УДК 624.131

КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ ОГРАДИТЕЛЬНОГО СООРУЖЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО С ГРУНТОВОЙ И ВОДНОЙ СРЕДОЙ

Гришин А. В. *(Одесса)*

Рассматривается связанная динамическая система, состоящая из оградительного сооружения, каменной постели, основания и водной среды (см. рис. 1). Исследуются волновые процессы, возникающие в системе с учетом взаимодействия всех её элементов. Учитываются упругопластические свойства материалов системы. Используется теория пластического течения с упрочнением. Источником колебаний рассматриваемой системы являются некоторые области грунтового массива, которые в момент времени t=0 получают перемещения.

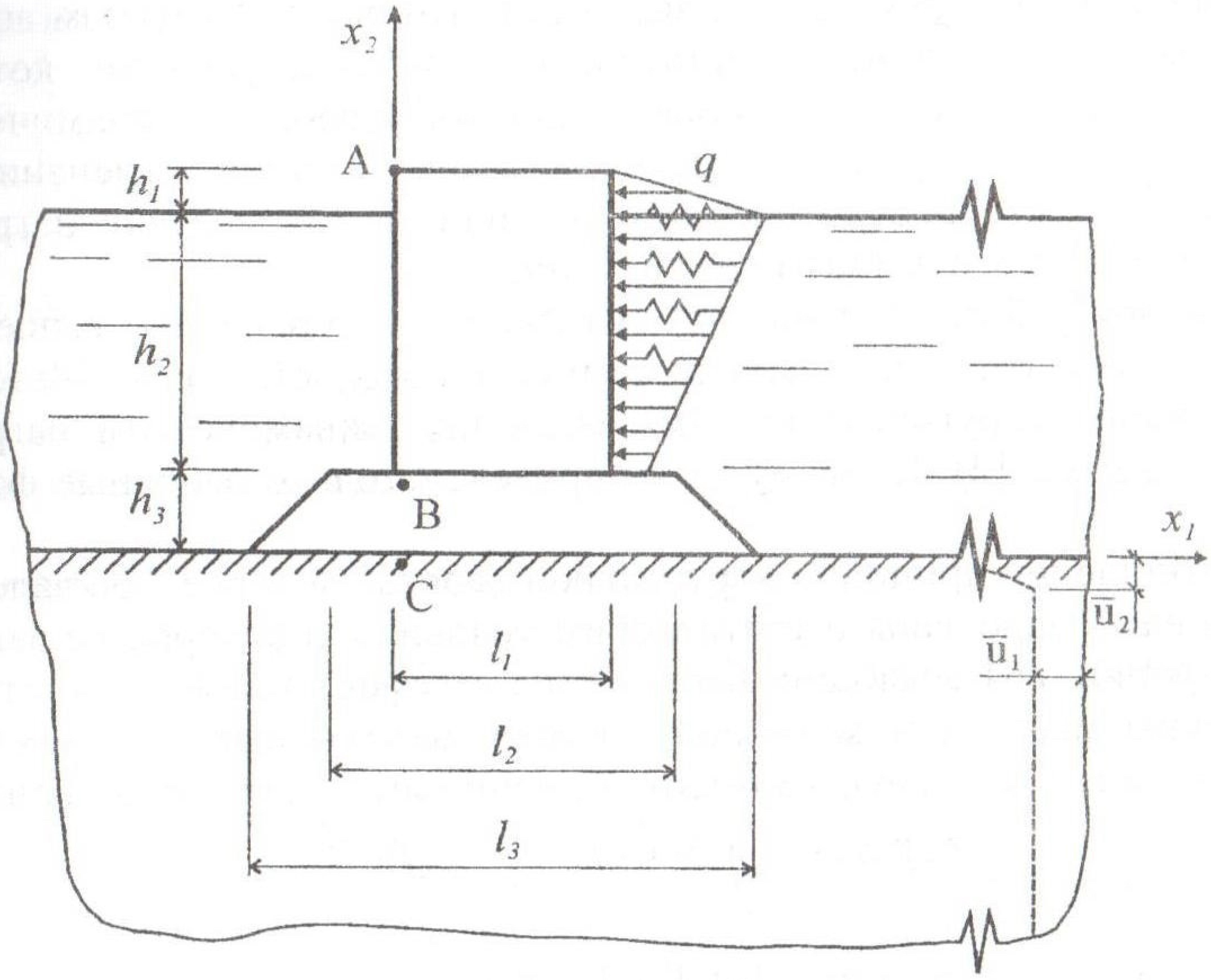

Рис. 1. Расчетная схема системы

Такая модель реализуется в расчетах на сейсмические воздействия [1], передающихся на каменную постель и оградительное сооружение не в виде внешних динамических нагрузок, а как реакция волнового процесса со стороны грунтовой среды. В свою очередь колебания волнолома влияют на колебания постели и грунтового массива. Следовательно, в данном случае при расчете необходимо рассматривать совместное взаимодействие всех элементов системы.

При определении напряженно-деформированного состояния системы учитываются упругопластические свойства как грунтовой среды, так и постели. Такая постановка задачи вызывает дополнительные трудности, так как при её решении принцип суперпозиции неприменим. Следовательно, представление перемещений системы в виде интеграла Дюамеля или как разложение по собственным формам, которые эффективно используются при анализе упругих систем, в данном случае не применимо. Поэтому для определения перемещений и напряжений в системе можно в основном использовать только прямые шаговые методы. Они позволяют изменять любую матрицу исходных уравнений при переходе от одного шага к другому в зависимости от результатов решения на предыдущем шаге.

Далее, становится невозможным определять реакции системы путем суммирования их значений, полученных от действия статических и динамических нагрузок. Это вызвано тем, что при статическом воздействии на систему в ней возникают пластические области, которые влияют на колебательный процесс при последующем динамическом нагружении. Поэтому динамическое решение, без учета изменений жесткостных характеристик системы от действия статических нагрузок, может привести к неверным результатам.

В данной работе сделана попытка учесть перечисленные выше факторы применительно к рассматриваемой нелинейной задаче. Методика исследования упругопластических задач при динамическом нагружении изложена в [2]. Поэтому здесь приведем только основные формулы.

Соотношение принципа виртуальной работы, которое эквивалентно уравнениям равновесия и статическим условиям и которое не зависит от уравнений, связывающих напряжения с деформациями, для стенки, грунтового массива и каменной постели, называемые в дальнейшем твердой частью системы, в момент времени t имеет следующий вид

$$\begin{aligned}&\int_{\Omega_T}[\delta\varepsilon]^T\sigma d\Omega+\int_{\Omega_T}[\delta u]^T(\rho\ddot{u}+c\dot{u}-Q)d\Omega-\\&\int_{S_q}[\delta u]^T q ds-\int_{S_p}[\delta u]^T p ds=0.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь: $\delta\varepsilon, \delta u$ - векторы виртуальных деформаций и перемещений; σ - вектор напряжений; ρ - плотность материала системы; c - оператор-матрица параметров демпфирования; Q, q - векторы заданных объемных и поверхностных сил; p - вектор давления водной среды; $S = S_u \cup S_q \cup S_p$ - поверхность, ограничивающая твердую часть системы, при этом на S_u в начальный момент времени $t = 0$ заданы перемещения

$$u\Big|_{S_u} = \overline{u}, \tag{2}$$

где $\overline{u}$ - вектор заданных перемещений (на S_q заданы поверхностные силы q, а на S_p - давление воды p); $u, \dot{u}, \ddot{u}$ - соответственно векторы перемещений, скоростей и ускорений, которые определяются как $\dot{u} = u_{,t}$, $\ddot{u} = u_{,tt}$.

В дальнейшем водную среду будем называть жидкой составляющей динамической системы. Для неё принцип виртуальной работы в момент времени t записывается в виде

$$\begin{gathered}\int\limits_{\Omega_ж}\{[\delta\dot{\varepsilon}_o]^T p + [\delta\dot{\varepsilon}]^T \tau - [\delta\dot{u}]^T Q_p + [\delta\dot{u}]^T \rho\frac{d\dot{u}}{dt}\}d\Omega - \\ \int\limits_{S_p}[\delta\dot{u}]^T \overline{p}ds = 0.\end{gathered} \tag{3}$$

Здесь: $\delta\dot{\varepsilon}_o, \delta\varepsilon, \delta\dot{u}$ - векторы виртуальных объемных скоростей деформаций, скоростей девиатора деформаций и скоростей перемещений; ρ - плотность воды; Q_p - вектор объемных сил; $\dfrac{d\dot{u}}{dt}$ - полная производная от скорости перемещения, которую при малых колебаниях можно заменить частной производной $\ddot{u} = u_{,tt}$; $\overline{p}$ -вектор заданного на поверхности S_p давления. Для невязкой жидкости можно пренебречь вторым слагаемым под первым интегралом в (3).

Полагаем, что деформации системы происходят при малых удлинениях, сдвигах и углах поворота. Поэтому зависимость между приращениями деформаций и перемещений определяется линейными соотношениями Коши

$$d\varepsilon_{ks} = \tfrac{1}{2}(du_{k,s} + du_{s,k}). \qquad (4)$$

В этом случае также имеет место постулат суммирования приращений упругой и пластической деформации

$$d\varepsilon_{ks} = d\varepsilon_{ks}^{(e)} + d\varepsilon_{ks}^{(p)}. \qquad (5)$$

Компоненты тензора приращения упругой деформации связаны с компонентами тензора приращения напряжений законом Гука

$$d\varepsilon_{ks}^{(e)} = C_{ksmn}^{(e)} d\sigma_{mn}. \qquad (6)$$

Связь между компонентами тензора приращения пластической деформации и компонентами тензора приращения напряжений имеет вид дифференциальных неинтегрируемых соотношений. Из принципа максимума Мизеса [3] следует, что

$$d\varepsilon_{ks}^{(p)} = d\lambda f_{,\sigma_{ks}}, \qquad d\lambda = const > 0, \qquad (7)$$

где $f_{,\sigma_{ks}}$ - производная от функции нагружения по σ_{ks}.

Входящая в (7) функция нагружения f, определяется для постели и грунтовой среды как условие Кулона-Мора

$$(\sigma_0 - \frac{\sigma_i}{\sqrt{3}}\sin\psi)\sin\varphi + \sigma_i\cos\psi - c\cos\varphi = 0, \qquad (8)$$

где c - сцепление; φ - угол внутреннего трения; σ_0, σ_i, ψ - соответственно первый, второй и третий инварианты тензора напряжений [5].

Стенка представляет собой бетонный или каменный массив, который обладает жесткостью на несколько порядков выше, чем постель и грунтовая среда, поэтому считаем, что он работает упруго.

Используя (4)÷(7), уравнения состояния для упругопластических сред можно записать в виде [2]

$$d\sigma_{ks} = D_{ksmn}^{(e)} d\varepsilon_{mn}, \text{ если } f = 0,\ d'f > 0 \text{ или } f < 0;$$

$$d\sigma_{ks} = D_{ksmn}^{(ep)} d\varepsilon_{mn}, \text{ если } f = 0,\ d'f \le 0, \qquad (10)$$

где $D_{ksmn}^{(e)}$ - компоненты матрицы упругих постоянных закона Гука; $D_{ksmn}^{(ep)}$ - компоненты матрицы, которые определены для различных функций нагружения в [2].

Прямые шаговые методы включают в себя два основных этапа:

- дискретизацию основных уравнений;

- построение итерационного процесса для определения напряженно-деформированного состояния системы с наперед заданной точностью.

Дискретизация исходных уравнений производится как по времени, так и по области системы. Эти операции для твердой части системы подробно рассмотрены в [2]. В результате в матричной форме в момент времени t_n получаем уравнение равновесия в виде

$$M\ddot{\delta}_n + C\delta_n + K(\delta)\delta_n = Q_n + F_n. \tag{11}$$

Здесь: M - матрица распределенных масс; C - матрица демпфирования; $K(\delta)$ - матрица жесткости; Q_n - вектор узловых нагрузок на поверхности S_q; F_n - вектор давления воды на поверхности S_p, который равен

$$F_n = \int_{S_p}[N]_n^T p_n ds = \frac{1}{\rho}[h]^T p_n, \tag{12}$$

где ρ - плотность воды,

$$h = \int_{S_p}[N]_n^T \rho [N]_n ds, \tag{13}$$

$[N]_n$ - матрица функций формы, которая принимается такой же, как и для аппроксимации уравнений твердой части системы; $\delta_n, \dot{\delta}_n, \ddot{\delta}_n$ - соответственно узловые перемещения, скорости и ускорения.

Производя дискретизацию уравнений жидкой составляющей системы, окончательно получаем следующее соотношение

$$Hp_n + h\ddot{\delta}_n = 0, \tag{14}$$

где матрица H состоит из подматриц, включающих функции формы.

Определяя из (14) вектор p_n и подставляя его значение в (11), для момента времени t_n получаем следующее уравнение

$$\overline{M}\ddot{\delta}_n + C\dot{\delta}_n + K(\delta)\delta_n = Q_n, \tag{15}$$

где

$$\overline{M} = M + \frac{1}{\rho}[h]^T[H]^{-1}h \tag{16}$$

называется матрицей приведенной массы, а выражение

$\frac{1}{\rho}[h]^T[H]^{-1}h$ - матрицей присоединенных масс жидкости.

Для решения уравнения (15) используется неявный модифицированный метод Ньюмарка [2], который является безусловно устойчивым, что позволяет существенно увеличивать длину временного шага Δt по сравнению с явными методами и получить более надежные результаты. Основными отличиями модифицированного метода от классического, применяемого для решения линейных задач [6], являются следующие: 1) решение находится не в полных перемещениях, а в их приращениях, по которым и определяются полные перемещения; 2) строится дополнительный итерационный процесс для уменьшения невязки в уравнении (15) до наперед заданной малой величины; 3) вследствие приближенного решения, вектор напряжений σ_n может выходить за пределы области, ограниченной функцией нагружения, что недопустимо для упругопластических задач. Поэтому строится дополнительная процедура для его возвращения в эту область.

Для численной реализации предложенной методики был разработан программный комплекс в системе Delphi, который позволяет производить совместный расчет всех элементов системы от статических и динамических воздействий. Его описание дано в [2].

Рассмотрим численное решение уравнений для рассматриваемой задачи при следующих исходных данных: h_1=4 м; h_2=8 м; h_3=12 м; l_1=10 м; l_2=22 м; l_3=54 м. Характеристики каменной постели: $E_{П}$=60 МПа; μ=0,3; c=0,003 МПа; φ=30°. Свойства грунтового основания: E_O=40 МПа; μ=0,4; c=0,005МПа; φ=25°. В момент времени t=0 заданы начальные перемещения $\overline{u}_2$=0 и $\overline{u}_1$, которое меняется от оси x_1 до глубины 70 м на величину от –9 см до –3 см. Смещения произошли на расстоянии x_1=105 м. Учитывается влияние водной среды на колебания стенки, постели и основания.

На рис. 2, рис. 3 и рис. 4 приведены эпюры изменения во времени горизонтальных колебаний u_1 точек А, В и С (см. рис. 1) вызванных при t=0 горизонтальными перемещениями $\overline{u}_1$. Наибольшая амплитуда колебаний наблюдается у точки А при t=1,25 сек., она равна 0,79 см. Затем происходит всплеск колебаний в противоположном направлении и далее постепенное их затухание. С некоторым смещением во времени такая же картина наблюдается и для точек В и С. Для точки С максимальная амплитуда горизонтальных колебаний равна 0,3678 см. Начальные горизонтальные смещения на том же уровне составляли 9 см. Следовательно, на расстоянии 105 м произошло затухание перемещений почти в 25 раз.

На рис. 5 и рис. 6 приведены схемы образования пластических зон в элементах системы в моменты времени t=0,06 сек. и t=1,32 сек. Почти сразу же в области основания, примыкающей к линии смещения $\overline{u}_1$, образуется пластическая зона. С течением времени она перемещается в направлении стенки и постели, постепенно уменьшаясь по величине. Происходит образование новых зон и закрытие ранее возникших. Затем пластические зоны захватывают некоторые области каменной постели. Происходит как бы перемещение пластической зоны справа налево с постепенным её затуханием. Наиболее активные по продолжительности пластические зоны остаются в областях постели, примыкающих к угловым точкам стенки. Это видно на рис. 6. После t=3 сек. почти все зоны, за исключением отдельных небольших областей, исчезают.

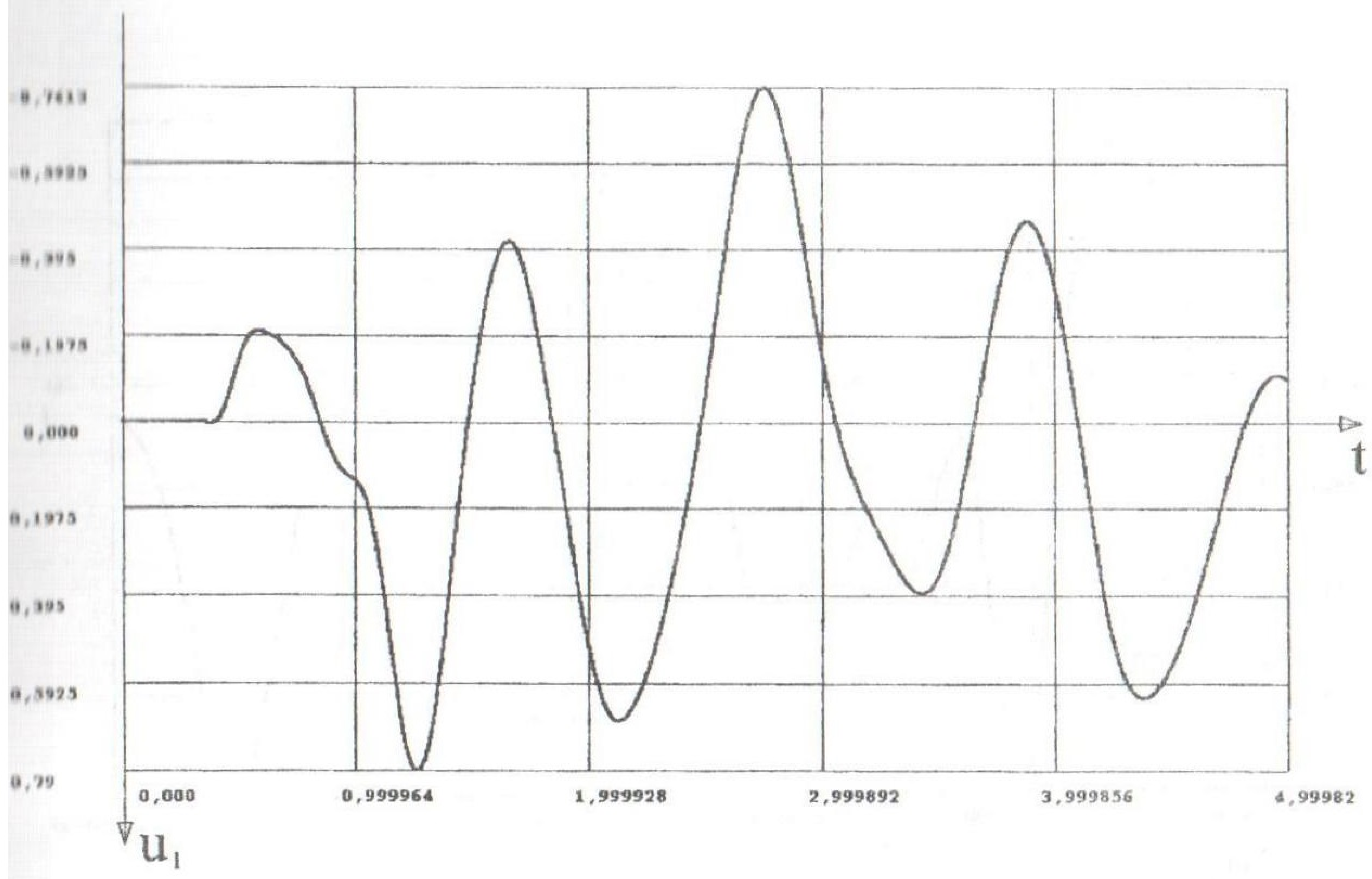

Рис. 2. Горизонтальные колебания точки А от смещения $\overline{u}_1$ (в см и сек.)

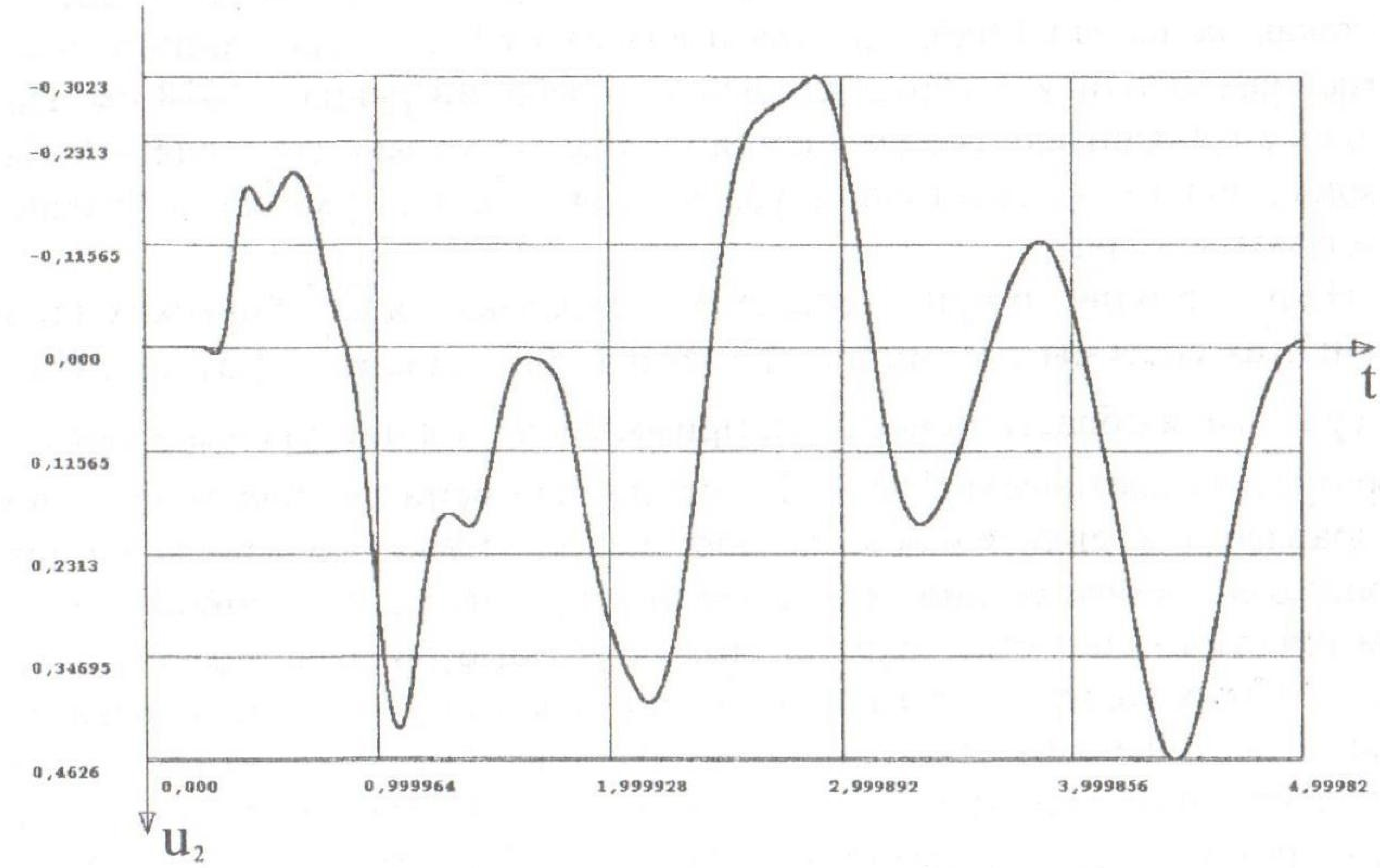

Рис. 3. Горизонтальные колебания точки B
от смещения $\overline{u}_1$ (в см и сек.)

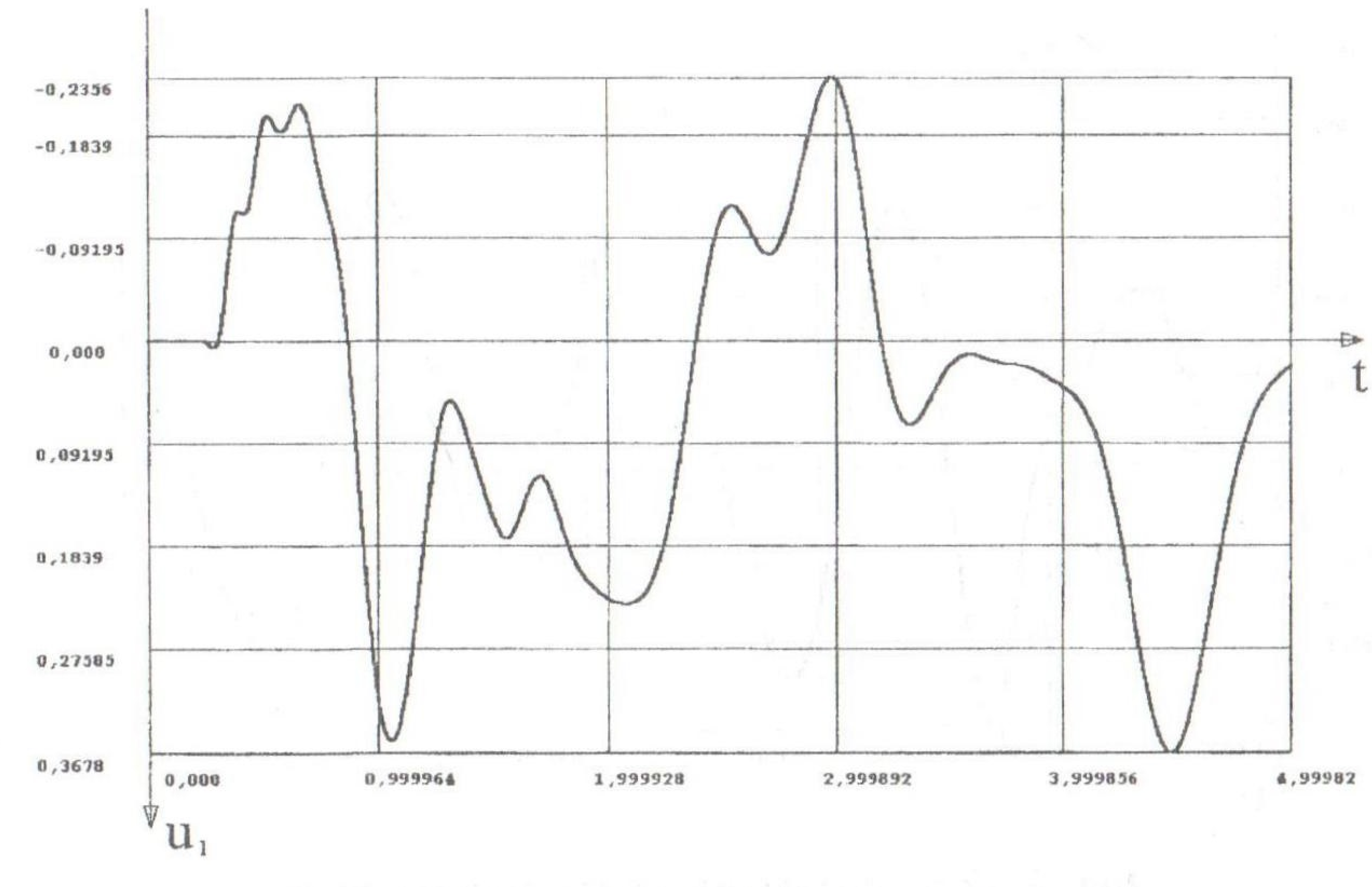

Рис. 4. Горизонтальные колебания точки C
от смещения $\overline{u}_1$ (в см и сек.)

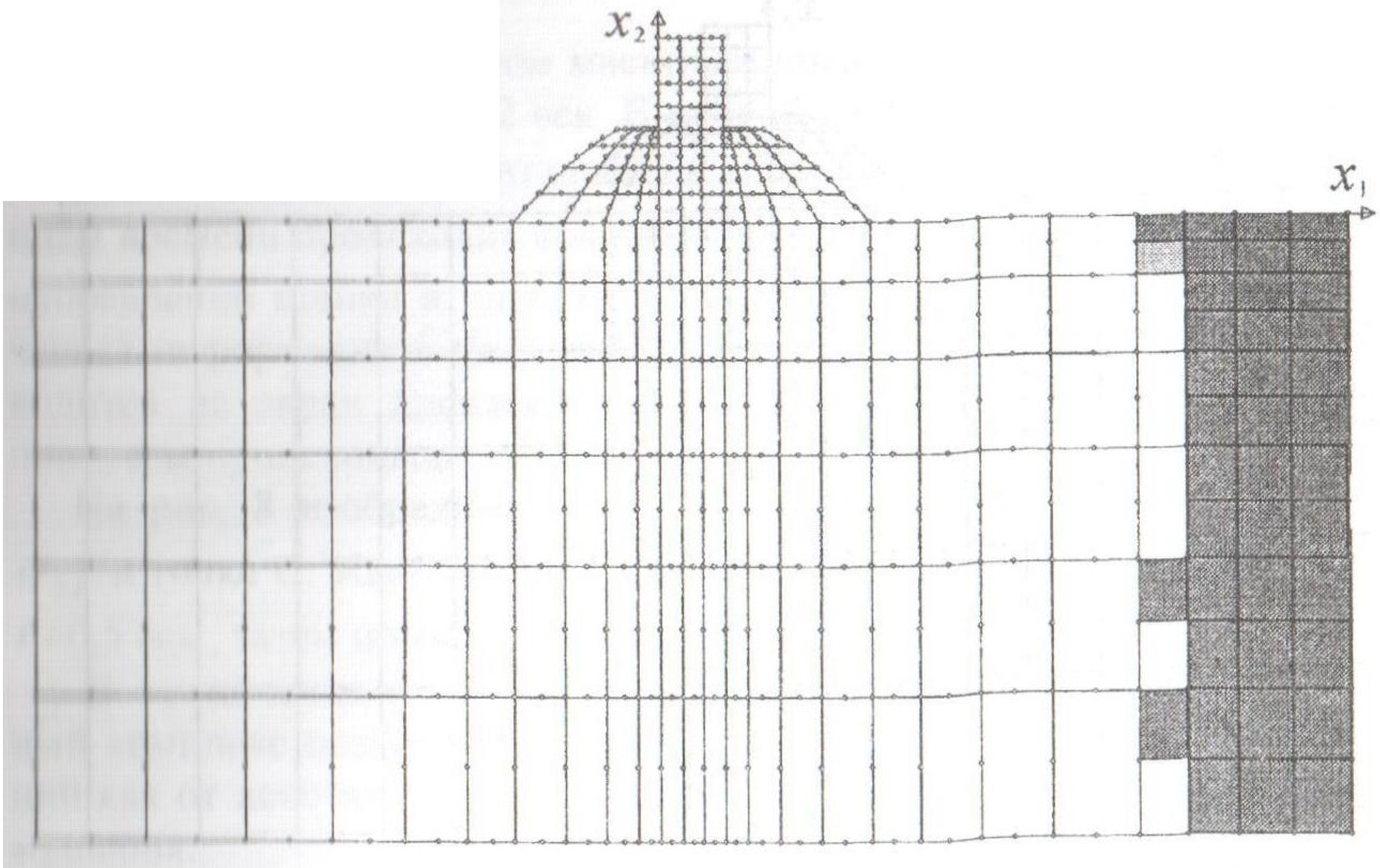

Рис. 5. Образование пластических зон в системе
в момент времени t =0,06 сек.

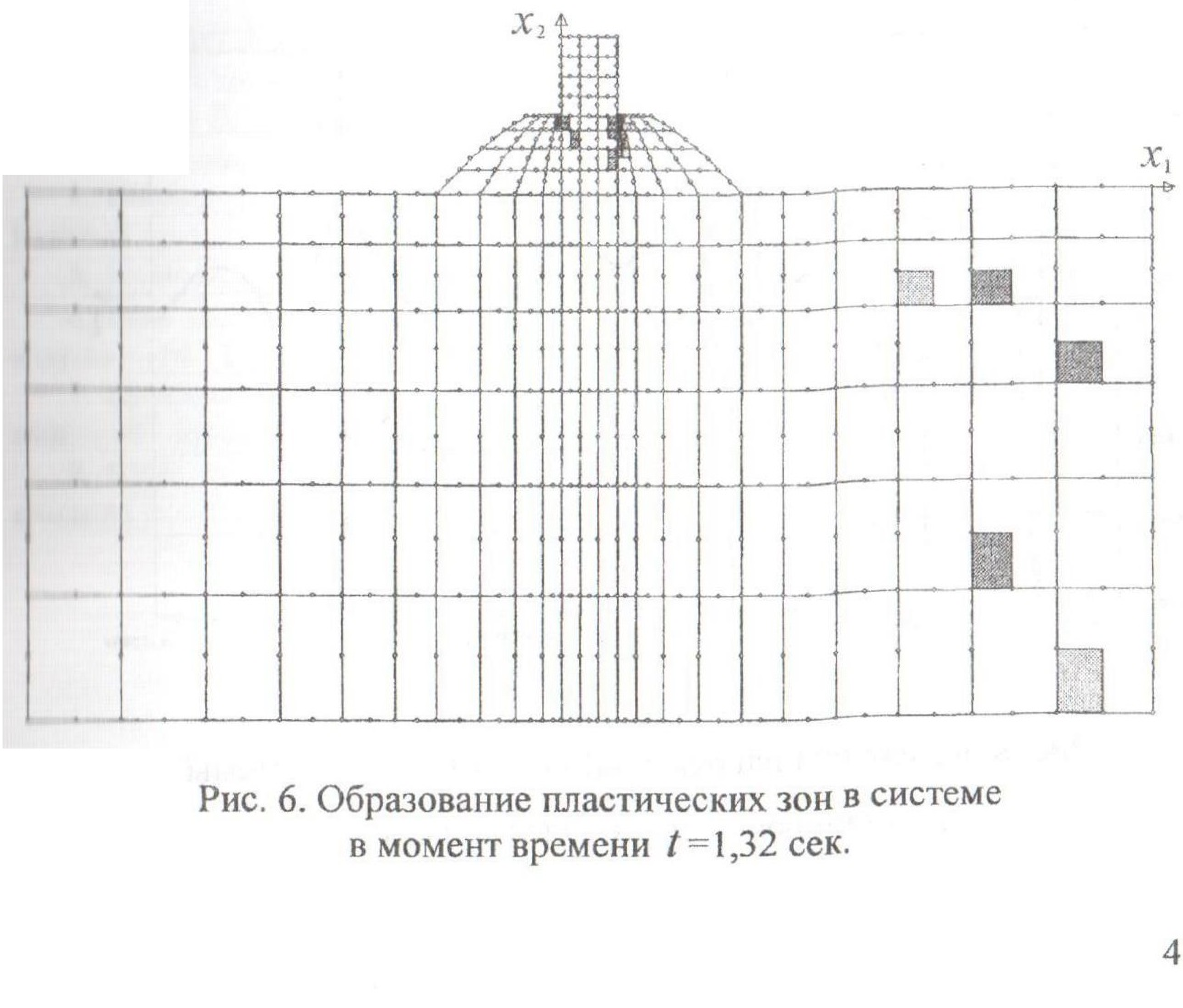

Рис. 6. Образование пластических зон в системе
в момент времени t =1,32 сек.

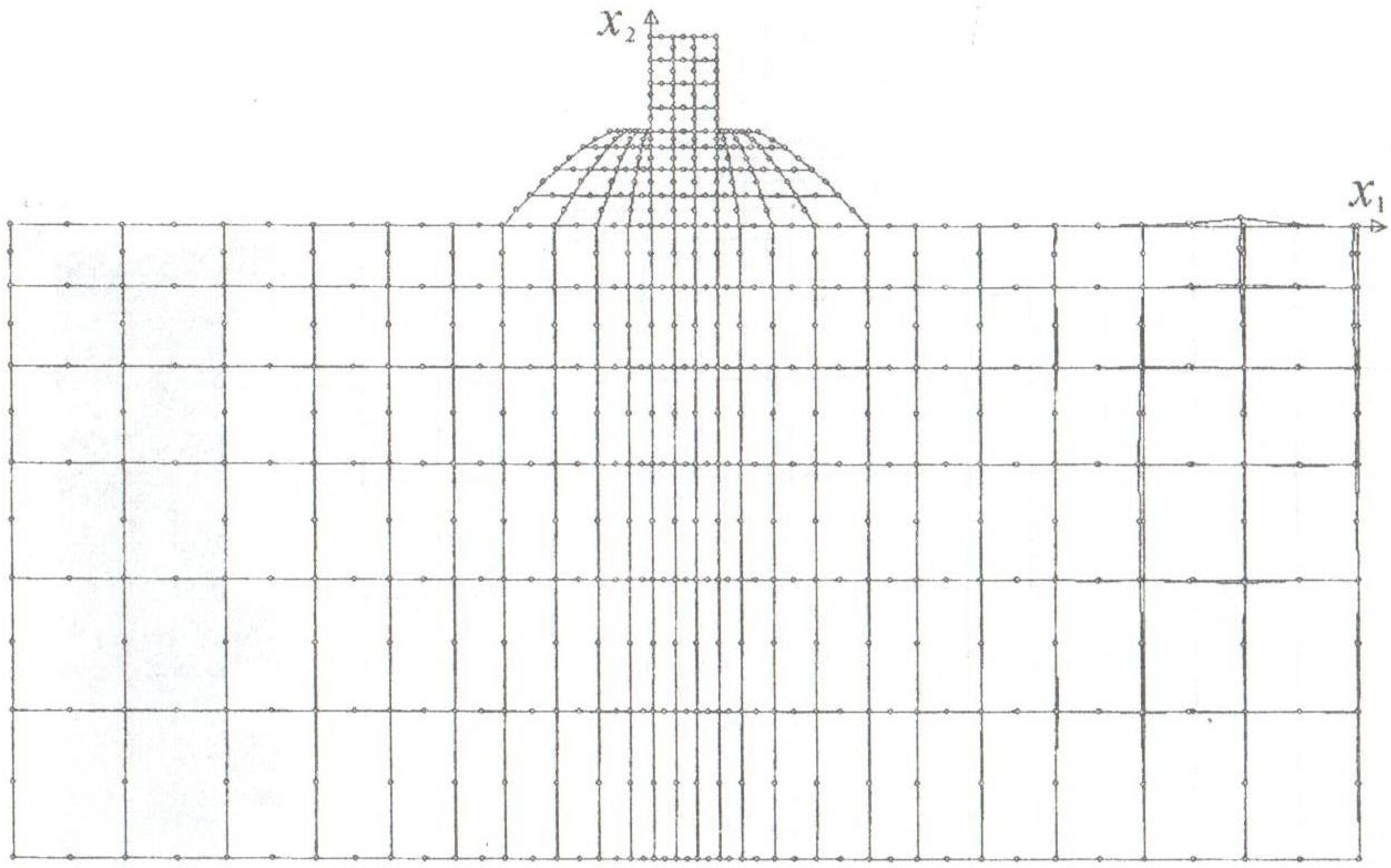

Рис. 7. Схема перемещений системы
в момент времени t =0,12 сек.

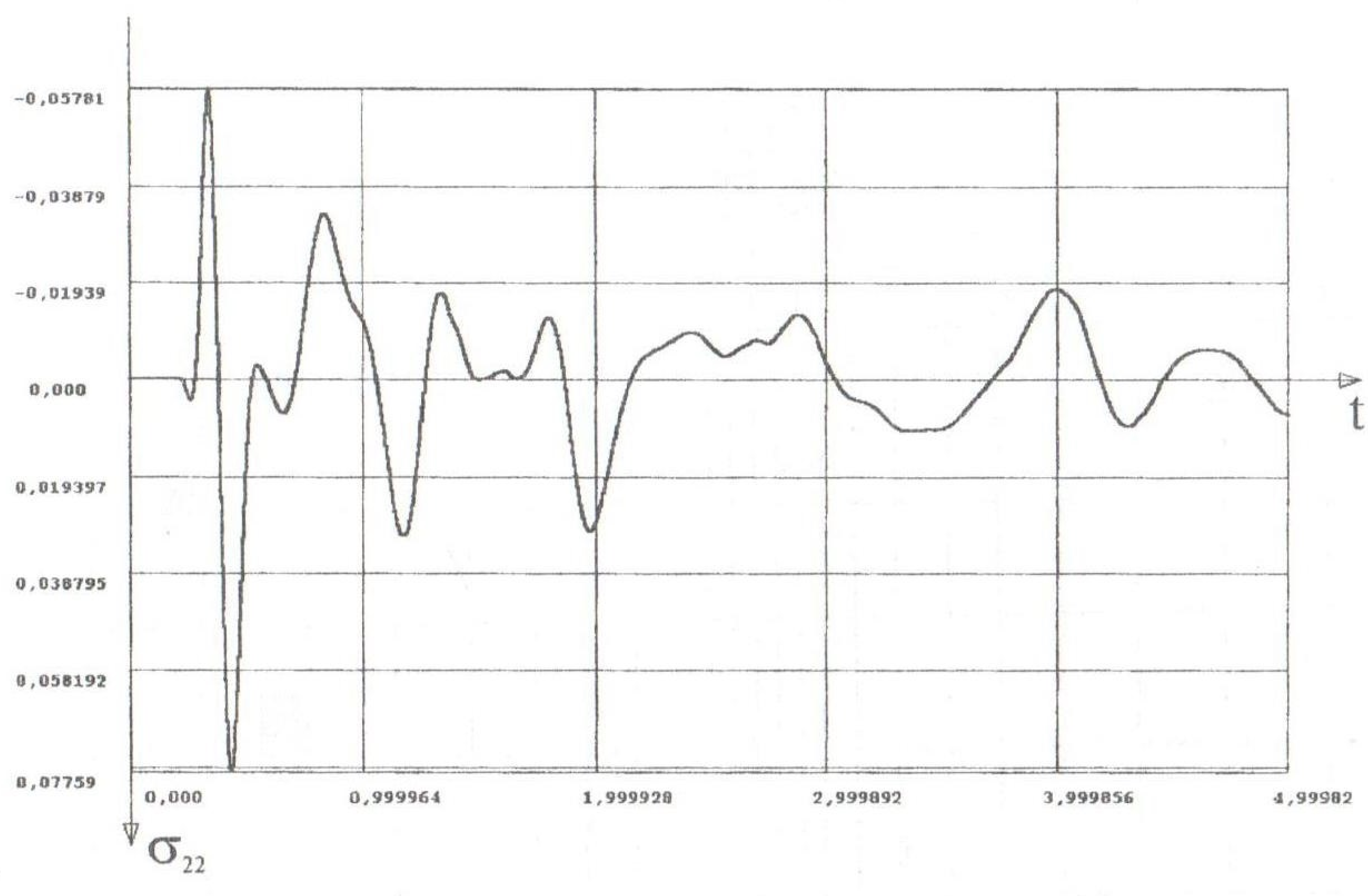

Рис. 8. Колебания напряжений σ_{22} в точке С системы
от смещения $\overline{u}_1$ (в 10 МПа и сек.)

На рис. 7 в увеличенном масштабе показаны перемещения системы в момент времени t=0,12 сек. В правой части рисунка видны как вертикальные, так и горизонтальные смещения точек основания. С течением времени происходит волновое движение от линии смещения $\overline{u}_1$ в направлении стенки и постели с постепенным затуханием. Вся графическая информация о движении пластических зон и перемещений выводится на экран дисплея, на котором можно наблюдать волновые процессы происходящие во всех элементах системы.

На рис. 8 изображена эпюра изменения во времени напряжений σ_{22} в точке С. Наибольшие колебания напряжений наблюдаются при t=0,5 сек., затем происходит их постепенное затухание.

В заключение отметим, что предложенная методика и программный комплекс позволяют производить расчет оградительных сооружений как от действия волновой нагрузки, так и от кинематического возмущения.

Литература

1. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.

2. Гришин А. В., Дорофеев В. С. Нелинейная динамика конструкций, взаимодействующих с деформируемой средой. – Одесса: Астропринт, 2001. – 136 с.

3. Ивлев Д. Д., Быковцев Г. И. Теория упрочняющегося пластического тела. – М.: Наука, 1971. – 231 с.

4. Иванов П. Л. Грунты и основания гидротехнических сооружений. – М.: Высшая школа, 1991. – 447 с.

5. Новожилов В. В. Теория упругости. – Судпромгиз, 1958. – 370 с.

6. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 447 с.

7. Кульмач П. П. Сейсмостойкость портовых гидротехнических сооружений. – М.: Транспорт, 1970. – 310 с.

8. Шульман С. Г. Расчет сейсмостойкости гидросооружений с учетом влияния водной среды. – М.: Энергия, 1976. – 336 с.