

Д. т. н., проф. Дорофєєв В.С.; к. т. н., доц. Карпюк В.М.;
ас. Крантовська О.М., асп. Петров М.М.
Одеська державна академія будівництва та архітектури, м. Одеса.

РОЗРАХУНОК МІЦНОСТІ ПОХИЛИХ ПЕРЕРІЗІВ НЕРОЗРІЗНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК.

Анотація. На основі проведених системних експериментально-теоретичних досліджень напружено-деформованого стану нормальних опорних і прольотних, а також похилих перерізів 54 нерозрізних залізобетонних балок, характеру тріщиноутворення і руйнування з перерозподілом внутрішніх зусиль в них внаслідок утворення умовних пластичних шарнірів розроблена інженерна методика розрахунку міцності похилих перерізів вказаних елементів і визначення необхідної площі та кроку поперечної арматури.

Основна частина.

Вступ. Опір залізобетонних елементів сумісній дії декількох внутрішніх силових факторів (поперечних і поздовжніх сил, згинальних і крутних моментів) є однією з найбільш важливих і не до кінця вивченою проблемою як в теорії залізобетону, так і в реальному проектуванні. У зв'язку з цим виконання систематизованих експериментально-теоретичних досліджень з метою вдосконалення існуючих і розробки сучасних розрахункових моделей приопорних ділянок стержневих залізобетонних елементів являється важливим завданням. Пріоритетним напрямком досліджень і публікацій з вказаної теми в останні роки є розвиток нормативної бази України в області будівельних конструкцій на основі розширених і систематизованих досліджень, впровадження деформаційного методу розрахунку їхньої несучої здатності. При цьому, якщо вивченню несучої здатності нормальних перерізів присвячені чисельні праці вітчизняних та зарубіжних дослідників, то несуча здатність похилих перерізів вказаних елементів залишається ще недостатньо вивченою.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Відмова від, так званих, методів аналогій при розрахунку міцності похилих перерізів, в тому числі ферменної, основним недоліком якої є відмінність прийнятих розрахункових моделей від реальних умов роботи і яка, до речі, входить в нині діючий європейський стандарт ЄВРОКОД-2 [1] вивела у другій половині ХХ століття вітчизняні норми на передові рубежі науки по цьому питанню. Разом з тим, під час перегляду нині діючих в Україні норм [2] автори (О.С. Залесов, О.І.Звездов, Т.А. Мухамедієв, Є.А. Чистяков та ін.) введених у Росії з 2003 [3] і 2004 [4] років нових російських норм стверджують, що існуючі методи

розрахунку міцності похилих перерізів залізобетонних елементів при дії поперечних і повздовжніх сил, згинального і крутного моментів внаслідок відсутності системного підходу і урахування достовірного впливу цілого ряду факторів, в тому числі складного напружено-деформованого стану елементів, ще не досягли такого рівня, щоби їх можна було б прийняти у якості нормативних методів. Тому у щойно введених у дію російських нормах [3,4] у бік створення додаткового запасу міцності було прийнято спрощену розрахункову схему припорної ділянки прогінного залізобетонного елемента, а також недостатньо обґрунтовано, на наш погляд, вилучено із розрахункової формули для Q_v коефіцієнти φ_n та φ_f , зменшено значення диференційованого коефіцієнта φ_{b2} з 1,5...2,0 для різних бетонів до 1,5 для усіх бетонів. Вигідно в цьому плані відрізняються роботи А.М. Бамбури, О.Б. Голишева, О.І. Давиденка та ін. [5,6,7,8,9], які за допомогою деформаційного методу спроможні через міцність нормальних перерізів задовільно визначати міцність похилих перерізів звичайних і попередньо напружених стержневих елементів при наявності згинальних моментів, поперечних і повздовжніх сил.

Знайшов широке впровадження у практику проектування також метод Л.О. Дорошкевича, Б.Г. Демчини, С.Б. Максимович, Б.Ю. Максимовича [10,11], який також пов'язує розрахунок міцності похилих і вертикальних перерізів. При цьому, розрахунок поперечної арматури, як вважають автори, є однаковим для балок, коротких консолей та плит, який виконується на, так зване, «продавлювання». Він урахує у явній формі вплив повздовжньої арматури, відносний проліт зрізу a/h_0 або l/h_0 у балках, відповідно, із зосередженим або рівномірно розподіленим навантаженням.

Разом з тим, характер напружено-деформованого стану, роботи та руйнування нерозрізних залізобетонних елементів суттєво відрізняється від такого, що описаний у роботах [1...11].

Постановка мети і задач досліджень. Метою даної роботи є розвиток наукових основ і положень по визначенню напружено-деформованого стану нерозрізних залізобетонних балок та розробка експериментально перевіреної, зручної для практичного використання методики розрахунку міцності їхніх припорних ділянок. Для досягнення поставленої мети за допомогою детального вивчення напружено-деформованого стану напів-натурних нерозрізних залізобетонних балок з урахуванням співвідношенням 5 найбільших впливових факторів, застосування вдосконаленої деформаційної моделі розрахунку несучої здатності їхніх нормальних надпорних і прольотних перерізів виявити особливості механізму деформування та руйнування припорних ділянок дослідних залізобетонних елементів, розробити інженерну методику розрахунку міцності їхніх похилих перерізів у місцях дії максимальних поперечних сил, використовуючи диференціальну залежність між ними та згинальними моментами. Виходячи з цього, вдосконалення існуючих та розробка нових розрахункових моделей

припорних ділянок стержневих залізобетонних елементів являється важливим і актуальним завданням.

Методика досліджень. Для досягнення постановленої мети на кафедрі опору матеріалів ОДАБА була виконана V серія дослідів за відповідною держбюджетною темою (№0108U000559) з використанням теорії математичного планування експерименту. На основі апріорної інформації за літературними даними у якості дослідних вибрані наступні фактори: X_1 – відносний прогін зрізу, a/h_0 , що пропорційно змінювався від 1 до 3; X_2 -клас бетону: B15, B25, B35; X_3 -коефіцієнт поперечного армування: $\mu_{sw}=0,0018$ ($2\varnothing 3$ ВрI); 0,0032($2\varnothing 4$ ВрI); 0,0050($2\varnothing 5$ ВрI); X_4 -коефіцієнт нижнього поздовжнього армування: $\mu_{sn}=0,0101$ ($2\varnothing 10A500C$); 0,0146($2\varnothing 12A500C$); 0,0199($2\varnothing 14A500C$); X_5 -коефіцієнт верхнього поздовжнього армування (аналогічний нижньому). Практика показала, що кожний із вибраних факторів може впливати на функцію виходу нелінійно, тому її доцільно апроксимувати поліномом другого ступеню. У зв'язку з цим був реалізований п'ятифакторний, близький за властивостями до Д-оптимального, план типу На5. Кожний з 27 дослідів цієї серії дублювався двома зразками-балками. Виходячи з цього, кожний дослід, фактично, був забезпечений чотирма припорними ділянками, на яких виникали максимальні моменти і поперечні сили, з обов'язковим руйнуванням по похилому перерізу двох із них. Дослідні зразки вказаної серії представляли собою двохпрогінні нерозрізні балки з розмірами 2840x180x100мм. Довжина прольотів балки складала $8h_0+8h_0=2480$ мм, де h_0 - робоча висота перерізу, що дорівнювала 155мм як у прольотах, так і над середньою опорою. Балки були армовані двома суцільними плоскими каркасами.

Дослідні балки були виготовлені із звичайного важкого бетону наперед підібраних і апробованих складів вказаних класів на гранітному щебені фракцій 5...10мм, кварцовому піску з модулем крупності 1,5, портландцементі марки 400 без домішок. Перед укладанням бетонної суміші на поздовжню арматуру одного із двох плоских каркасів були наклеєні ланцюжки тензорезисторів КФ5П1-5-200 з базою 5 мм за встановленою заводом-виготовлювачем (ООО «Веда», м. Київ) технологією. Деформації бетону дослідних зразків вимірювали за допомогою аналогічних тензорезисторів з базою 50мм. Контроль за деформаціями бетону стиснутої зони і розтягнутої арматури здійснювали за допомогою індикаторів годинникового типу з ціною поділки $1 \cdot 10^{-3}$ мм, встановлених з базою 150...200мм. Перехід від зміряних у дослідах деформацій до напружень здійснювали за допомогою повних діаграм станів бетону й арматури. За планом експерименту дослідні зразки-балки навантажували двома симетрично розташованими відносно середньої опори зосередженими силами ступенями: до появи першої похилої тріщини по (0,04...0,06) F_u , потім – по(0,08...0,12) F_u до розвитку надмірних прогинів чи розкриття тріщин і, під кінець, - по(0,04...0,06) F_u до руйнування. Витримка навантаження на кожній

ступені становила 15хв. зі всіма вимірами, по-можливості, на початку і в кінці кожної ступені навантаження. Навантаження до балки прикладали у вигляді смуги рівномірно розподіленого навантаження шириною 30мм, (по її довжині).

Результати досліджень. Механізм деформування, тріщиноутворення та руйнування нерозрізних залізобетонних балок суттєво відрізняється від роботи однопрогінних залізобетонних елементів. З ростом навантаження першими появляються нормальні тріщини над середньою опорою у зоні дії максимального згинального моменту, потім - під зосередженими силами і в прольотах зрізу розтягнутої зони. Поява похилих тріщин спостерігається при навантаженні, яке, в середньому, у 2,5 рази перевищує навантаження, при якому утворюються нормальні тріщини. Така особливість характеру тріщиноутворення зумовлена роботою дослідних балок як один раз статично невизначених елементів, у яких згинальний момент над середньою опорою може у кілька разів перевищувати моменти під зосередженими силами, а поперечні сили на ділянках, що прилягають до середньої опори є значно меншими від прикладених зосереджених сил.

У процесі і після утворення уявного пластичного шарніру над середньою опорою, який характеризується текучістю верхньої повздовжньої арматури балки та (або) частковим роздробленням бетону стиснутої зони має місце перерозподіл внутрішніх зусиль з різким збільшенням згинального моменту під зосередженими силами з утриманням максимально можливого значення згинального моменту над вказаною опорою, що підтверджується дослідженнями В.С. Бабича [12,13], А.М. Бамбури [14] та ін.

Про вплив дослідних факторів на перерозподіл зусиль у нормальних перерізах нерозрізної балки, тобто на відносний приріст згинальних моментів під зосередженими силами у прольотах після утворення уявного пластичного шарніру над середньою опорою, можна судити за адекватною математичною моделлю (1), яку шляхом заміни кодованих змінних на натуральні значення можна представити у вигляді (2), геометрична інтерпретація якої наведена на рис.1,2.

$$\hat{Y} \frac{\Delta M_{np}}{M_{np}} = 0,35 + 0,023 X_1 - 0,071 X_2 + 0,152 X_3 + 0,198 X_4 - 0,101 X_5 - 0,113 X_1^2 + 0,047 X_2^2 - 0,168 X_3^2 - 0,108 X_3 X_4 + 0,202 X_3^2 - 0,114 X_1 X_2 - 0,036 X_2 X_3 - 0,094 X_4 X_5 - 0,082 X_3 X_5, \quad (1)$$

$$\frac{\Delta M_{np}}{M_{np}} = -0,578 + 0,760 a/h_0 - 0,001 B - 522,83 \mu_{sw} + 53,48 \mu_{sh} - 175,65 \mu_{sb} - 0,113 a/h_0^2 - 65625,0 \mu_{sw}^2 + 8413,16 \mu_{sb}^2 - 0,011 a/h_0 B - 2,25 B \mu_{sw} + 13775,51 \mu_{sw} \mu_{sh} - 10459,18 \mu_{sw} \mu_{sb} - 3915,04 \mu_{sh} \mu_{sb}, \quad (2)$$

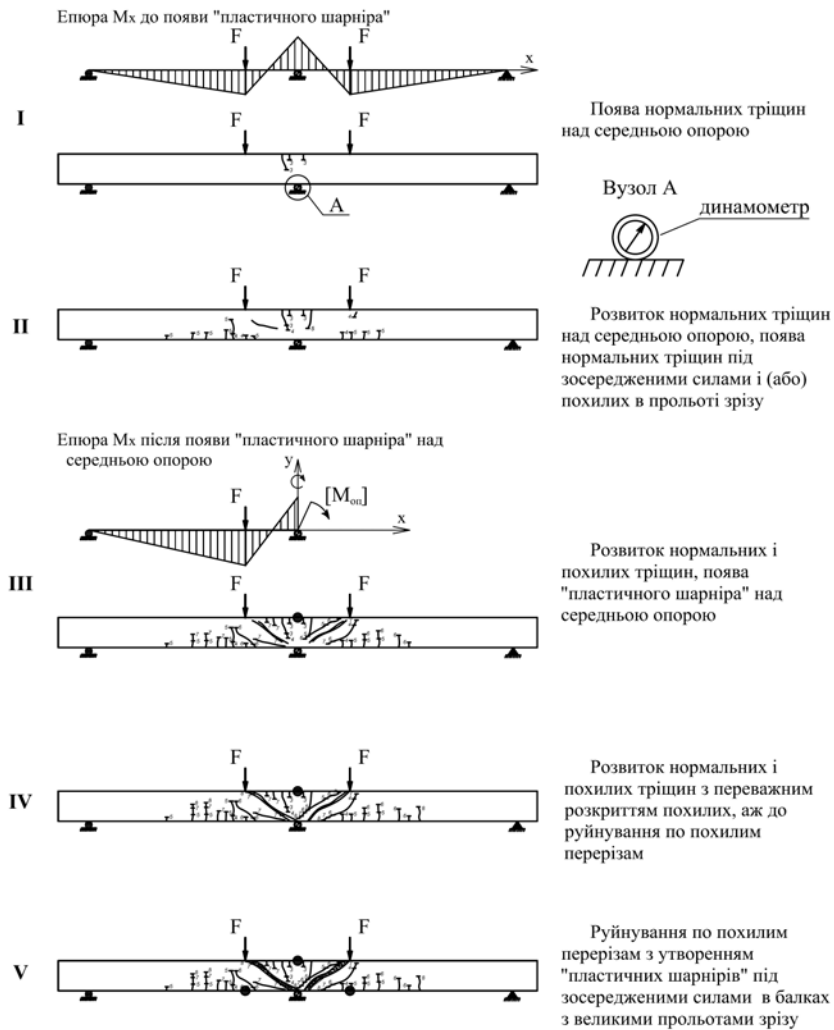


Рис.1. Механізм тріщиноутворення, деформування й руйнування нерозрізної двопрогінної балки

Як показують дослідження С.М. Крилова [15], Л.Р. Маїляна [16], Г.Х.Масюка [17] та ін. перерозподіл внутрішніх зусиль у нерозрізних балках починається ще задовго до появи умовних пластичних шарнірів з початком появи нелінійних деформацій бетону й арматури. Разом з тим, зважаючи на відносно невелике відхилення розподілу фактичних згинальних моментів, обчислених за реальними деформаціями бетону й арматури, від «ідеальних» значень по довжині балки, з достатньою для практичних розрахунків

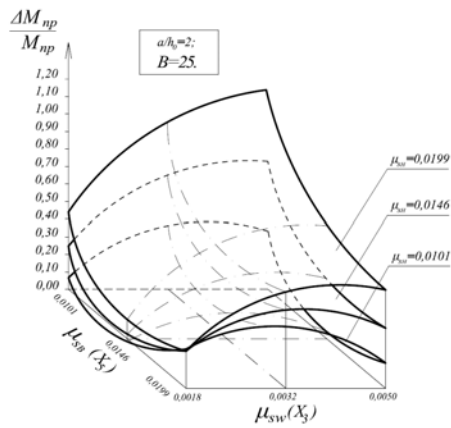


Рис.2. Залежність відносного приросту згинального моменту під зосередженою силою після появи пластичного шарніра над опорою

повздожньої арматури, перерізуючи всю бетонну частину перерізу (рис.3).

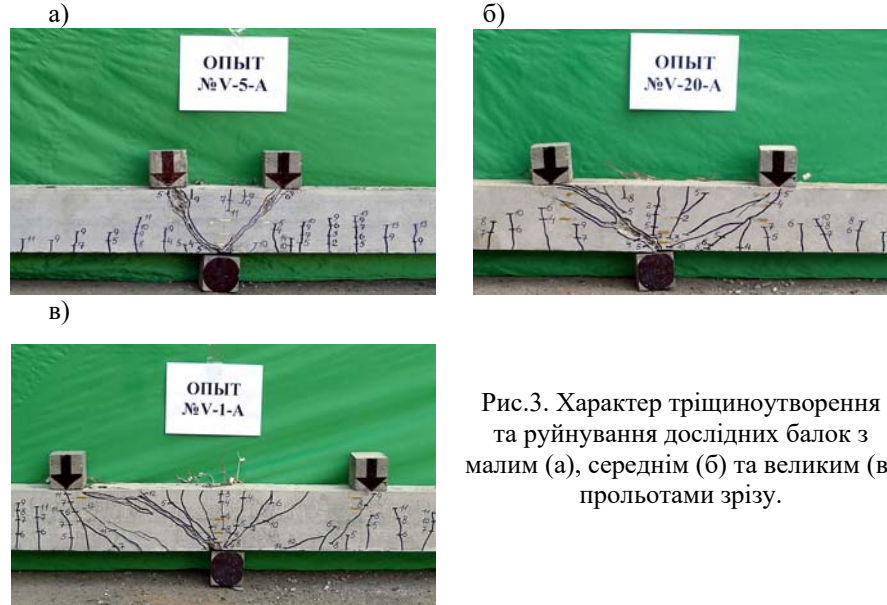


Рис.3. Характер тріциноутворення та руйнування дослідних балок з малим (а), середнім (б) та великим (в) прольотами різьу.

При цьому, у всіх без винятку дослідних балках напруження у верхній повздожній арматурі в місці виклинювання небезпечної похилої тріщини, а також у поперечних стержнях при малому їхньому діаметрі, пересічених

точністю до появи умовного пластичного шарніру згинальні моменти в ній пропонується визначати за правилами будівельної механіки як для нерозрізної балки без урахування перерозподілу внутрішніх зусиль. Після утворення умовного пластичного шарніру над середньою опорою, практично, кожної дослідної нерозрізної балки, і перетворення її у дві розрізні балки, з'єднані зосередженим граничним моментом над середньою опорою, з ростом навантаження розвиток небезпечних похилих тріщин на припорних ділянках прогресував і вони досягали верхньої

небезпечною похилою тріщиною, досягали межі текучості. Руйнування дослідних зразків відбулося за однією або двома, майже симетричними відносно осі опори, небезпечними похилими тріщинами, ширина розкриття яких перед руйнуванням, в середньому, дорівнювала 0,7мм (в окремих випадках досягала 1,1мм) і значно перевищувала ширину розкриття нормальних тріщин. Руйнування усіх без винятку 54 неперearмованих дослідних зразків балок при $a/h_0=1...3$, В15...35, $\mu_{sw}=0,0018...0,0050(2\text{Ø}3...5\text{ВрI}$, з кроком $S=77,5\text{мм}$), $\mu_{sh}=\mu_{sb}=0,0101...0,0199$ відбувалося за похилими тріщинами від переважаючої дії згинальних моментів.

Вплив дослідних факторів на несучу здатність приопорних ділянок двопрогінних нерозрізних залізобетонних балок може бути охарактеризований за допомогою наступних адекватних математичних моделей:

$$\hat{Y}F_u = 90,0 - 23,4X_1 + 13,4X_2 + 0,89X_3 + 12,9X_4 + 15,9X_5 + 16,5X_1^2 - 6,3X_1X_2 - 8,0X_1X_5 + 2,4X_2X_4 + 4,5X_2X_5, \text{ кН, (коэф. вар. } \nu = 5,7\%); \quad (3)$$

$$\hat{Y}Q_u = 79,1 - 30,7X_1 + 12,1X_2 + 1,0X_3 + 9,7X_4 + 15,7X_5 + 15,5X_1^2 - 6,5X_1X_2 - 8,0X_1X_5 + 1,8X_2X_4 + 4,8X_2X_5, \text{ кН, } (\nu = 6,0\%); \quad (4)$$

$$\hat{Y}M_u^{on} = 14,5 + 1,5X_2 + 3,8X_3 + 1,1X_2X_5, \text{ кНм, } (\nu = 5,3\%); \quad (5)$$

$$\hat{Y}M_u^{op}, \text{ відп} = 10,0 + 5,1X_1 + 1,4X_2 + 2,8X_4 + 1,5X_1X_4 + 0,5X_2X_4, \text{ кНм, } (\nu = 5,1\%) \quad (6)$$

Оскільки достовірне визначення довжини небезпечної похилої тріщини c_0 є одним із проблемних місць у теорії залізобетону, то відносна довжина проєкції небезпечної похилої тріщини c_0/h_0 , по якій відбувалося руйнування, може бути представлена наступною математичною моделлю:

$$\hat{Y}c_0/h_0 = 1,37 + 0,56X_1 - 0,06X_2 + 0,07X_3 - 0,21X_4 + 0,17X_5 - 0,05X_5^2 - 0,05X_1X_2 + 0,07X_1X_3 - 0,15X_1X_4 + 0,12X_1X_5 - 0,05X_3X_4 + 0,05X_3X_5 - 0,03X_4X_5, (\nu = 5,8\%) \quad (7)$$

З метою практичного застосування модель (7) доцільно представити у вигляді звичайного полінома шляхом заміни кодованих змінних на натуральні:

$$c_0/h_0 = -0,479 + 0,635a/h_0 + 0,004B - 43,75\mu_{sw} + 56,81\mu_{sh} + 44,56\mu_{sb} - 2082,84\mu_{sb}^2 - 0,005a/h_0B + 43,75a/h_0\mu_{sw} - 30,61a/h_0\mu_{sh} + 24,49a/h_0\mu_{sb} - 6377,55\mu_{sw}\mu_{sh} + 6377,55\mu_{sw}\mu_{sb} - 1249,5\mu_{sh}\mu_{sb} \quad (8)$$

Виміряні відносні величини "нагельного" ефекту, що сприймаються поздовжньою арматурою:

$$\hat{Y}Q_{sh}/Q_u = 0,03 - 0,005X_1 - 0,003X_2 + 0,01X_4 - 0,004X_5 - 0,006X_1^2 + 0,008X_1X_2 + 0,003X_1X_3 - 0,006X_1X_4 - 0,005X_3X_4; \quad (9)$$

$$\hat{Y}Q_{sh}/Q_u = 0,018 - 0,002X_1 - 0,002X_2 + 0,007X_5 - 0,003X_1^2 - 0,002X_2X_4 - 0,003X_2X_5 + 0,004X_1X_3 - 0,004X_3X_5 - 0,003X_1X_5 \quad (10)$$

підтверджують гіпотезу про те, що при руйнуванні залізобетонного елемента по похилій тріщині від переважної дії згинального моменту, величина поперечної сили Q_s , що сприймається поздовжньою стислою й розтягнутою арматурою, досить незначна (менше 5%) і нею у практичних розрахунках можна знехтувати.

Тоді міцність нерозрізної залізобетонної балки по похилому перерізі (небезпечній похилій тріщині) на дію згинального моменту варто перевірити з умови:

$$M \leq M_{sb} + M_{sw}, \quad (11)$$

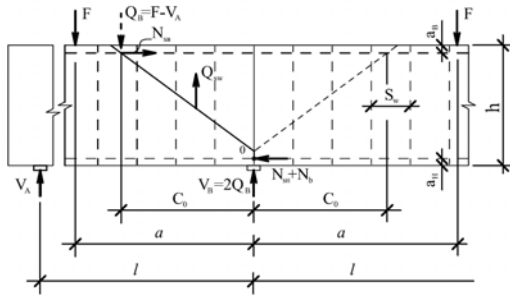


Рис. 4. Розрахункова схема зусиль у похилому перерізі приопорної ділянки нерозрізної залізобетонної балки.

де M - момент (рис. 4) у похилому перерізі з довжиною проекції c_0 на поздовжню вісь елемента, обумовлений від всіх зовнішніх сил, розташованих по один бік від розглянутого похилого перерізу, щодо нижнього його кінця (точка прикладання рівнодіючих стискаючих зусиль у бетоні й нижній арматурі),

$$M = Q_a \times \tilde{h}_0 = (F - V_A) \tilde{h}_0;$$

M_{sb} - момент, що сприймається верхньою поздовжньою арматурою, яка перетинає похилий переріз (небезпечну похилу тріщину), відносно центра ваги (т.О, рис.4) нижньої поздовжньої арматури над середньою опорою, яка, практично, збігається із точкою прикладання рівнодіючої стискаючих зусиль у зазначеній арматурі і оточуючому її бетоні:

$$M_{sb} = R_{sb} \times A_{sb} \times (h_0 - a_n), \quad (12)$$

M_{sw} - момент, що сприймається поперечною арматурою, яка перетинає похилий переріз (небезпечну похилу тріщину), відносно точки О:

$$M_{sw} = 0,5 Q_{sw} \times c_0 = \varphi_{sw} R_{sw} A_{sw} c_0^2 / 2S, \quad (13)$$

де φ_{sw} - коефіцієнт, що ураховує нерівномірність розподілу зусиль у поперечній арматурі по довжині небезпечної похилої тріщини у залежності від співвідношення дослідних конструктивних факторів:

$$\hat{\varphi}_{sw} = 0,591 + 0,121 X_2 - 0,134 X_3 + 0,044 X_4 + 0,018 X_5 - 0,146 X_1 X_2 + 0,025 X_2 X_4 \quad (14)$$

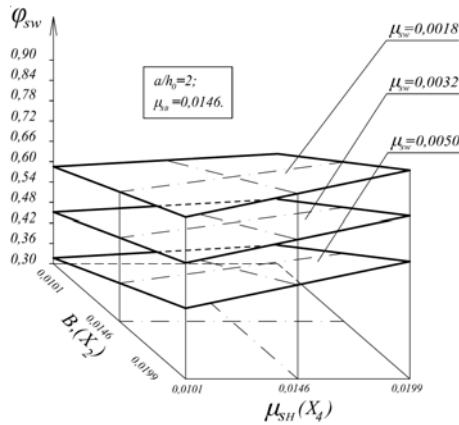


Рис.5. Залежність коефіцієнта φ_{sw} від сумісного впливу дослідних факторів

Цей коефіцієнт отриманий експериментально при відомих значеннях Q_u , M_s , c_0 , q_{sw} . Як видно з рис. 5, на відміну від російських норм [3], у яких $\varphi_{sw} = 0,75$, цей коефіцієнт є змінною величиною і в значній мірі залежить від кількості поперечної арматури (зі збільшенням її від $\mu_{sw}=0,0018$ до $\mu_{sw}=0,0050$ значення φ_{sw} знижується на 45%), а також міцності використаного бетону (зі збільшенням класу бетону від В15 до В35 коефіцієнт φ_{sw} збільшується на 41% відносно середнього значення $\varphi_{sw}=0,591$).

Для можливості переносу отриманих результатів на нерозрізні балки інших розмірів математичну модель (14) доцільно привести до простого полінома шляхом заміни кодованих змінних на натуральні:

$$\varphi_{sw} = -0,172 + 0,37a/h_0 + 0,034B - 83,75\mu_{sw} - 3,78\mu_{st} + 3,67\mu_{st} - 0,015a/h_0B + 0,51B\mu_{st}, \quad (15)$$

Значення руйнуючої поперечної сили на ділянці, що примикає до середньої опори, визначаємо з умови (11):

$$Q_u = \frac{M}{c_0} = \left[\frac{R_{sb} \times A_{sb} (h_0 - a_u)}{c_0} \right] + \left[\frac{\varphi_{sw} R_{sw} A_{sw} c_0}{2s} \right], \quad (16)$$

Визначене розрахунком з використанням залежності (16) значення руйнуючої поперечної сили в експериментальних балках показали добру збіжність із дослідними даними (рис.6).

Достовірність отриманих результатів по визначенню руйнуючої поперечної сили побічно підтверджується дослідженнями Л.О. Дорошкевича., Б.Г. Демчини., С.Б. Максимович [10,11], і дотриманням відомої диференціальної залежності:

$$\frac{dM(x)}{dx} = \frac{M_{оп} - M_{пр}}{a} = Q_x = Q_u, \quad (17)$$

де $M_{оп}$, $M_{пр}$ – визначені за деформаціями бетону й арматури перед руйнуванням балки значення згинальних моментів, відповідно, над середньою опорою й у прольоті під зосередженими силами за деформаційною моделлю [18] або за діючими нормами з урахуванням перерозподілу зусиль.

Зважаючи на те, що знак моменту $M_{оп}$ негативний, для досягнення оптимальної, тобто однакової, несучої здатності нормального й похилого перерізів приопорної ділянки неперearмованої нерозрізної залізобетонної

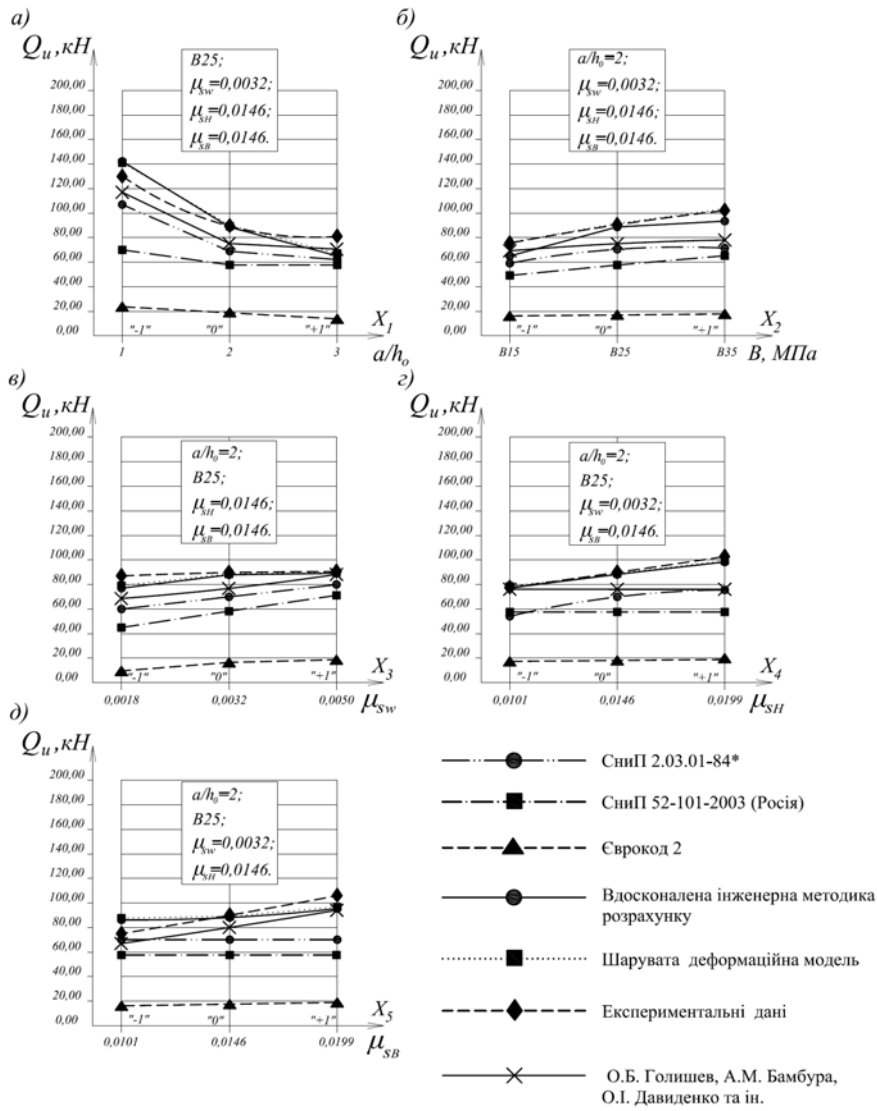


Рис. 6. Порівняльні графіки впливу відносного прольоту зрізу (а), класу бетону (б), кількості поперечного (в), нижнього (г) і верхнього (д) поздовжнього армування на визначену за різними методиками величину руйнуючої поперечної сили з отриманими експериментальними даними.

балки необхідно знайти за диференціальним методом максимально можливе значення поперечної сили Q_B за умови одночасного утворення пластичних шарнірів над середньою опорою й у прольоті. Тоді з (18)

$$Q_B = ([M_{on}] + [M_{np}]) / a, \quad (18)$$

Необхідну площу поперечної арматури при заданому її кроці s і поздовжньому армуванні знаходимо з (16):

$$A_{sw} \geq \left[\frac{[Q_B] - R_{sb} A_{sb} (h_0 - a_n)}{c_0} \right] 2s / \varphi_{sw} R_{sw} c_0, \quad (19)$$

Необхідний крок поперечної арматури при заданій її площі й відомому поздовжньому армуванні визначаємо за залежністю:

$$s \leq (\varphi_{sw} R_{sw} A_{sw} \times c_0) / \left[\frac{[Q_B] - R_{sb} A_{sb} (h_0 - a_n)}{c_0} \right] 2, \quad (20)$$

Результати порівняння експериментальних з розрахунковими даними, обчисленими за методиками [1], [3], [4], запропонованою вдосконаленою інженерною методикою та деформаційною моделлю представлені на рис.6.

Висновки: 1. Порівняння результатів розрахунків несучої здатності похилих перерізів за нормативними методиками з експериментальними даними показало незадовільну їхню збіжність (рис.6).

2. Для випадків складного навантаження балок бажано розвивати деформаційну модель їхньої роботи, застосовувати сучасні методи механіки залізобетону з урахуванням його пластичних та пружнопластичних властивостей.

3. Запропонована інженерна методика дозволяє на даному етапі розвитку науки про залізобетон задовільно визначати руйнуючу поперечну силу у нерозрізних балках, визначати необхідну кількість та крок їхнього поперечного армування.

Список використаних джерел

1. EN 1992-1:2001 (Final Draft, April, 2002) Eurocode-2: Desing of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building. – Brussels-2002, Oktober-230p.
2. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 80с.
3. СП 52-101-2003 «Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры». – М.: ГУП «НИИЖБ» Госстроя России, 2004. -55с.
4. СП 52-102-2004 «Предварительно напряжённые железобетонные конструкции». – М.: ГУП «НИИЖБ» Гостроя России, 2004. -49с.
5. Гольшев А.Б. Железобетонные конструкции /А.Б. Гольшев, В.П. Полищук, В.Я. Бачинский: Под ред. А.Б. Голишева. – К.: Логос. 2001.-420с.
6. Голишев О.Б. Курс лекцій з основ розрахунку будівельних конструкцій і з опору залізобетону / О.Б. Голишев, А.М. Бамбура. - К.: Логос, 2004.-340с.
7. Давиденко А.И. К расчету прочности сечений, наклонных к продольной оси элемента с использованием полной диаграммы деформирования бетона / А.И.

- Давиденко, А.Н. Бамбура, С.Ю. Беляева, Н.Н. Присяжнюк // Зб. наук. праць Фіз.-мех. ін-ту ім. Г.В. Карпенка НАН України «Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій».- Львів: Каменяр, 2007. – Вип. 7. – С.209-216.
8. Дорофеев В.С. Вдосконалений деформаційний метод розрахунку міцності припорних ділянок неперерармованих прогінних залізобетонних конструкцій /В.С. Дорофеев, В.М. Карпюк, Ф.Р. Карп'юк, О.М. Крантовська, Н.М. Ярошевич // Міжвідомчий науково-техн. зб. наук. праць (будівництво) Держ. наук. досл. інст-т буд. к-цій Мін-ва регіон. розв. та буд.-ва України, Вип. 70.- Київ, НДІБК, 2008, - С.103-116.
 9. Дорофеев В.С. Деформаційний метод розрахунку міцності припорних ділянок залізобетонних конструкцій / В.С. Дорофеев, В.М. Карпюк, Ф.Р. Карп'юк, Н.М. Ярошевич // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. Вип. №31. –Одеса, Тов. «Зовнішрекламсервіс», 2008.-С.141-150.
 10. Дорошкевич Л.О., Пропозиції до розрахунку міцності похилих перерізів згинальних залізобетонних елементів (до розділу 4.11.2.ДБН В.2.6.) / Л.О. Дорошкевич, Б.Г. Демчина, С.Б. Максимович., Б.Ю. Максимович // Міжвідомчий науково-техн. зб. наук. праць Держ. Наук. Досл. Інст-т Буд. К-цій, Вип. 67.- Київ, НДІБК, 2007, -С.601-612.
 11. Дорошкевич Л.А., Нестандартний метод расчета поперечной арматуры железобетонных изгибаемых элементов / Л.А. Дорошкевич, Б.Г. Демчина, С.Б. Максимович., Б.Ю. Максимович // Проблемы современного бетона и железобетона. Сб. научн. Трудов. – Минск.: Изд-во НП ООО «Стрикон», 2007.- С.164-177.
 12. Бабич В.Є. Напружено–деформований стан нерозрізних залізобетонних балок з урахуванням повної діаграми деформування бетону /В.Є.Бабич// Науковий вісник будівництва. – Харків: ХТУБА, 1999.-Вип.7.-С.101-107.
 13. Бабич В.Є. Про граничні умови перерозподілу зусиль в нерозрізних залізобетонних балках /В.Є.Бабич// Вісник Українського державного університету водного господарства та природокористування: Збірник наукових праць.-Рівне: УДУВГП,2003.-Вип.6(19).-С.196-201.
 14. Бамбура А.М. Основні положення розрахунку бетонних та залізобетонних конструкцій по національному документу, що розробляється /А.М. Бамбура, А.Я. Барашиков, О.Б. Гурківський// Будівельні конструкції. Зб. Наук. праць у 2-ох томах. - Київ.: НДІБК,2005.-Том1.-С.36-43.
 15. Крылов С.М. Перераспределение усилий в статически неопределимых железобетонных конструкциях /С.М. Крылов.-М: Гостройиздат, 1964.-121с.
 16. Маилян Л.Р. Приближенный метод расчета неразрезных балок с учетом перераспределения усилий /Л.Р.Маилян// Бетон и железобетон. – 1983. №8.- С.35-36.
 17. Масюк Г.Х. Експериментальні дослідження перерозподілу зусиль у двохпролітних нерозрізних залізобетонних балках при повторних навантаженнях /Г.Х. Масюк, В.Є. Бабич// Вісник Українського державного університету водного господарства та природокористування: Збірник наукових праць.-Рівне: УДУВГП, 2002.- Вип4(17).-С.165-173.