1697	-4,66	53,4
12,5	14,147	19,0	25,5	-2,1697 15,469	-4,66 17,3	53,4 10,58
14,9	19,835	20,2	1,8	16,202 -23,729	17,5 -22,5	7,417 5,462
16,5	14,037	13,4	4,75	-23,418 13,649	-22,3 14,0	5,46 2,507
19,5	46,0	46,0	0,00	0,00	0,00	0,00
x, м	Прогиб v, м			Угол поворота φ, радиан		
2	$0,5614 \cdot 10^{-5}$	$0,57576 \cdot 10^{-5}$	2,49	$0,49218 \cdot 10^{-6}$	$0,564 \cdot 10^{-6}$	12,73
6	$0,69752 \cdot 10^{-5}$	$0,6076 \cdot 10^{-5}$	14,8	$0,5649 \cdot 10^{-5}$	$0,522 \cdot 10^{-5}$	8,22
7	$0,10706 \cdot 10^{-4}$	$0,10047 \cdot 10^{-4}$	6,56	$0,2056 \cdot 10^{-5}$	$0,1937 \cdot 10^{-5}$	6,14
8	$0,9349 \cdot 10^{-5}$	$0,83731 \cdot 10^{-5}$	11,655	$0,66196 \cdot 10^{-5}$	$0,6078 \cdot 10^{-5}$	8,91
11	$0,1976 \cdot 10^{-5}$	$0,1377 \cdot 10^{-5}$	43,5	$0,41635 \cdot 10^{-5}$	$0,6548 \cdot 10^{-5}$	36,42
12,5	$0,2991 \cdot 10^{-5}$	$0,40666 \cdot 10^{-5}$	26,45	$0,2357 \cdot 10^{-6}$	$0,155 \cdot 10^{-5}$	52,06
19,5	$0,3212 \cdot 10^{-3}$	$0,32491 \cdot 10^{-3}$	1,142	$0,26794 \cdot 10^{-3}$	$0,2687 \cdot 10^{-3}$	0,283

Анализ результатов по данным табл. 1,2,3 показывает, что данные МКЭ и МГЭ хорошо согласуются между собой при учете различных дополнительных факторов. Это свидетельствует о том, что МКЭ и МГЭ позволяют получать весьма точные и достоверные результаты о внутреннем состоянии конструкции. В нашем случае основание незначительно влияет на НДС балки. Объясняется это наличием жестких

опор и небольшими прогибами в пролетах. На консольном участке, где прогибы велики, влияние упругого основания значительно. Реакция R_4 уменьшается в 4 раза, а максимальный прогиб уменьшается почти в 2 раза. В таких условиях практически незаметным оказалось отсутствие основания на участках 0-1 и 2-3.

Очевидно, что подобные выводы более обоснованы, если они опираются на данные минимум двух различных по природе методов.

Литература

1. Численные методы в механике / [В.А. Баженов, А.Ф. Дашенко, Л.В. Коломиец и др.] — Одесса, Стандартъ, 2005. — 563 с.
 2. Сурьянинов Н.Г., Дашенко А.Ф., Лазарева Д.В.: ANSYS в задачах инженерной механики / Под редакцией Н.Г. Сурьянинова.— Одесса: Астропринт, 2007.— 484 с.
-