

КОЛЕБАНИЯ СООРУЖЕНИЙ В ВЕТРОВОМ ПОТОКЕ

Кобринец В. М., Заволока Ю. В., Завражнов К. Ю. (Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)

Сооружения расположенные в зонах интенсивной ветровой нагрузки испытывают колебания в результате срывного флаттера. При определённой скорости может наступить резонанс. Получены формулы критических скоростей и амплитудные значения перемещений.

Ветровые нагрузки не такие уж и слабые, как может показаться. В таблице представлены катастрофы висячих мостов. Такие мосты обладали недостаточной крутильной жёсткостью. В результате срывного флаттера колебания развивались до такой степени, что наклон проезжей части доходил до 45° [1].

Катастрофы висячих мостов

Место строительства	Пролёт	Время катастрофы
1. Ларош-Бернар (Фр.)	196 м	1852 г
2. Ларош-Бернар (Фр.)	Восстановлен 196 м	1871 г
3. Уиппинг (США)	336 м	1873 г
4. Мост через Ниагару	386 м	1889 г
5. Такомский мост (США)	854 м	1940 г

Рассмотрим цилиндрическую башню, опирающуюся на ствол кольцевого сечения (рис. 1).

При обтекании сооружения направления сбегających вихрей попеременно меняется, а угловая частота определяется выражением:

$$\Theta_v = \frac{C_V \cdot V_v}{2 \cdot \pi \cdot D} \quad (1)$$

где V_v – скорость ветра

$C_V = 0,22$ – коэффициент Струхала для круглого сечения

D – диаметр башни

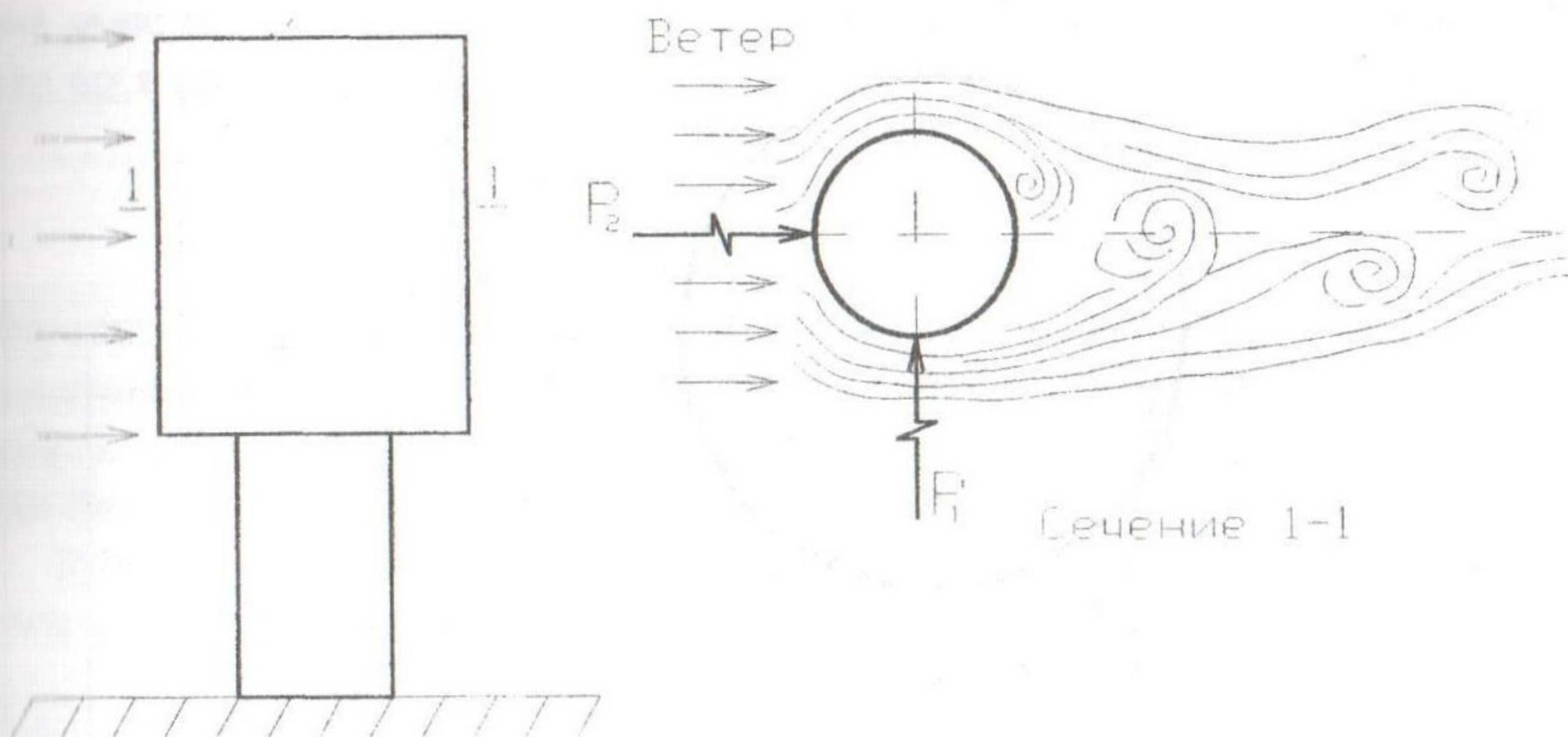


Рис. 1. Схема сооружения и вихревая дорожка

В результате отделения вихрей на башню действует периодическая сила P_1

$$P_1(t) = C_k \cdot \frac{\rho_0 \cdot V^2}{2} \cdot A_{\Pi} \cdot \sin \Theta_0 t \quad (2)$$

где коэффициент обтекания препятствия $C_k = 1$ для круга. Для других сечений этот коэффициент больше 1;

ρ – плотность материала башни;

A_{Π} – площадь проекции препятствия на плоскость, перпендикулярную направлению потока ветра.

Кроме силы $P_1(t)$ действует сила $P_2(t)$

$$P_2(t) = P_0 \cdot \sin \Theta_0 t \quad (3)$$

Сила P_0 определяется площадью диаграммы (рис. 2)

Система уравнений без учёта сил сопротивления в плоскости yoz :

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{y}(t) + (12EI_c^* / \ell^3) \cdot y(t) - (6EI_c^* / \ell^2) \cdot \varphi(t) = P_0 \cdot \sin \Theta t \\ m \cdot i_y^2 \cdot \ddot{\varphi}(t) + (4EI_c^* / \ell) \cdot \varphi(t) - (6EI_c^* / \ell^2) \cdot y(t) = M_0 \cdot \sin \Theta t \end{cases} \quad (4)$$

Система уравнений в плоскости xoz :

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{x}(t) + r_{22} \cdot x(t) + r_{12} \cdot \varphi(t) = C_k \cdot (\rho_0 \cdot V^2 / 2) \cdot A_{\Pi} \cdot \sin \Theta t \\ m \cdot i_x^2 \cdot \ddot{\varphi}(t) + r_{11} \cdot \varphi(t) + r_{21} \cdot y(t) = M_1 \cdot \sin \Theta t \end{cases} \quad (5)$$

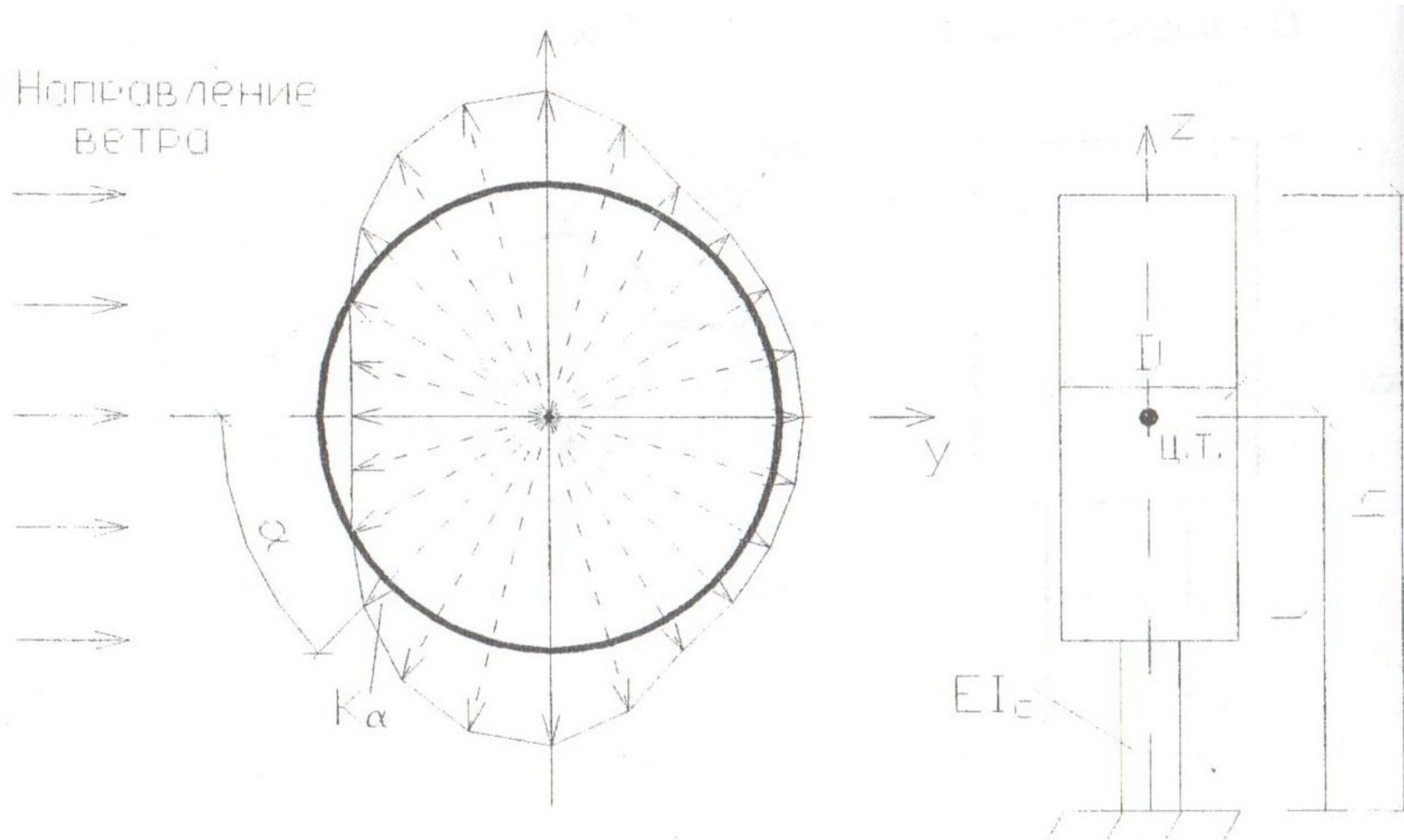


Рис. 2. Фрагмент из СНиПа «Нагрузки и воздействия».

Если обозначить $(C_k \cdot \rho_b \cdot V^2 \cdot A_{\Pi})/2 = P_0$, то система (4) и (5) совпадают. Поэтому достаточно записать одно решение.

Если силы P_1 и P_2 проходят через центр тяжести, то $M_0 = M_1 = 0$.

Рассмотрим систему:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{y} + r_{22} \cdot y + r_{12} \cdot \varphi = P_0 \cdot \sin \Theta t \\ m \cdot i^2 \cdot \ddot{\varphi} + r_{11} \cdot \varphi + r_{21} \cdot y = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Частное решение принимается по виду правой части:

$$y(t) = A \cdot \sin \Theta t; \quad \varphi(t) = B \cdot \sin \Theta t \quad (7)$$

Подставим (7) в (6)

$$\begin{cases} -\Theta^2 \cdot m \cdot A \cdot \sin \Theta t + r_{22} \cdot A \cdot \sin \Theta t + r_{12} \cdot B \cdot \sin \Theta t = P_0 \cdot \sin \Theta t \\ -\Theta^2 m \cdot i^2 \cdot B \cdot \sin \Theta t + r_{11} \cdot B \cdot \sin \Theta t + r_{21} \cdot A \cdot \sin \Theta t = 0 \end{cases}$$

Сокращая получаем решение:

$$A = \frac{P \cdot (r_{11} - m \cdot i^2 \cdot \Theta^2)}{(r_{22} - m \cdot \Theta^2) \cdot (r_{11} - m \cdot i^2 \cdot \Theta^2) - r_{12} \cdot r_{21}} \quad (8)$$

$$B = \frac{P_0 \cdot r_{21}}{(r_{22} - m \cdot \Theta^2) \cdot (r_{11} - m \cdot i^2 \cdot \Theta^2) - r_{12} \cdot r_{21}} \quad (9)$$

Особенностью полученного решения является то, что угловые колебания φ не имеют частоты виброгашения. Для линейных колебаний по y или по x такая частота есть:

$$\Theta^{\text{вз}} = \sqrt{\frac{P_0 \cdot \ell}{4 \cdot E \cdot I_c^* - m \cdot i^2 \cdot \ell}} \quad (10)$$

Варианта, чтобы $M_0 = 0$ практически не может быть. В результате изменения скоростного напора по высоте сооружения равнодействующая ветровой нагрузки всегда смещается вверх относительно центра тяжести башни.

Для схемы, когда ствол не доходит до центра тяжести, а заканчивается у нижнего обреза башни. В этом варианте момент будет равен:

$$M(t) = (P \cdot \ell_0 \cdot \sin \Theta t) / 2 = M_0 \cdot \sin \Theta t \quad (11)$$

Амплитудные значения линейных и угловых колебаний зависят от P и M :

$$A = \frac{P_0 \cdot (r_{11} - m \cdot i^2 \cdot \Theta^2) - M_0 \cdot r_{12}}{(r_{22} - m \cdot \Theta^2) \cdot (r_{11} - m \cdot i^2 \cdot \Theta^2) - r_{12}^2} \quad (12)$$

$$B = \frac{M_0 \cdot (r_{22} - m \cdot \Theta^2) - P_0 \cdot r_{21}}{(r_{22} - m \cdot \Theta^2) \cdot (r_{11} - m \cdot i^2 \cdot \Theta^2) - r_{12}^2} \quad (13)$$

Создаётся впечатление, что совместное действие M_0 и P_0 уменьшают амплитуды. Но если учесть, что $r_{12} = r_{21} = -6EI_c / \ell^2$, то становится ясно, что числители (12) и (13) от P_0 и M_0 будут суммироваться:

$$\Theta_A^{\text{вз}} = \sqrt{\frac{2EI_c^* \cdot (2 \cdot P_0 \cdot \ell + 3 \cdot M_0)}{m \cdot i^2 \cdot P_0 \cdot \ell}} \quad (14)$$

$$\Theta_B^{\text{вз}} = \sqrt{\frac{6EI_c^* \cdot (2 \cdot M_0 + P_0 \cdot \ell)}{m \cdot M_0 \cdot \ell^3}} \quad (15)$$

Систему (5) необходимо решать дважды, при $P_0 = P_{0y}$ и $P_0 = P_{0x}$:

$$P_{0y} = \frac{\rho \cdot V^2}{2} \cdot D \cdot \ell_0; P_{0x} = 2 \cdot \omega_0 \cdot k \cdot \ell_0 \cdot \int_0^\pi k_\alpha \cdot R d\alpha \quad (16)$$

Башня совершает колебания в двух плоскостях. Результирующие колебания будут состоять из геометрической суммы этих двух колеба-

ний. Если колебания совершаются синфазно, то амплитуды надо складывать.

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}; \quad B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (17)$$

Когда частота отделения вихрей Θ_e совпадает с частотой свободных колебаний может наступить резонанс. Из этого условия определяется критическая (резонансная) скорость ветрового потока.

$$\frac{0,22 \cdot V}{2 \cdot \pi \cdot D} = \omega_i; \quad (i = 1, 2); \quad V_{кр} = \frac{2 \cdot \pi \cdot D \cdot \omega_i}{0,22} \quad (18)$$

Таких скоростей будет две, соответственно ω_1 и ω_2 .

Частоты свободных колебаний изменяются во времени (в результате наведенной неоднородности) следовательно и $V_{кр}$ тоже будет меняться.

Литература

1. Пановко Я. Г., Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем. – М.: Наука, 1979. – 384 с.