УДК 624.154.3

СТІЙКІСТЬ ЗАЛІЗОБЕТОННОГО СТЕРЖНЯ ПРИ ДВОЗНАКОВІЙ ЕПЮРІ НАПРУЖЕНЬ

Орлов А. М., Калініна Т. О. *(Одеська державна академія будівництва та архітектури, м. Одеса)*

Розв'язана задача про стійкість залізобетонного стержня на основі нелінійної повзучості. Визначені критичні сили, які являються верхньою оцінкою. Для навантажень,перевищуючих критичну силу, існує „критичний час", за який переміщення досягають нескінченно великих значень.

Задача про стійкість залізобетонного стержня розв'язана на основі нелінійної повзучості

$$\varepsilon(t) = \sigma(t)\delta(t,t) - \int_{t_0}^{t} F[\sigma(\tau)]\frac{\partial\delta(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau. \tag{1}$$

Функція напружень F $[\sigma(t)]$ задана в вигляді квадратного двочлена:

$$F[\sigma] = \sigma(t) + \beta\sigma^2(t). \tag{2}$$

В цьому випадку рівняння руху стержня має вигляд:

$$\frac{1}{\rho(z,t)} - \frac{[y(z,t)+e_0]P(t)}{(1+\alpha)E_bI_b} + \frac{\gamma\varphi}{(1+\alpha)E_bI_b}\int_{t_0}^{t}\left\{[y(z,\tau)+e_0]P(\tau) - \right.$$
$$\left. - \alpha E_bI_b\frac{1}{\rho(z,\tau)} + \beta\frac{I_b}{h}[\sigma_b'^2(z,\tau) \mp \sigma_b^2(z,\tau)]\right\}e^{-\gamma(t-\tau)}d\tau = 0. \tag{3}$$

Знак «–» в рівнянні (3) необхідно використовувати, коли епюра напружень однознакова, тобто крайнє волокно стиснуте. Знак «+» необхідно враховувати, коли епюра напружень двознакова, тобто крайнє волокно розтягнуте.

Розглянемо випадок, коли епюра напружень двознакова.

$$5\left[m_2\frac{P(t)}{P_b}-1\right][b_1(t)F^2(t)+b_2(t)F(t)+b_3(t)]\dot{F}(t)+$$
$$+\gamma[b_4(t)F^4(t)+b_5(t)F^3(t)+b_6(t)F^2(t)+b_7(t)F(t)+b_8(t)]=0. \tag{4}$$

Нелінійне диференціальне рівняння із змінними коефіцієнтами (4) описує переміщення залізобетонного стержня при змінному навантаженні в випадку двознакової епюри напружень. Розглянутий випадок постійного на всьому інтервалі часу навантаження.

Розв'язок рівняння (4) залежить від виду коренів полінома

$$F^4(t)+c_3F^3(t)+c_4F^2(t)+c_5F(t)+c_6=0. \tag{5}$$

Можливі три випадки:

1). Всі корені полінома (5) дійсні. Розв'язок рівняння (4):

$$t=t_0-\frac{45(1-m_2n)}{128\gamma m_5(n-\alpha)^2}\ln\left[\prod_{i=1}^{4}\left|\frac{F(t)-\omega_i}{F(t_0)-\omega_i}\right|^{A_i}\right]. \tag{6}$$

В цьому випадку деформування носить затухаючий характер. Переміщення при $t\to\infty$ спрямовуються до кінцевої величини

$$F(\infty)=\omega_i,\qquad (i=1,2,3,4), \tag{7}$$

яка являє собою додатний менший одиниці корінь.

2). Поліном (5) має два дійсних кореня і пару комплексних. Розв'язок рівняння (4):

$$\frac{2A_4-c_7A_3}{\sqrt{4c_8-c_7^2}}\left[\operatorname{arctg}\frac{2F(t)+c_7}{\sqrt{4c_8-c_7^2}}-\operatorname{arctg}\frac{2F(t_0)+c_7}{\sqrt{4c_8-c_7^2}}\right]+$$
$$+\ln\left[\left|\frac{F(t)-\omega_1}{F(t_0)-\omega_1}\right|^{A_1}\left|\frac{F(t)-\omega_2}{F(t_0)-\omega_2}\right|^{A_2}\left|\frac{F^2(t)+c_7F(t)+c_8}{F^2(t_0)+c_7F(t_0)+c_8}\right|^{0,5A_3}\right]= \tag{8}$$
$$=-\frac{128}{45}\gamma\frac{m_5(n-\alpha)^2}{1-m_2n}(t-t_0).$$

І в цьому випадку деформування носить затухаючий характер. При $t\to\infty$ переміщення спрямовуються до кінцевої величини $F(\infty)$, визначеної мінімальним додатним коренем

$$F(\infty)=\min\{\omega_1;\omega_2\}. \tag{9}$$

3). Поліном (5) має дві пари комплексних коренів. Розв'язок рівняння (4):

$$\ln\left[\frac{F^2(t)+d_1F(t)+d_2}{F^2(t)+d_3F(t)+d_4}\cdot\frac{F^2(t_0)+d_3F(t_0)+d_4}{F^2(t_0)+d_1F(t_0)+d_2}\right]^{0,5A_1}+\frac{2A_2-d_1A_1}{\sqrt{4d_2-d_1^2}}\times$$

$$\times\left[\operatorname{arctg}\frac{2F(t)+d_1}{\sqrt{4d_2-d_1^2}}-\operatorname{arctg}\frac{2F(t_0)+d_1}{\sqrt{4d_2-d_1^2}}\right]+\frac{2A_4-d_3A_3}{\sqrt{4d_4-d_3^2}}\times \tag{10}$$

$$\times\left[\operatorname{arctg}\frac{2F(t)+d_3}{\sqrt{4d_4-d_3^2}}-\operatorname{arctg}\frac{2F(t_0)+d_3}{\sqrt{4d_4-d_3^2}}\right]=-\frac{128}{45}\gamma\frac{m_5(n-\alpha)^2}{1-m_2n}(t-t_0).$$

В цьому випадку деформування носить незатухаючий характер. Стан, коли $F(t)\to\infty$, досягається за кінцевий час, який назвемо критичним t_{kp}.

$$t_{kp}=t_0+\frac{45(1-m_2n)}{128\gamma m_5(n-\alpha)^2}\left\{\frac{2A_2-d_1A_1}{\sqrt{4d_2-d_1^2}}\left[\operatorname{arctg}\frac{2F(t_0)+d_1}{\sqrt{4d_2-d_1^2}}-\frac{\pi}{2}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{2A_4-d_3A_3}{\sqrt{4d_4-d_3^2}}\left[\operatorname{arctg}\frac{2F(t_0)+d_3}{\sqrt{4d_4-d_3^2}}-\frac{\pi}{2}\right]-0,5A_1\ln\frac{F^2(t_0)+d_3F(t_0)+d_4}{F^2(t_0)+d_1F(t_0)+d_2}\right\}. \tag{11}$$

Аналізуючи знаки коефіцієнтів c_3, c_4, c_5, c_6 в поліномі (5), можна встановити, що c_6 завжди (при любій величині навантаження) додатний, а c_3, c_4, c_5 можуть бути додатними, від'ємними і рівними нулю. Значить, незатухаючому деформуванню відповідають умови:

$$c_3\ge 0,\quad c_4\ge 0,\quad c_5\ge 0. \tag{12}$$

Прирівнявши до нуля значення коефіцієнтів c_3, c_4, c_5, здобудемо три рівняння для визначення мінімального навантаження, при дії якого має місце незатухаюче деформування, тобто критичної сили $P_{дл}$.

Найбільший з трьох коренів $n_{дл}$ рівнянь $c_3 = 0$, $c_4 = 0$ і $c_5 = 0$ визначає критичну силу

$$P_{дл} = n_{дл}\, P_b \tag{13}$$

в умовах нелінійної повзучості.

Практичні розрахунки показали, що найбільший корінь $n_{дл}$ виникає в рівнянні $c_3 = 0$.

Складено таблиці для визначення коефіцієнта $n_{дл}$ (а фактично $P_{дл}$) при достатньо широкому варіюванні класу бетону, гнучкості, відносного ексцентриситету і коефіцієнта армування.

Література

1. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести, – М.-Л.: Гостехиздат, 1952. – 323 с.

2. Прокопович И.Е. Влияние длительных процессов на напряженное и деформированное состояние сооружений. М.: Госстройиздат, 1963. – 257 с.