513.88:517.44: 539.3

# ОБОСНОВАНИЕ ПРОЕКТОРНОГО ПОДХОДА К ОТЫСКАНИЮ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЛИНЕЙНО СВЯЗАННЫХ НА ВЕЩЕСТВЕННОЙ ОСИ ФУНКЦИЙ С ПОЛЮСАМИ ИЗ ПОЛУПЛОСКОСТЕЙ

**Войтик Т.Г.**
*Ассистент кафедры высшей и прикладной математики*
*Одесского национального морского университета, Одесса*
**Полетаев Г.С.**
*Кандидат физико-математических наук, доцент;*
*профессор кафедры высшей математики Одесской государственной*
*академии строительства и архитектуры, Одесса*
**Яценко С.А.**
*Кандидат физико-математических наук, доцент;*
*доцент Национального университета "Одесская морская академия", Одесса*

# JUSTIFICATION OF THE PROJECTOR APPROACH TO THE SEARCH OF RATIONAL LINEARLY FUNCTIONS RELATED TO THE SUBSTANTIAL AXIS WITH POLES OF SEMI-PLATES

**Voytik T.**
*Assistant of the Department of Higher and Applied Mathematics, Odessa National Maritime University, Odessa*
**Poletaev G.**
*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Higher Mathematics, Odessa State Academy of Buildings and Architecture, Odessa*
**Yatsenko S.**
*Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,*
*Associate Professor of the National University*
*"Odessa Maritime Academy", Odessa*

**Аннотация**

На сомкнутой вещественной оси поставлена и решена задача о нахождении рациональных, линейно связанных функций с полюсами из полуплоскостей. При правильной факторизации коэффициента, доказана теорема существования и единственности с формулами решений, следствиями, примерами. Метод основан на результатах второго автора для уравнений в абстрактном кольце с факторизационной парой, свободен от теории интегралов Фурье и типа Коши, требования гёльдеровости, индекса.

**Abstract**

The problem of finding a rational, linearly related, functions with poles into half-planes supplied and solved on the closeness real axis. The existence and uniqueness theorem with consequences of the solution formulas and examples is proved for correct factorizable coefficients. The method is based on the theory, which is derived from the second author's result for corresponding of abstract equations in ring, with special factorization pair of subrings, is free from Fourier integral and the Cauchy integral theory, Holder requirements, and index.

**Ключевые слова:** Задача Римана, факторизация, кольцо, проектор, факторизционная пара.

**Keywords:** The Riemann problem, ring, projection, factorization pair.

**Введение.** Сообщение продолжает [1]. Известна важность теории задачи Римана (Римана-Гильберта, Римана-Гильберта-Привалова) для аналитических функций[1-17]. Эта задача возникает или используется в теоретических и прикладных разделах математики, механики, их приложений. В том числе, в теориях: упругости и задач о кручении; - некоторых видов дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений; - интегральных уравнений типа свёртки; - соответствующих дифференциальных уравнений математической физики. Существующие точные методы её исследования восходят, в частности, к работам И.И. Привалова, Ф.Д. Гахова, Ю.И. Черского, М.Г. Крейна и другим. На связь теории интегральных уравнений на полупрямой с ядром, зависящим от разности аргументов и этой задачей, впервые обратил внимание И.М. Рапопорт (1948). Среди работ, связанных с задачей Римана-Гильберта, но посвящённых абстрактным уравнениям в ассоциативных кольцах со специальной парой подколец, а также реализациям их в конкретных кольцах, укажем [1, 9-16, 18, 19]. В силу отмеченного в [3] (с. 114), со ссылкой на книгу Н.И. Мусхелишвили (1945), можно заключить, что, обычно, эту задачу решали в предположении выполнения для соответствующих функций дополнительного условия Гёльдера на контуре. Часто применялся аппарат теории интеграла типа Коши, понятие индекса. Основанные на применении теории функций комплексной переменной, аппарата интеграла типа Коши методы могут приводить к необходимости преодоления значительных аналитических трудностей. Не всегда оправданных. Новые идеи и результаты других возможных подходов к исследованию, в иных предположениях и без требования гёльдеровости функций, даны в [3]. Можно также пытаться применить соответствующие результаты из [1, 9-16, 18, 19]. Публикации, в том числе [7], подтверждают сохранение интереса к использованию задачи Римана. Наряду с другими, важен случай, когда в такого типа задаче Римана-Гильберта-Привалова коэффициенты являются рациональными функциями [2-5, 17]. В [17], например, этот случай возникает в связи с исследованием дифференциальных уравнений с кусочно-постоянными коэффициентами на оси и их редукцией. В рассматриваемой ситуации, от задачи Римана-Гильберта-Привалова можно перейти к родственной задаче, поставленной далее в п. **1.3.** При этом, считая искомые функции, принадлежащими соответствующим подмножествам рациональных. Однако, свободных от использования аппарата интегралов типа Коши, достаточно простых и исчерпывающих, подробно и строго изложенных, методов исследования такого типа задач авторам не известно. Поэтому, поиски путей упрощения элементов исследования рассматриваемой в статье ниже родственной задачи, поставленной в общем виде, как и соответствующих ей уравнений, актуальны. Актуально и накопление решений конкретных примеров задач и уравнений. Целью работы является обоснование проекторного подхода, упрощающего теорию родственной типа Римана-Гильберта-Привалова задачи, постановка которой сформулирована ниже. А, именно, задачи о нахождении двух рациональных функций с полюсами из разных полуплоскостей по линейному функциональному уравнению на вещественной оси при правильно факторизуемом коэффициенте. Цель достигается посредством использования соответствующих общих результатов и установлением теоремы существования с формулами решений. В качестве контура здесь выступает сомкнутая вещественная ось [3].

## 1. Общие положения, обозначения и определения

1.1. К изучению рассматриваемых ниже задач применяется решение нелинейной задачи факторизации по подкольцам и другие положения. Используя [1, 9-16, 18, 19], напомним следующее.

***Определение.*** Всякое кольцо $R$ с единицей *e*, рассматриваемое вместе с его фиксированной факторизационной парой подколец $(R^+, R^-)$ $[\equiv (R^-, R^+)]$, будем называть «кольцом с факторизационной парой». Кратко, кольцом с ***ФП.***

Будем говорить, что элемент $a \in R$ допускает в коммутативном кольце $R$ ***факторизацию по факторизационной паре*** $(R^+, R^-)$, если существуют элементы $r^+ \in R^+, s^0 \in R^0, t^- \in R^-$, такие, что:

$$a = r^+ s^0 t^- \qquad (*)$$

***Факторизация*** (*) называется: ***правильной факторизацией (п.ф.),*** если $r^+ \in R^+$, $s^0 \in R^0$, $t^- \in R^-$ – правильные элементы [9-11, 13, 14, 18, 19]; – ***нормированной факторизацией (н.ф.),*** если $r^0 = t^0 = e$; – ***нормированной правильной факторизацией (н.п.ф.),*** если она является ***(п.ф.)*** и $r^0 = t^0 = e$. Известно [11, 9, 10, 18, 19], что ***правильную факторизацию*** элемента из $R$ по ***ФП*** $(R^+, R^-)$ можно нормировать. ***Нормированная правильная факторизация*** единственна.

### 1.2. Кольцо $\Re_r$ с факторизационной парой $(\Re_r^{\ +}, \Re_r^{\ -})$

Обозначим через $\Re_r$ совокупность всех рациональных функций, вообще, комплексного переменного

$z \in \mathbb{C}$, все полюсы которых конечны и невещественны. Пределы функций из $\mathfrak{R}_r$ на бесконечности конечны. Пусть $\mathfrak{R}_r^+$ ( $\mathfrak{R}^-$ ) - совокупности функций из $\mathfrak{R}_r$, все полюсы которых, при существовании, расположены внутри нижней (верхней) полуплоскости $\Pi_-(\Pi_+)$, соответственно (Ср. [3]; с.13,14). Проверяется, что $\mathfrak{R}_r$ - кольцо с мультипликативной единицей $e = f(z) := 1, z \in \mathbb{C}$ относительно обычных операций сложения и умножения функций, а $\mathfrak{R}_r^+, \mathfrak{R}_r^-$ - его подкольца с единицей. Проекторы на подкольца: $\mathfrak{R}_r \to \mathfrak{R}_r^{\mp}$, обозначим $P^{\mp}$, соответственно. Эти проекторы коммутирующие. Проектор $P^+$ (проектор $P^-$ ) каждой функции из $\mathfrak{R}_r$ ставит в соответствие часть её разложения в сумму константы и простейших дробей, первого и второго типов, получающуюся удалением из неё всех слагаемых с полюсами из $\Pi_+$ (из $\Pi_-$), соответственно. Полагаем: $P^0 = P^+P^-$, $P_+ = P^+ - P^0, P_- = P^- - P^0, \mathfrak{R}_r^{\mp,0} = P^{\mp,0}(\mathfrak{R}_r)$, где $\mathfrak{R}_r^0 = \mathfrak{R}_r^+ \cap \mathfrak{R}_r^-$. Можно показать, что $\mathfrak{R}_r$ является кольцом с факторизационной парой ( $\mathfrak{R}_r^+, \mathfrak{R}_r^-$ ).

### 1.3. Постановка задачи

Будем рассматривать вопрос о разрешимости следующей задачи и соответствующего ей уравнения.

***Задача.*** *«Для заданных рациональных функций – коэффициентов $A(x), B(x)$, $-\infty < x < \infty$ найти пару рациональных функций $X^+(z) \in \mathfrak{R}_r^+, Y_-(z) \in \mathfrak{R}_-$, все полюсы первой из которых, при существовании, расположены в нижней, а второй – в верхней полуплоскостях, соответственно, и удовлятворяющих на сомкнутой вещественной оси линейному уравнению:*

$$A(x)X^+(x) + Y_-(x) = B(x); x \in \{-\infty; \infty\}, \quad (1)$$

где все известные функции определены на сомкнутой вещественной оси, причём, при $x = +\infty$ и при $x = -\infty$ каждая из них имеет совпадающие между собой конечные значения, равные соответствующим пределам. »

## 2. Главный результат

**2.1.** При решении рассматриваемого вопроса в $\mathfrak{R}_r$, когда коэффициенты порождаются функциями из $\mathfrak{R}_r$, будем исходить из возможности продолжения каждой функции в (1) и, следовательно, соотношения (1) полностью на всю комплексную плоскость, заменой в (1) вещественного переменного $x$ комплексной переменной $z$, не выходя из соответствующего подкласса рациональных функций. Так из (1) возникает уравнение:

$$A(z)X^+(z) + Y_-(z) = B(z); z \in \mathbb{C}; \quad (2)$$

где, по предположению, $\mathfrak{R}_r, z \in \mathbb{C}$ - известные функции; $X^+(z) \in \mathfrak{R}_r^+, Y_-(z) \in (\mathfrak{R}_r)_-$ - искомые; $\mathbb{C}$ - расширенная комплексная плоскость. Учитывая возможность реализации в кольце R = $\mathfrak{R}_r$ с ФП ( $\mathfrak{R}_r^+, \mathfrak{R}_r^-$ ) результатов из [9, 10], или [13, 14], а также, непосредственно, при соответствующих предположениях, можно убедиться в справедливости следующего утверждения.

2.2. Теорема. Пусть функция $A(z) \in \mathfrak{R}_r$ не имеет вещественных нулей и

$$\lim_{z\to\infty} A(z) = const \neq 0 \quad . (3)$$

Если, при этом, $A^{-1}(z)$ допускает нормированную правильную факторизацию по факторизационной паре ( $\mathfrak{R}_r^+, \mathfrak{R}_r^-$ ):

$$A^{-1}(z) = \Gamma^+(z)S^0(z)T^-(z); \ z \in \mathbb{C}, \quad (4)$$

тогда уравнение (2) и Задача, относительно $X^+(z) \in \mathfrak{R}_r^+, Y_-(z) \in (\mathfrak{R}_r)_-$, при любой правой части $B(z) \in \mathfrak{R}_r$ имеет единственное решение. Его можно найти по формулам:

$$X^+(z) = \Gamma^+(z)S^0P^+[T^-(z)B^+(z)]$$
$$Y_-(z) = B_-(z) + T^{-'}(z)P_-[T^-(z)B^+(z)], \quad (5)$$

где

$$T^{-'}(z) := (T^-(z))^{-1}; S^0 := S^0(z)$$

Непосредственное доказательство. При условиях теоремы, соответствующие заданнной $B(z) \in \mathfrak{R}_r$ правые части формул (5) определяют некоторые функции $X^+(z) \in \mathfrak{R}_r^+; Y_-(z) \in \mathfrak{R}_-$. Подстановкой, убеждаемся, что эти функции удовлетворяют уравнению (2) при этой $B(z) \in \mathfrak{R}_r$. В самом деле,

$$A(z)X^+(z) + Y_-(z) = [T^-(z)]^{-1} \cdot [S^0(z)]^{-1} \cdot [\Gamma^+(z)]^{-1}\{\Gamma^+(z)S^0(z)\ P^-[T^-(z)B^+(z)]\} +$$
$$+ B_-(z) + [T^-(z)]^{-1}P_-[T^-(z)B^+(z)] = [T^-(z)]^{-1} \cdot \{P^-[T^-(z)B^+(z)] + +P_-[T^-(z)B^-(z)]\} + B_-(z) =$$
$$[T^-(z)]^{-1} \cdot [T^-(z)B^+(z)] + B_-(z) = [T^-(z)]^{-1} \cdot T^-(z)B^+(z) + B_-(z) = B^+(z) + B_-(z) = B(z).$$

Таким образом, при сделанных предположениях и любой правой части $B(z) \in \mathfrak{R}_r$, уравнение (2) в $\mathfrak{R}_r$ разрешимо. Его решение в $\mathfrak{R}_r$, действительно, можно определить по формулам (5).

Установим единственность решения в $\Re_r$ для уравнения (2). Пусть, при условиях теоремы, кроме решения $X^+(z) \in \Re_r^+, Y_-(z) \in \Re_-$ уравнения (2) с произвольной фиксированной правой частью, определяемого формулами (5), существует ещё, какие-нибудь, решение. Например, $X_1^+(z) \in \Re_r^+, Y_{1-}(z) \in \Re_-$. Тогда, очевидно, функции

$$X_o^+(z) := (X^+(z) - X_1^+(z)) \in \Re_r^+,$$

$Y_{o-}(z) := (Y_-(z) - Y_{1-}(z)) \in \Re_-$ - образуют решение в $\Re_r$, соответствующего (2), уравнения с правой частью, тождественно равной нулю. Следовательно,

$$[T^-(z)]^{-1} \cdot [S^0(z)]^{-1} \cdot [\Gamma^+(z)]^{-1}$$

$$[X^+(z) - X_1^+(z)] + [Y_-(z) - Y_{1-}(z)] = 0$$

Отсюда,

$$(\Re_r^+ \supset)[S^0(z)\Gamma^+(z)]^{-1}[X^+(z) - X_1^+(z)] = T^-(z)[Y_{1-}(z) - Y_-(z)](\subset \Re_-) \quad (6)$$

Применяя к уравнениям из (6), последовательно, проекторы $p^+, p_-$, получим равенства:

$$[S^0(z)\Gamma^+(z)]^{-1}[X^+(z) - X_1^+(z)] = 0, T^-(z)[Y_{1-}(z) - Y_-(z)] = 0$$

Учитывая свойства н.п.ф. и очевидные преобразования, отсюда заключаем, что $X_1^+(z) = X^+(z); Y_{1-}(z) = Y_-(z)$

Единственность, а с нею и однозначная разрешимость уравнения (2), при любой правой части рассматриваемого класса функций, доказана. Заметим, что всякая, являющаяся решением уравнения (2), пара рациональных функций $X^+(z) \in \Re_r^{\ +}, Y_-(z) \in (\Re_r)_-$, сужением на сомкнутую вещественную ось, порождает решение уравнения (1):

$$X^+(x) = X^+(z)\downarrow_{z=x}, \; Y_-(x) = Y_-(z)\downarrow_{z=x}; \; x \in \{-\infty; \infty\} \quad (7)$$

А, стало быть, порождает и решение соответствующей Задачи. Следовательно, в рассматриваемой ситуации, Задача также однозначно разрешима в $\Re_r$. Теорема доказана.

Отметим, что при условиях теоремы, после нахождения $X^+(z) \in \Re_r^+$, в силу уравнения (2) и единственности его искомого решения, остаётся возможность вычисления $Y_-(z) \in (\Re_r)_-$, кроме второй из формул (5), также по формуле:

$$Y_-(z) = B(z) - A(z)X^+(z); \; z \in \overline{\mathbb{C}}$$

Следствие 1. При условиях теоремы, соответствующее правой части $B(z) = 1; z \in \mathbb{C}$ единственное решение в $\Re_r$ уравнения (2) и Задачи обозначаем и получаем из (5) в виде:

$$X^+(z) := X_e^+(z) = \Gamma^+ S^0, Y_-(z) := Y_{e-}(z) = (T^-(z))^{-1}T_-(z) = 1 - (T^-(z))^{-1} \quad (8)$$

Следствие 2. При условиях теоремы, единственное решение в $\Re_r$ уравнения (2) и Задачи, соответствующее конкретной правой части $(\Re_r^- \supset)$ $B(z) = B^-(z); z \in \mathbb{C}$, можно найти из (5) в виде:

$$X^+(z) = \Gamma^+(z)S^0B^0,$$

$$Y_-(z) = B_-(z) + [T^-(z)]^{-1}T_-(z)B^0(z) = B^-(z) - [T^-(z)]^{-1} \cdot B^0. \quad (9)$$

В такой ситуации, в частности, а) при $(\Re_r)_- \supset)$ $B(z) = B_-(z); z \in \mathbb{C}$ будет:

$$X^+(z) = 0, Y_-(z) = B_-(z); \quad (10)$$

б) если, кроме того, при ($\mathfrak{R}_r^- \supset$) $B(z) = B^-(z); z \in \mathbb{C}$, окажется $B^0(z) = B^0 \neq 0$, тогда составляющая решения $X^+(z)$ и разность функций $B(z) - Y_-(z)$ представляют собой правильные элементы своих подколец факторизационной пары ($\mathfrak{R}_r^+, \mathfrak{R}_r^-$) кольца $\mathfrak{R}_r$, соответственно;

в) соответствующее правой части $B(z) = B^0 \in \mathbb{C}; z \in \mathbb{C}$ единственное решение в $\mathfrak{R}_r$ уравнения (2) и Задачи обозначаем и получаем, из (5) или из (9), в виде:

$$X^+(z) := X^+_{B^0}(z) = \Gamma^+ S^0 B^0,$$

$$Y_-(z) := Y_{B^0 -}(z) = (T^-(z))^{-1} T_-(z) B^0 = (1 - (T^-(z))^{-1}) B^0. \qquad (11)$$

Укажем ещё, что решения, соответствующие отличной от нуля константе в правой части рассматриваемого вида уравнений и Задач играет в их теории особо важную роль.

Следствие 3. При условиях теоремы, единственное решение в $\mathfrak{R}_r$ уравнения (2) и Задачи, соответствующее конкретной правой части: ($\mathfrak{R}_r^+ \supset$) $B(z) = B^+(z); z \in \mathbb{C}$,, можно найти в виде:

$$X^+(z) = \Gamma^+(z) S^0(z)\ P^+[T^-(z) B^+(z)], \qquad (12)$$

$$Y_-(z) = [T^-(z)]^{-1} P_-[T_-(z) B^+(z)].$$

Если, кроме того, $B(z) = B_+(z); z \in \mathbb{C}$, то $B^0(z) = 0$, $B^+(z) = B_+(z)$ и (12) преобразуется в форме:

$$X^+(z) = \Gamma^+(z) S^0\ (B_+(z) + P^+[T_-(z) B_+(z)]), \qquad (13)$$

$$Y_-(z) = [T^-(z)]^{-1} P_-[T_-(z) B_+(z)].$$

**3. Иллюстративные примеры**

3.1. Решим уравнение (2) и ***Задачу***, поставленные по краевому

условию на сомкнутой вещественной оси, заданному уравнением (1) при:

$$A(x) = \frac{15x^2 + 135}{4x^2 + 4}; \quad B(x) = \frac{100(x - 5i)^4 + 1}{(x - 5i)^4}.$$

Тогда,

$$A^{-1}(x) = \frac{4x^2 + 4}{15x^2 + 135}; \quad A^{-1}(z) = \frac{z + i}{z + 3i} \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{z - i}{z - 3i}.$$

Отсюда,

$$S^0 = \frac{4}{15}; \ \Gamma^+ = \frac{z + i}{z + 3i}; \ T^-(z) = \frac{z - i}{z - 3i}; \ [T^-(z)]^{-1} = \frac{z - 3i}{z - i};$$

$$(\mathfrak{R}_r^- \supset) B(z) = \frac{100(z - 5\ )^4 + 1}{(z - 5\ )^4} = B^-(z); z \in \mathbb{C}, B^0(z) = B^0 = 100$$

По формулам (9), находим решение уравнения (2) и ***Задачи:***

$$X^+(z) = \frac{80}{3} \cdot \frac{z + i}{z + 3i}; \ Y_-(z) = \frac{200i(z - 5i)^4 + z - i}{(z - i)(z - 5i)^4}. \qquad (14)$$

Замечание. Если при прочих прежних условиях, $B(x) = \dfrac{1}{(x - 5i)^4}$,

тогда $((\mathfrak{R}_r)_- \supset)$ $B(z) = \dfrac{1}{(z - 5\ )^4} = B_-(z); z \in \mathbb{C}$ и по формулам (10):

$$X^+(z) = 0, Y_-(z) = B_-(z) = = \frac{1}{(z - 5i)^4}.$$

3.2. Решим уравнение (2) и ***Задачу***, поставленные по краевому условию на сомкнутой вещественной оси, заданному уравнением (1) при:

$$A(x) = \frac{x^2 + 36}{x^2 + 49}; \ B(x) = \frac{x^2 + 1}{(x^2 + 9)(x + 4i)}.$$

Краевое условие задачи принимает такой вид:

$$\frac{x^2+36}{x^2+49}X^+(x)+Y_-(x)=\frac{x^2+1}{\left(x^2+9\right)\left(x+4i\right)},\ x\in\{-\infty;\infty\}.$$

Отсюда переходим к уравнению:

$$\frac{z^2+36}{z^2+49}X^+(z)+Y_-(z)=\frac{z^2+1}{\left(z^2+9\right)\left(z+4i\right)};z\in\mathbb{C}$$

Тогда,

$$A^{-1}(z)=\frac{z^2+49}{z^2+36}=\frac{z+7i}{z+6i}\cdot 1\cdot\frac{z-7i}{z-6i}.$$

Здесь:

$$S^0=1,\ \Gamma^+(z)=\frac{z+7i}{z+6i},\ T^-(z)=\frac{z-7i}{z-6i};\ (S^0)^{-1}=1,(T^-(z))^{-1}=\frac{z-6i}{z-7i}.$$

Разложение для $B(z)$ устанавливаем в виде:

$$B(z)=\frac{z^2+1}{(z^2+9)\left(z+4i\right)}=\frac{1}{21}\left(\frac{4}{z-3i}-\frac{28}{z+3i}+\frac{45}{z+4i}\right).$$

Поэтому:

$$B^+(z)=\frac{1}{21}\left(\frac{45}{z+4i}-\frac{28}{z+3i}\right),B_-(z)=\frac{1}{21}\cdot\frac{4}{z-3i}.$$

$$T^-(z)B^+(z)=\frac{1}{21}\cdot\frac{z-7i}{z-6i}\left(\frac{45}{z+4i}-\frac{28}{z+3i}\right)=\frac{1}{21}\cdot\left(\frac{99/2}{z+4i}-\frac{25/18}{z-6i}-\frac{280/9}{z+3i}\right).$$

По формулам (5), находим решение уравнения (2) и, стало быть, *Задачи:*

$$X^+(z)=\frac{1}{378}\cdot\frac{z+7i}{z+6i}\left(\frac{891}{z+4i}-\frac{560}{z+3i}\right),\ Y_-(z)=\frac{1}{378}\cdot\left(\frac{72}{z-3i}-\frac{25}{z-7i}\right).$$

Подстановкой в (2), проверяется, что в каждом из п. **3.1.**, **3.2.**, действительно, найдены искомые решения рассмотренных уравнений и задач.

**Выводы**

В рассмотренной ситуации, от задачи Римана-Гильберта-Привалова можно перейти к родственной задаче, считая искомые функции, принадлежащими соответствующим подмножествам рациональных. Она поставлена и, при сделанных предположениях, решена в явном виде. Для этой родственной задачи и соответствующего ей уравнения с правильно факторизуемым рациональным коэффициентом доказана, непосредственно, теорема о разрешимости и единственности решений. Построения проще. Они свободны от опирающихся на теорию интеграла типа Коши, понятие индекса, условие Гёльдера, восходящих к Ф.Д. Гахову и другим. Не используют, непосредственно, аппарат преобразований Фурье. Базируются на результатах второго автора для соответствующих уравнений в кольце со специальной факторизационной парой подколец. Используются основные положения теории колец и функционального анализа; - проекторы, а также возможность непосредственно провести требуемую факторизацию. Отметим в заключение, что возможности исследований и приложений для родственных задач, уравнений, открывающиеся приближением рациональными для коэффициентов из других классов функций ещё ожидают своей реализации.

Отметим, что введение, разделы **1.**, **2.** подготовлены вторым, остальное - при участии всех соавторов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:


1. Войтик Т.Г., Полетаев Г.С., Яценко С.А. Метод нахождения рациональных функций с полюсами из разных полуплоскостей по уравнению с правильно факторизуемым коэффициентом //НАУКОВІ НОТАТКИ. – Вип. 54. - Луцьк, 2016. – С. 65 – 70.
2. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. - М.: Гос. изд-во физ. -матем. лит., 1963. - 640 с.
3. Крейн М. Г. Интегральные уравнения на полупрямой с ядрами, зависящими от разности аргументов // Успехи мат. наук. – 1958. – 13, вып. 5(83). – С. 3 – 120.
4. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. - М.:Наука, 1968. - 512 с.
5. Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свертки. - М.: Наука, 1978. - 296с.
6. Мхитарян С.М. О некотор. плоских контакт. задачах теор. упруг. с учётом сил сцепл. и связ. с ними интегр. и диффер. уравн.// Изв. АН Армянской ССР. Механика.-1968.-XXI, №5-6. - С. 3-20.
7. Акопян В.Н., Даштоян Л.Л. Замк. реш. некот. смеш. задач для ортотр. плоскости с разрезом// Совр. пробл. мех. деформ. тв. тела, диффер. и нтегр. уравн. Тез. докл. МНК. Одесса, 2013. - С. 12.
8. Черский Ю.И., Керекеша П.В., Керекеша Д.П. Метод сопряжения аналитических функций с прилож. Одесса: Астропринт, 2010. - 552 с.
9. Полетаев Г.С. Об уравнениях и системах одного типа в кольцах с факторизационными парами. –

Киев, 1988. – 20 с. – (Препринт / АН УССР. Институт математики: 88.31).

10. Полетаев Г. С. Об однопроекторных второго порядка уравн. с правильно факторизуемыми коэфф. в кольце с факторизационной парой // Вест. Херсон. гос. техн. ун-та.–2000. - № 2 (8). – С. 191–195.

11. McNabb A., Schumitzky A. Factorization of Operators I: Algebraic Theory and Examples // J. Funct. Anal. – 1972. – 9, № 3. – P. 262 – 295.

12. Полетаев Г. С., Войтик Т.Г., Яценко С.А. Нахождение двух рациональных функций с полюсами из полуплоскостей по линейному уравнению с правильно факторизуемым коэффициентом // Глушковські читання. НТУУ «КПІ», Київ. - С. 74-77.

13. Полетаев Г.С. Подвид двупроекторных первого порядка уравнений с правильно факторизуемым коєффициентом в кольце с факторизационной парой // XYII International Conference DYNAMICAL SYSTEM MODELLING AND STABILITY INVESTIGATION. MODELLING & STABILITY. ABSTRACTS OF CONFERENCE REPORTS. Kiev, Ukraine. May 27-29, 2015. ВІСНИК Київського національного університету ім. Тараса Шевченка. - С. 46.

14. Полетаев Г.С. Метод решения абстрактных уравнений с двумя неизвестными из подколец факторизационной пары // Математика в сучасному технічному університеті. Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції 24-25 грудня 2015 року. Київ. – 2016. – С. 85 - 88.

15. Войтик Т.Г., Полетаев Г. С., Яценко С.А. Проекторный поход к нахождению двух рациональных линейно связанных на оси функций с полюсами из разных полуплоскостей // Необратимые процессы в природе и технике. Труды восьмой Всероссийской конференции 27-29 января 2015г. Москва. Часть II. МГТУ им. Н.Э. Баумана.- С. 125 - 129.

16. Полетаев Г.С. Общее свойство решений родственных Римана-Гильберта-Привалова задач со взаимно обратными рациональными коэффициентами //НАУКОВІ НОТАТКИ. – Вип. 56. - Луцьк, 2016. – С. 187 - 192.

17. Попов Г.Я., Керекеша П.В., Круглов В.Е. Метод факторизации и его численная реализация. Учебное пособие. Редактор: проф. Попов Г.Я. - Одесса: Одесский гос. университет, 1976. - 82 с.

18. Полетаев Г. С. Абстрактный аналог парного уравнения типа свертки в кольце с факторизационной парой // Укр. матем. журн. – 1991, т. 43, № 9. – С. 1201 – 1213.

19. Полетаев Г. С. Некот. рез.-ты о парных уравнениях в кольцах с факторизационными парами // Вісн. Харк. націон. ун - ту. - 2002, № 582. – Сер. “Матем., прикл. мат. і мех. ”. – Вип.52. – С. 143 – 149.

№9/2017

**Norwegian Journal of development of the International Science**

ISSN 3453-9875

VOL.1

It was established in November 2016 with support from the Norwegian Academy of Science.

DESCRIPTION

The Scientific journal "Norwegian Journal of development of the International Science" is issued 12 times a year and is a scientific publication on topical problems of science.



1000 copies
Norwegian Journal of development of the International Science
Iduns gate 4A, 0178, Oslo, Norway
email: publish@njd-iscience.com
site: http://www.njd-iscience.com