

УДК 624.15

**РОЗРАХУНОК КРУГЛИХ ФУНДАМЕНТНИХ ПЛИТ  
З УРАХУВАННЯМ ТРІЩИНОУТВОРЕННЯ**

Будзул А.Я., Чала О.І. (Одеська державна академія будівництва та архітектури, м. Одеса)

**В статті описується застосування метода Жемочкіна для розрахунку круглих фундаментних плит з урахуванням тріщиноутворення; приведені деякі модифікації для чисельного розрахунку; стаття містить приклади, а також аналіз отриманих результатів.**

**1. Теоретичні основи**

В основу роботи було взято методику Жемочкіна для розрахунку круглих симетрично завантажених плит, основою для яких становить пружний півпростір.

Розрахунок круглої плити на вісесиметричне навантаження (рис.1) аналогічний розрахунку балки з симетричним навантаженням.

Припустимо, що маємо круглу плиту під навантаженням, яке розподіляється рівномірно по деякому колу (рис.2).

Намітимо на плиті кільця довільної, але однакової ширини –  $c$  і помістимо між плитою і основою умовні опорні стержні по середніх окружностях кілець (рис.3). У середині замість кільця буде круг діаметром  $c$ , в центрі його помістимо один опорний стержень.

За невідомі приймемо зусилля в стержнях. Число стержнів може бути як завжди велике, але невідомих зусиль буде стільки, скільки прийнято кілець, плюс одне невідоме зусилля для центрального круга. Це витікає з положення, що при однакових відстанях між стержнями по колу всі зусилля в стержнях одного і того ж кільця також однакові.

Припустимо, що відстані (по колу) між стержнями кожного кільця нескінченно малі, число ж стержнів нескінченно велике. За невідомі прийматимемо сумарні зусилля в усіх стержнях кожного кільця. Таким чином, між плитою і основою діятимуть зусилля, розподілені по колах, а до середнього круга буде прикладена зосереджена сила.

Для розрахунку одержаної статично невизначеної системи застосуємо змішаний спосіб рішення. Основну систему отримаємо, додаючи закріплення в центрі плити і розрізаючи або видаляючи всі стержні із заміною їх невідомими силами  $X_0, X_1, \dots$  (рис.4).

Ми вже домовилися, під невідомими мати на увазі групі сили, прикладені до кожного кільця. Невідомим, буде також переміщення у вертикальному напрямі або осадка центру плити  $y_0$ .

Сумарні переміщення у напрямку кожної невідомої сили дорівнюють нулю. Загальний вигляд рівнянь, що описують ці переміщення, мають такий вигляд:

$$X_0 \delta_{k0} + X_1 \delta_{k1} + \dots + X_k \delta_{kk} + \dots + X_i \delta_{ki} + \dots + y_0 + \Delta_{kp} = 0 \quad (1)$$

Додатково до рівнянь цього типу необхідно скласти ще одне рівняння рівноваги:

$$X_0 + X_1 + X_2 + \dots + X_k + \dots + X_i + \dots - \sum P = 0 \quad (2)$$

Кожне переміщення в рівняннях типу (1) складається з двох складових: одне залежить від осідання основи під впливом одиничної (групової) сили, а інше від прогину плити:

$$\delta_{ki} = y_{ki} + v_{ki} \quad (3)$$

Тут  $y_{ki}$  - осадка основи в місці прикладення сили  $X_k$  (осадка кільця  $k$ ) від дії одиничної групової сили, прикладеної у напрямку  $X_i$  (тобто кільцю  $i$ ).

$v_{ki}$  - прогин плити в місці прикладення сили  $X_k$  від дії одиничної сили, прикладеної по напрямку  $X_i$ .

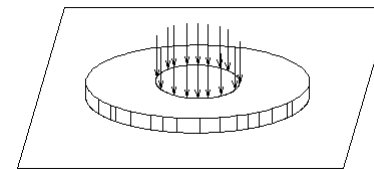


Рис.1

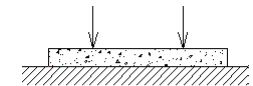


Рис.2

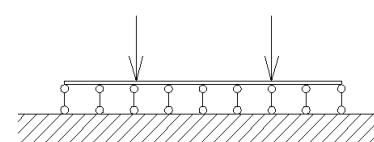
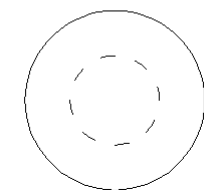


Рис.3

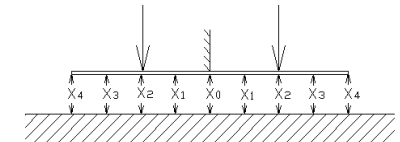


Рис.4

Переміщення  $y_{ki}$  та  $v_{ki}$  визначається аналітичним шляхом або чисельними методами. В своїх роботах Жемочкін використовує для визначення цих переміщень наступні залежності:

$$y_{ki} = \frac{1 - \nu_0^2}{E_0 c} F_{ki}, \quad v_{ki} = \frac{c^2}{D} w_{ki},$$

де  $D = E_b h^3 / [12(1 - \nu_b^2)]$  - циліндрична жорсткість перерізу,

$E_b$  - модуль пружності бетону,

$E_0$  - модуль деформації основи,

$\nu_0, \nu_b$  - коефіцієнт Пуассона основи і бетону відповідно,

$h$  - висота перерізу,

$c$  - ширина кільця,

$F_{ki}, w_{ki}$  - функції, що отримані з аналітичних залежностей для зручності використання даного методу [1],[2].

На їх основі складені таблиці для розрахунку круглих плит постійної товщини.

В даній роботі для можливості розрахунку плит змінної товщини, а також врахування можливості утворення тріщин в радіальному та окружному напрямку для визначення прогинів плити  $v_{ki}$  ми використали метод скінчених елементів [5], [6], [7].

Врахування появи тріщин відбувається за рахунок зміни згинальної жорсткості кожного елемента. Для цього вводиться коефіцієнт, що враховує зниження жорсткості перерізу -  $k_M$ .

При  $M > M_{crc}$  ( $M_{crc}$  - пружно-пластичний момент тріщиноутворення,  $M$  - прикладений згинальний момент) коефіцієнт  $k_M$  визначається наступною залежністю:

$$k_M = \frac{12\mu_s \alpha_E (1 - 0.5\xi_0)}{\psi_s + 2\mu_s \alpha_E (1 + \varphi_t) / \xi_0},$$

де  $\mu_s = A_s / (bh_0)$  - коефіцієнт армування,

$\alpha_E = E_s / E_b$  - відношення модулів пружності арматури і бетону,

$\xi_0 = \mu_s \alpha_E (\sqrt{1 + 2 / (\mu_s \alpha_E)} - 1)$  - відносна висота стиснутої зони бетону,

$\psi_s = 1 - 0.7\zeta / \varphi_e$  - коефіцієнт В.І. Мурашова,

$\varphi_t$  - характеристика лінійної повзучості бетону,

$\varphi_e = 1 + 5\mu_s \alpha_E (1 + \varphi_t)$ ,  $\zeta = M_{crc} / M$ ,  $M_{crc} = bh^2 R_{bt,ser} / 3.2$

При  $M < M_{crc}$  коефіцієнт  $k_M$  визначається наступною залежністю:

$$k_M = 1 / (1 + \varphi_t).$$

Ми використовуємо ці залежності для поступової зміни жорсткості перерізу, пов'язаною з появою тріщин, доки не буде виконуватися залежність:

$$\left| \frac{M^j - M^{j-1}}{M^j} \right| < \Delta,$$

де  $M^j$  і  $M^{j-1}$  - значення згинального моменту отримані на останній і передостанній ітерації,

$\Delta$  - необхідна точність розрахунку.

Ці залежності були використані нами при написанні програми для розрахунку круглих фундаментних плит.

## **2. Приклад. Результати розрахунку**

Для прикладу розглянемо задачу з наступними вхідними даними: радіус плити - 2.5 м., товщина плити - 0.30 м., модуль пружності матеріалу плити -  $E_b = 2.06 \cdot 10^4$  МПа,  $E_s = 2.1 \cdot 10^5$  МПа, модуль деформації для ґрунта -  $E_0 = 19.6$  МПа, коефіцієнт Пуассона для бетону - 1/6, коефіцієнт армування - 0.01, коефіцієнт Пуассона для ґрунта - 0.35, плита завантажена в центрі зосередженою силою -  $10^3$  КН.

Розглянемо два варіанта розрахунку: у пружній постановці та з утворенням тріщин. Розрахунок виконано за допомогою програми Foundation 1.01, написаної на кафедрі будівельної механіки. Результати розрахунку приведені на рисунках 5-7. Оскільки задача вісесиметрична, наведені лише праві частини епюр. Нумерація перерізів починається від центру плити.

## **3. Аналіз отриманих результатів. Висновки**

Порівнюючи результати двох розрахунків, можна зробити висновки про вплив процесу тріщиноутворення на величини деформацій та зусиль.

Це явище суттєво впливає на перерозподіл внутрішніх зусиль, а також на переміщення плити та реактивний тиск ґрунта. На наведених нижче епюрах можна побачити, як змінилися ці показники після утворення тріщин.

Значення радіальних згинальних моментів зменшилися приблизно на п'ять відсотків, значення реактивного тиску збільшилися біля центру плити і зменшилися біля її краю, вертикальні переміщення плити збільшилися біля центру плити і майже не змінилися біля краю.

Дані результати вказують на необхідність враховувати процес тріщиноутворення під час проектування подібних конструкцій.

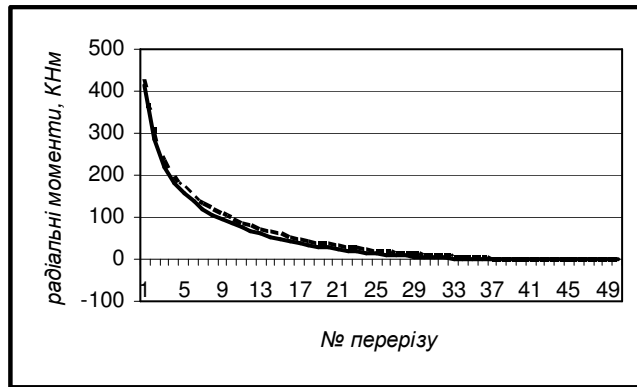


Рис.5. Радіальні згинальні моменти: у пружній постановці(штрихова лінія), утворенням тріщин(суцільна лінія)

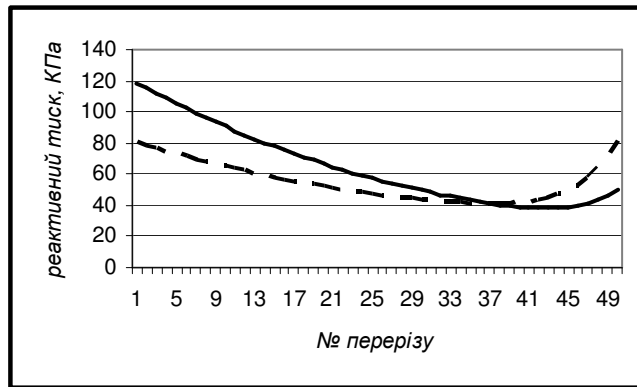


Рис.6. Реактивний тиск під плитою: у пружній постановці(штрихова лінія), з утворенням тріщин(суцільна лінія)

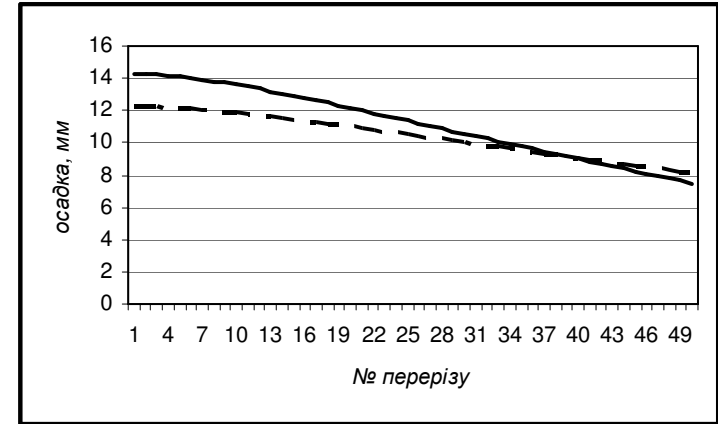


Рис.7. Вертикальні переміщення під плитою: у пружній постановці(штрихова лінія), з утворенням тріщин(суцільна лінія)

### Література

1. Жемочкин Б.Н. Расчет круглых плит на упругом основании на симметричную нагрузку. – М.:Стройиздат, 1938 – 134с.
2. Жемочкин Б.Н., Сеницын А.П. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании. – М.: Стройиздат, 1962 – 239 с.
3. Соломин В.И., Шматков С.Б. Методы расчета и оптимальное проектирование железобетонных фундаментных конструкций. – М.: Стройиздат, 1986 – 208 с., с ил.
4. Прокопович И.Е. Влияние длительных процессов на напряженное и деформированное состояние сооружений. – Москва, 1963. – 260 с.
5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – Москва: «Мир», 1975. – 540 с.
6. Образцов И.Ф. и др. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. – Москва: «Высшая школа», 1985. – 392 с.
7. Яременко О.О. Напружено-деформований стан пошкоджених куполів та склепінь. Автореферат дис. к.т.н. Одеса, 2003. – 24 с.
8. Мухамед Мустафа Ель Дхайбі. Напружено-деформований стан круглих залізобетонних плит і пологих оболонок з тріщинами.. Автореферат дис. к.т.н. Одеса, 2006. – 28 с.