

УДК 624.012.41:691.32

## К ВОПРОСУ ОБ АНАЛИТИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА

Совгира В.Н., Кобринец В.М., Совгира В.В., (Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)

**Приведены результаты исследований деформирования коротких одноосно и внецентренно сжатых элементов из тяжелого бетона. Выполнен анализ имеющихся в литературных источниках вариантов аппроксимирования диаграмм  $\sigma_6 - \epsilon_6$  при кратковременном приложении нагрузки.**

Методы расчетов изгибаемых и внецентренно сжатых бетонных и железобетонных конструкций содержащиеся в современных нормах проектирования стран СНГ и большинства зарубежных стран, в том числе в нормах ЕКБ - ФИП основаны на расчетных моделях, базирующихся на единых принципах, основными из которых являются гипотеза плоских сечений и диаграммы деформирования материалов. Предложенный подход позволяет с единых позиций осуществлять расчет конструкций по прочности, образованию и раскрытию трещин и по деформациям. Выполняемые исследования свидетельствуют о достаточно хорошем согласовании результатов с экспериментами, однако не имеют общей основы в расчетах при различных видах предельных состояний. В СНиП 2.03.01-84 „Бетонные и железобетонные конструкции” методы расчета бетонных и железобетонных конструкций насыщены большим числом эмпирических соотношений из-за чего, зачастую, приводят к потере явного физического смысла или затруднению при расчетах.

Совершенствование методик расчетов и развитие теоретических основ определения напряженно-деформированного состояния (НДС) изгибаемых и внецентренно нагруженных бетонных и железобетонных конструкций связано с уточнением параметров диаграмм деформирования бетона при однородном напряженном состоянии и совершенствованием методик трансформирования их на неоднородное напряженное состояние.

Комплексные исследования в этой области продолжаются. Результаты выполненных работ [1...9] свидетельствуют, что какой бы полной ни была информация о поведении одноосно сжатого бетона она не будет адекватно отражать НДС неоднородно сжатого бетона, характерно-

го для сжатой зоны изгибаемых и внецентренно нагруженных бетонных и железобетонных конструкций. Правомерность переноса диаграммы зависимости  $\sigma_6 - \epsilon_6$  одноосно сжатого бетона на неоднородно сжатый (при изгибе и внецентренном сжатии) оспаривается.

Учитывая важность для практики установления надежной связи между  $\sigma_{6,e}$  и  $\epsilon_{6,e}$  бетона в условиях НДС (внецентренное сжатие), проведены исследования сопротивления внецентренному сжатию масштабно подобный коротких колонн из обычного тяжелого бетона прочностью (23,8...81,6 МПа) и, с целью исключения влияния неоднородности материала образцов, мелкозернистого бетона широкого диапазона прочностей по методике, изложенной в работах [3; 5...7].

Анализ имеющихся в литературе экспериментальных данных [1; 2; 4; 8 и др.] и результаты опытов авторов [3...7] позволили обнаружить ряд принципиальных особенностей деформирования кратковременно неоднородно сжатого бетона по сравнению с одноосно сжатым. Установлено, что поперечные относительные деформации  $\epsilon_{6y}$  центрально сжатого бетона значительно превышают аналогичные деформации наиболее сжатых волокон внецентренно нагруженных образцов при равной продольной деформации  $\epsilon_{6x}$  [5 и 7].

Анализ объемных изменений бетона [5 и 7] (согласно известной теории [1]) в процессе его нагружения показывает, что положение точек максимальных значений объемной относительной деформации  $\theta_6$  наиболее сжатого слоя внецентренно нагруженных бетонных элементов расположены значительно выше, чем в одноосно сжатом бетоне, т.е. соответствуют более высоким значениям продольных  $\epsilon_{6x}$ . Данное явление может иметь место в том случае, если наиболее сжатые слои бетона работают в условиях сложного НДС, которое возникает из-за перераспределения поперечных деформаций по высоте сечения. В этом случае рост поперечной  $\epsilon_{6y}$  наиболее напряженной части сечения сдерживается запаздывающей  $\epsilon_{6y}$  соседней менее нагруженной части. Это влияние является, по-видимому, основной причиной повышения продольной деформации  $\epsilon_{6x,e}$  внецентренно сжатого бетона без его разрушения и, следовательно, возрастания прочности наиболее нагруженной части сечения. Аналогичные результаты наблюдаются в исследованиях [1; 4].

Сравнительный анализ происходящих в бетоне процессов деструкций, если судить по изменению времени распространения в нем ультразвука с ростом нагрузки, показал, что расположение уровней параметрических точек  $R_{crk}^0$  и  $R_{crk}$  [1] центрально сжатого бетона, характеризующих степень развития деструкции в бетоне, находятся значительно ниже  $R_{crk}^0$  и  $R_{crk}$  наиболее нагруженных слоев сечения внецен-

тренно сжатых бетонных элементов при равных продольных деформациях  $\varepsilon_{\sigma, \varepsilon}$  [5 и 7].

Замедленное развитие деструктивных процессов внецентренно сжатого бетона объясняется наличием сложного напряженного состояния (двухосное сжатие) в наиболее нагруженной части сечения при отсутствии внешней поперечной нагрузки.

Описание диаграмм сжатия бетона в аналитической форме, учитывающей разнообразие влияющих факторов – возраста, вида, состава и прочности бетона; режима нагружения - кратковременного (при постоянной скорости подачи напряжений  $v_{\sigma} = d\sigma/dt = const$  или при постоянной скорости деформирования  $v_{\varepsilon} = d\varepsilon/dt = const$ ) и длительного; эксцентриситета приложения нагрузки; высоты сечения образцов и др., сопряжено с известными трудностями. В настоящее время имеется большое число предложений, рассмотренных в работах [2; 10...13] для описания диаграмм деформирования бетона, но только для условий простейших нагружений - стандартного кратковременного сжатия. Наиболее простыми видами аппроксимации экспериментальных диаграмм являются: диаграммы жесткопластического тела, диаграммы Прандтля, диаграммы с линейным упрочнением. Часто используют выражения зависимости  $\sigma_{\delta} - \varepsilon_{\delta}$  в виде степенного закона, уравнений квадратной или кубической параболы и др.

Достоинства и недостатки аналитических выражений аппроксимирующих зависимость  $\sigma_{\delta}$  и  $\varepsilon_{\delta}$  общеизвестна. Они более или менее хорошо описывают отдельные участки диаграмм  $\sigma_{\delta} - \varepsilon_{\delta}$ , но плохо отражают кривые на других уровнях напряжений.

Известны записи диаграмм  $\sigma_{\delta} - \varepsilon_{\delta}$  при кратковременном нагружении, имеющие ряд преимуществ, в том числе отражающие ниспадающую ветвь [8; 9; 11...13], которые представлены:

- Н.И. Карпенко в форме [8]

$$\varepsilon_{\delta} = \sigma_{\delta} / E_{\delta}^{\circ} \cdot v_{\delta}, \quad (1)$$

где  $v_{\delta} = \bar{v}_{\delta} \pm (v_{\delta} - \bar{v}_{\delta}) \cdot \sqrt{1 - \omega_1 \cdot \eta_{\sigma} - \omega_2 \cdot \eta_{\sigma}^2}$ ;

- в форме полинома зависимость  $\sigma_{\delta} - \varepsilon_{\delta}$  предложили Ю.П. Гуца и Л.Л. Лемьш [11]

$$\sigma_{\delta} / R = k_1 \eta^2 + k_2 \eta^2 + \dots + k_i \eta^i + \dots + k_n \eta^n, \quad (2)$$

где  $\eta = \varepsilon_{\delta} / \varepsilon_{\delta R}$ ;

- в форме полинома пятой степени зависимость  $\sigma_{\delta} - \varepsilon_{\delta}$  предложил В.М. Байков [11]

$$\sigma_{\delta} = A_0 \varepsilon_{\delta} + B_0 \varepsilon_{\delta}^2 + C_0 \varepsilon_{\delta}^3 + D_0 \varepsilon_{\delta}^4 + F_0 \varepsilon_{\delta}^5, \quad (3)$$

где  $A_0$ ;  $B_0$ ;  $C_0$ ;  $D_0$ ;  $F_0$  - постоянные параметры для бетона заданной прочности;

- в форме квадратичных выражений зависимость  $\sigma_{\delta} - \varepsilon_{\delta}$  предложили В.С.Дорофеев и В.Ю.Барданов [11]:

$$\text{для восходящей ветви} \quad - \sigma_{\delta} = E_0 \varepsilon - E_1 \varepsilon^2 \quad (4)$$

и

$$\text{для ниспадающей ветви} \quad \sigma_{\delta} = E_0 \varepsilon - E_1 \varepsilon^2 + E_2 (\varepsilon_{\delta} - \varepsilon_{\delta R})^2; \quad (5)$$

- в форме [12] -  $\sigma_{\delta} = \varepsilon_{\delta} E_{\delta} e^{\varepsilon_{\delta} / \varepsilon_{\delta R}}$  и  $f[\varepsilon(t)] = k e^{m(t)/\varepsilon(t)}$ ,  $m < 0$ ;

- в форме [13]  $\sigma_{\delta} / R_{\delta u} = [k \varepsilon_{\delta} / \varepsilon_{\delta R} - (\varepsilon_{\delta} / \varepsilon_{\delta R})^2] / [1 + (k-2) \varepsilon_{\delta} / \varepsilon_{\delta R}]$  (7)

и др.

Рассмотренные аналитические зависимости  $\sigma_{\delta} - \varepsilon_{\delta}$  деформирования бетона [2; 8; 9; 11...13 и др.] дают более или менее хорошее совпадение с опытом, однако при описании ниспадающего участка кривой используются ряд многочленов, не всегда отражающих физические свойства и состояние однородно и неоднородно сжатого бетона, а аппроксимирующие функции не удовлетворяют некоторым феноменологическим закономерностям его деформирования.

Обобщение экспериментальных данных о деформировании одноосно сжатого тяжелого бетона (ТБ), содержащихся в литературе и, результатов наших опытов позволило установить характерный для этого напряженного состояния вид функции  $\sigma_{\delta} f(\varepsilon_{\delta})$ . Поскольку из уравнения  $\sigma_{\delta} f(\varepsilon_{\delta})$  обычно исключают  $t$ ,  $v_{\sigma}$  (или  $v_{\varepsilon}$ ), оно для условий кратковременного сжатия должно содержать, как минимум координаты одной точки, принадлежащей фактической кривой (например,  $\sigma_{\delta} = R_{\delta}$  и  $\varepsilon_{\delta u}$ ), не считая начала координат. Учитывая феноменологические требования к зависимости  $\sigma_{\delta} - \varepsilon_{\delta}$  (при  $\sigma_{\delta} \rightarrow 0$ ,  $d\sigma_{\delta} / d\varepsilon_{\delta} = E_{\delta(0)}$  и при  $\sigma_{\delta} = R_{\delta}$ ,  $d\sigma_{\delta} / d\varepsilon_{\delta} = 0$ ), уравнение касательного модуля деформаций при стандартном кратковременном сжатии предложено В.Е. Ящукон [3] в виде

$$E_{\delta} = d\sigma_{\delta} / d\varepsilon_{\delta} = E_{\delta(0)} [1 - \sigma_{\delta} / R_{\delta}]^{1 - \bar{V}_{\delta}}, \quad (8)$$

где  $E_{\delta(0)}$  - начальный модуль упругости. Решив дифференциальное уравнение (8) с учетом начальных условий  $\sigma_{\delta} = 0$  и  $\varepsilon_{\delta} = 0$  для  $\bar{V}_{\delta} \neq 1$  получим удобные для применения зависимости

$$\sigma_{\delta}(r) = R_{\delta}(r) [1 - [1 - \varepsilon_{\delta x}(r) / \varepsilon_{\delta x u}(r)]^{1/\bar{V}_{\delta}}], \quad (9)$$

$$\varepsilon_{\delta x}(r) = \varepsilon_{\delta x u}(r) [1 - [1 - \sigma_{\delta}(r) / R_{\delta}(r)]^{\bar{V}_{\delta}}], \quad (10)$$

в которых  $\varepsilon_{\delta x u}(r)$  - предельные продольные относительные деформации, зависящие от прочности  $R_{\delta}$  одноосно сжатого ТБ и размеров сечения призматических образцов - условного радиуса сечения  $r$ , равного отношению площади сечения образца к его периметру. Зависимость

$\varepsilon_{\delta xii}(R_{\delta}(r))$  для кратковременного сжатия аппроксимирована в [3; 6] выражением

$$\varepsilon_{\delta xii}(r) = R_{\delta}(r)/(E_{\delta(o)} \cdot \bar{V}_{\delta}), \quad (11)$$

где  $R_{\delta}(r)$  – временное сопротивление осевому сжатию призматических образцов из ТБ :  $R_{\delta}(r) = R_{\delta 15}(2,05 + r)/(1,6 + 1,1 r)$ ,  $R_{\delta 15}$  – временное сопротивление сжатию стандартных базовых призм сечением 150x150мм, МПа;  $E_{\delta(o)}$  – начальный модуль упругости при осевом сжатии, который зависит от прочности ТБ,  $E_{\delta(o)} = (7400 \cdot R_{\delta 15})/(24 + R_{\delta 15})$ , МПа;  $\bar{V}_{\delta}$  – уточненный предельный коэффициент упругости центрально сжатых базовых призм из ТБ:  $\bar{V}_{\delta} = (19 + R_{\delta 15})/(102 + 0,4R_{\delta 15})$ .

Зависимость (9) аналогична по виду выражению, предложенному Сен-Венаном для описания распределения напряжений по высоте сечения балки из материала с нелинейной связью  $\sigma - \varepsilon$ . Формула (9) рекомендована [10] для кратковременного сжатия лишь при  $\bar{V}_{\delta} = 0,5$ .

Зависимость (9) соответствует загрузению бетона с  $v_{\sigma} = d\sigma/dt = const$  и не описывает нисходящую ветвь диаграммы  $\sigma_{\delta} - \varepsilon_{\delta}$  ( $v_{\varepsilon} = const$ ), поскольку форма ниспадающей ветви существенно зависит от скорости деформирования образца и, следовательно, может быть различной. На основе рекомендаций [13] можно аппроксимировать этот участок диаграммы, преобразованной формулой (7)

$$\sigma_{\delta}(r) = R_{\delta}(r) / [1 + aR_{\delta}(r)[(\varepsilon_{\delta x}(r)/\varepsilon_{\delta xii}(r)) - 1]^2, \quad (12)$$

$$\varepsilon_{\delta x}(r) = \varepsilon_{\delta xii}(r) \cdot (1 + \sqrt{(1-n)/a \cdot R_{\delta}(r) \cdot \eta}), \quad (13)$$

где  $a$  – функция заданной скорости деформаций (для некоторых средних условий, по данным [13], ее можно принять равной 1/55);  $\eta = \sigma_{\delta}(r)/R_{\delta}(r)$  – относительные уровни напряжений на нисходящей ветви диаграмм.

Полученные диаграммы  $\eta - \varepsilon_{\delta x}$  одноосно сжатого тяжелого бетона представлены на рис.1, где кривые 1...3 построены по результатам опытов, а 1'...3' – по формулам (9 и 12). Проверка адекватности выражения (9) по Фишеру для исследованного диапазона прочностей ТБ показала, что оно достоверно при 5%-ном уровне значимости.

Неоднородное сжатие вносит существенные изменения в связь между  $\sigma_{\delta e}$  и  $\varepsilon_{\delta e}$  бетона. Здесь предельные относительные деформации  $\varepsilon_{\delta x eii}$  наиболее нагруженной грани внецентренно сжатых бетонных колонн значительно больше  $\varepsilon_{\delta xii}$  центрально сжатых образцов-близнецов и не являются величиной постоянной для данного вида бетона.

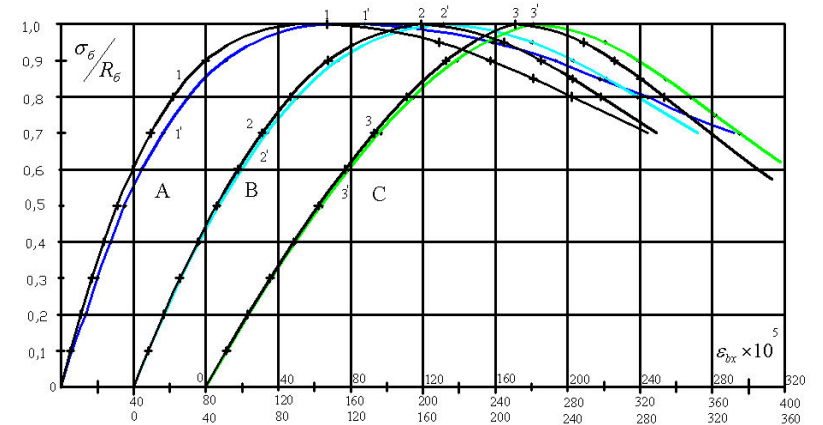


Рис.1. Диаграммы  $\eta - \varepsilon_{\delta}$  одноосно сжатого бетона: 1; 2 и 3- опытные кривые образцов серий А; В и С с прочностью, соответственно,  $R_m=23,8; 50,5$  и  $81,6$  МПа и сечением 10x10 см. 1'; 2' и 3' – кривые по (9 ... 12)

Значения  $\varepsilon_{\delta x eii}$  зависят от высоты сечения ( $h$ ) элемента, относительного эксцентриситета ( $e_o/h$ ) и прочности тяжелого бетона  $R_{\delta}(r)$ . Функция  $\varepsilon_{\delta x eii}(e_o, h, R_{\delta})$  описывается выражением

$$\varepsilon_{\delta x eii} = \varepsilon_{\delta xii}(r) \cdot \gamma_{\varepsilon}, \quad (14)$$

где  $\gamma_{\varepsilon}$  – коэффициент условий деформирования неоднородно сжатого бетона, зависящий от эксцентриситета приложения нагрузки и упругопластических свойств ТБ – предельного коэффициента упругости ( $\bar{V}_{\delta}$ ). Характер изменения коэффициента  $\gamma_{\varepsilon}$  исследован на внецентренно сжатых элементах с  $e_o/h = 0...1/6$ .

Зависимость  $\gamma_{\varepsilon}(e_o, h, \bar{V}_{\delta})$  для тяжелого бетона имеет вид

$$\gamma_{\varepsilon} = 1 + (e_o/h)2.1/\bar{V}_{\delta} [338(e_o/4h) - 832(1/18 - (e_o/h)^2)]. \quad (15)$$

Опытные значения  $\varepsilon_{\delta x eii}$  хорошо согласуются с вычисленными по формулам (14 и 15). Для оценки связи  $\varepsilon_{\delta x eii}$  и  $(e_o, h, R_{\delta})$  в нелинейной зависимости (14) определено множественное корреляционное отношение  $\eta_o = 0,85$ . Средняя относительная ошибка аппроксимаций  $\varepsilon$  для выражений (14 и 15) составляет 4,5%.

Исследования показали, что действительное напряженно-деформированное состояние сжатой зоны неоднородно нагруженных элементов не отвечает расчетному, полученному по полной диаграмме осевого сжатия; связь между напряжениями и деформациями волокон бетона отличается от центрально сжатого бетона. Такая особенность – следствие эффекта Баушингера [8], проявляющегося при наличии градиента эпюры деформаций в сечении образца. В то же время диаграмма напряжения-деформации внецентренно сжатых коротких бетонных колонн хорошо описывается выражением, аналогичным связи между  $\sigma_{\delta}-\varepsilon_{\delta}$  осевого сжатия,

$$N_e/N_{ue} = 1 - (1 - \varepsilon_{\delta x e} \varepsilon_{\delta x e u})^{1/\bar{v}_{\delta e}}, \quad (16)$$

где  $\bar{v}_{\delta e}$  - предельный коэффициент упругости неоднородно сжатого ТБ, приблизительно равный  $\bar{v}_{\delta}$  одноосно сжатою;  $N_{ue}$  - несущая способность внецентренно сжатых коротких колонн из тяжелого бетона с учетом влияния размеров их сечения, определяемая по формуле

$$N_{ue} = N_u(r) \cdot \gamma_R / (1 + 6 e_o / h), \quad (17)$$

в которой  $N_u(r) = R_{\delta}(r) \cdot A_{\delta}$ , кН;  $\gamma_R$  - уточненный коэффициент условий работы неоднородно сжатого тяжелого бетона, зависящий от  $h$  и  $e_o$ :

$$\gamma_R = [(84 - 172e_o/h)e_o/h + \sqrt{h}] / [(52 - 126e_o/h)e_o/h + \sqrt{h}]. \quad (18)$$

Выражения (9) и (16) отражают диалектическое единство связи между усилиями и деформациями бетона, работающего в условиях однородного и неоднородного напряженных состояний и, косвенно, подтверждают достоверность принятых предпосылок.

Теоретические кривые (рис. 2) построены по зависимости (16). С учетом приемлемости гипотезы плоских сечений для внецентренно сжатых коротких колонн из тяжелого бетона при помощи уравнения (16) можно определять связь между внешним усилием и деформацией любого волокна сжатой зоны.

### Выводы

1. Внецентренное сжатие сдерживает рост поперечных деформаций наиболее напряженной грани коротких колонн из тяжелого бетона в сравнении с центральным сжатием, следствием чего является замедле-

ние процесса накопления микроразрушений, возрастание предельных продольных деформаций и увеличение предела прочности бетона наиболее нагруженной части сечения.

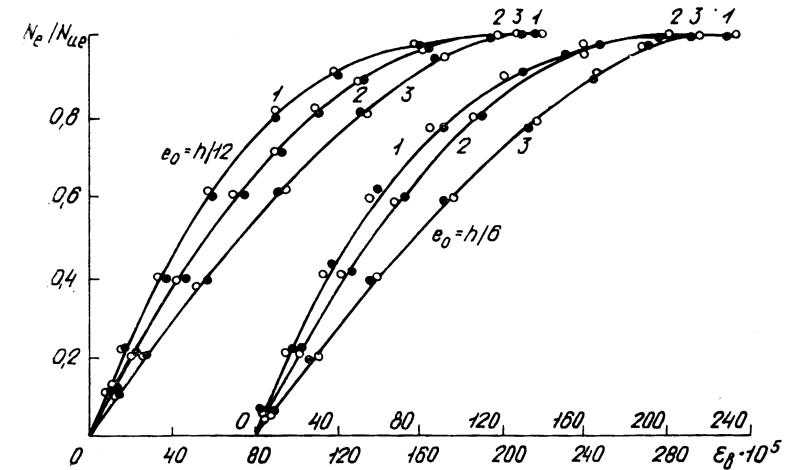


Рис. 2. Диаграммы  $N_e/N_{ue} - \varepsilon_{\delta x e}$  бетона наиболее нагруженной грани внецентренно сжатых коротких колонн сечением 60x20 см с  $e_o = h/12$  и  $h/6$  и кубиковой прочностью бетона колонн серий: 1 – 23,8; 2 – 50,5; 3 – 81,6 МПа

2. Обоснован выбор феноменологической зависимости для описания диаграмм сжатия бетона при кратковременном действии центрально и внецентренно приложенной нагрузки.

3. Установлено, что предельная деформация при внецентренном сжатии – величина переменная, зависящая от эксцентриситета приложения нагрузки, высоты сечения образца, прочности бетона и других факторов.

4. Полученные количественные оценки кратковременной прочности и деформаций центрально и внецентренно сжатых элементов из тяжелого бетона с учетом значимых факторов повышают надежность прогноза фактической несущей способности неоднородно сжатых конструкций при проектировании строительства, реконструкции и капитального ремонта зданий и сооружений.

## *Литература*

1. Берг О.Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона.- М.: Стройиздат, 1962. – 96 с.
2. Бачинский В.Я., Бамбура А.Н., Ватагин С.С. Связь между напряжениями и деформациями бетона при кратковременном неоднородном сжатии // Бетон и железобетон.- 1984.- №10. - С.18-19.
3. Ящук В.Е., Совгира В.Н. О прочности и деформациях неоднородно сжатого бетона // Гидромелиорация и гидротехническое строительство/ Респ. межвед. научно-техн. сб. 1989, вып.17, с.107-113.
4. Чайка В.П. Особенности деформирования тяжелого бетона при неоднородном кратковременном сжатии//Бетон и железобетон.-1987-№1. - С.42-43.
5. Совгира В.Н., Совгира Р.В. Некоторые особенности деформирования неоднородно сжатого мелкозернистого бетона // Известия высших учебных заведений Северо-Кавказский регион / Спецвыпуск "Актуальные проблемы строительства и архитектуры", 2005, с. 91...96.
6. Совгира В.В., Совгира Р.В. Деформирование неоднородно сжатого мелкозернистого бетона // Сборник студенческих научн. трудов, посвященных 75-летию ОГАСА. Одесса. 2005.- с.176-179.
7. Совгира В.Н., Совгира В.В. О упругопластических характеристиках бетона при одноосном и внецентренном сжатии// Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. № 31 – Одеса: ОДАБА, 2008. С.337-347.
8. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. - Москва.: Стройиздат, 1996.- 411с.
9. Узун И.А. Реализация диаграмм деформирования бетона при однородном и неоднородном напряженных состояниях// Бетон и железобетон. 1991-№8.С.19-20.
10. Байков В.И., Горбатов С.В., Димитров З.А. Построение зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона по системе нормируемых показателей // Изв. вузов. Стр-во и архитектура. 1977. № 6. С.65 -71.
11. Дорофеев В.С., Барданов В.Ю. Расчет изгибаемых элементов с учетом полной диаграммы деформирования бетона.- Одесса.: Издательство ОГАСА, 2003.- 210 с.
12. Назаренко В.Г., Боровских А.В. Диаграмма деформирования бетонов с учетом ниспадающей ветви// Бетон и железобетон.- 1999.- № 2.-С.18-22.
13. Кодекс-образец ЕКБ – ФИП /Для норм по ЖБК.- Т.11.-Евро-международный комитет по бетону.-М.:1984.-С.263.