

АНАЛІТИЧНЕ ПОРІВНЯННЯ ТРЬОХ РІЗНИХ МЕТОДІВ
ПОБУДОВИ ПЕРСПЕКТИВ, ЯКІ МАЮТЬ СПІЛЬНИЙ
АПАРАТ ПРОЕКЦІЮВАННЯ*Одеська державна академія будівництва та архітектури, Україна*

Робота присвячена аналітичному розрахунку точок, що визначають конфігурацію перспективи, яка будується трьома різними методами - методом архітекторів, методом перспективного епюра і методом Гаука. Визначені координати сумісних точок говорять про рівнозначність трьох методів.

Постановка проблеми. Студенти архітектурного інституту на кафедрі нарисної геометрії і креслення у другому семестрі мають одну курсову роботу за назвою «Перспектива карниза». Відзначимо, що при виконанні цієї роботи студентам рекомендовано використовувати метод побудови перспективи, який описав А. Г. Клімукін в [1, с. 291]. На думку деяких викладачів інші методи перспективи з однією точкою сходу не досить точні і можуть давати або зворотну перспективу або похибки при кінцевій побудові профілю карниза.

Аналіз основних пошуків. Автори даної роботи поставили завдання розглянути інші відомі методи побудови перспективи, поєднавши їх апарат проєкціювання. Робота виконувалася в редакторі AutoCAD, щоб графічно довести високу ступінь збігів. Але поряд графічними побудовами було проведено аналітичний розрахунок точності побудов точок, які визначають конфігурацію таких перспектив.

Основна частина. Для порівняння аналітичних розрахунків виберемо довільну точку В на паралелепіпеді і порахуємо її координати на картинній площині по трьох сумісним методам - методом архітекторів, методом перспективного епюра [2, с. 323] та методом Гаука [3, с. 126]. Так як елементи апарату проєкціювання апарату загальні, то рішення даної задачі буде зводитися тільки до визначення висоти заданої точки В на перспективі (в даних методах вона визначається різним шляхом).

Спочатку розглянемо метод архітекторів. Побудуємо ортогональне креслення паралелепіпеда і задамо апарат проєкціювання. Задамо три осі координат – Ox^* , Oy^* , Oz^* і початок координат сумісний з точкою зору S (Рис. 1). У новій системі координат запишемо координати заданих точок А і В та координати точок апарату проєкціювання – S і F^π:

A (-2; 4; 2), B (-5; 4; 2), S (0, 0, 0), F^π (-9, 0, 0).

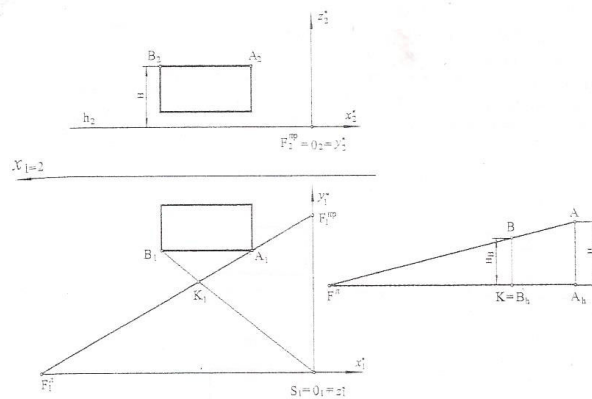


Рис. 1.

Складемо рівняння прямої F^1A_1 на площині x^*Oy^* , як рівняння прямої, що проходить через дві точки: $y = \frac{4}{7}x + \frac{36}{7}$.

Аналогічно, пряма S_1B_1 : $y = -\frac{4}{5}x$.

Визначимо координати точки K_1 , яка є точкою перетину прямих F^1A_1 та S_1B_1 :

$$\begin{cases} y = \frac{4}{7}x + \frac{36}{7} \\ y = -\frac{4}{5}x \end{cases}$$

Розв'язавши систему, отримуємо точку $K_1(-3,75; 3)$. На Рис. 1 праворуч від ортогональних проєкцій побудована перспектива точок A і B . Так як трикутники подібні ми можемо скласти пропорцію:

$$\frac{H}{F^1A_h} = \frac{H_g}{F^1B_h}, \text{ або } H_g = \frac{F^1B_h}{F^1A_h} H,$$

$$\text{де } F^1A_h = F_1^1A_1 = \sqrt{(-2+9)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{65} \approx 8,06;$$

$$F^1B_h = F_1^1K_1 = \sqrt{(-3,75+9)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{36,56} \approx 6,05.$$

$$H_g = \frac{F^1B_h}{F^1A_h} H = \frac{6,05}{8,06} \cdot 2 = 1,50.$$

Тепер розглянемо метод ортогонального епора (Рис. 2). Так як апарат проєкціювання такий як і в попередньому прикладі, то координати точки K_1 вже маємо: $(-3,75; 3)$. У методі ортогонального епора висоти точок на перспективі визначаються безпосередньо на фронтальній площині проєкцій. Виходячи з цього, на Рис. 2 праворуч від фронтальної проєкції побудовано два подібних трикутника за розмірами, взятими з фронтальної проєкції.

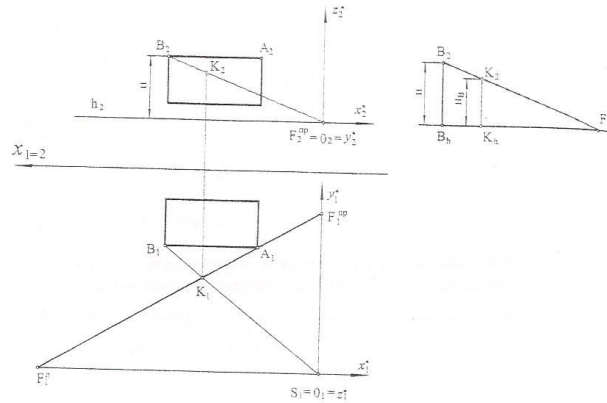


Рис. 2

Складемо пропорцію:

$$\frac{H}{F_2^{np} B_h} = \frac{H_B}{F_2^{np} K_h}, \text{ або } H_B = \frac{F_2^{np} K_h}{F_2^{np} B_h} H,$$

де відстань $F_2^{np} K_h$ дорівнює координаті x точки K_1 : $F_2^{np} K_h = 3,75$;
а відстань $F_2^{np} B_h$ дорівнює координаті x точки B_1 : $F_2^{np} B_h = 5$.

$$H_B = \frac{F_2^{np} K_h}{F_2^{np} B_h} H = \frac{3,75}{5} \cdot 2 = 1,5.$$

Наступним прикладом буде метод Гаука (Рис. 3). Обчислення висоти точки В за методом Гаука послугує як метод перспективного епора (відповідні висоти беруться з фронтальної проєкції) так і метод архітекторів (висота точки В визначається безпосередньо на картині).

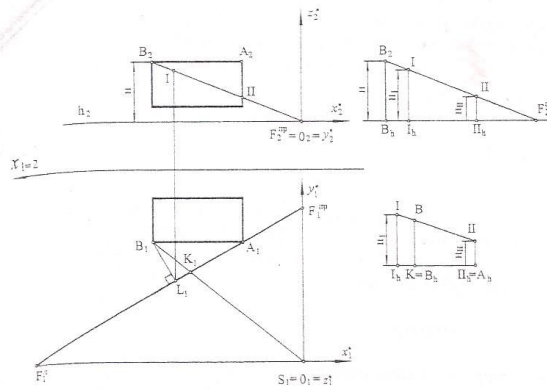


Рис. 3

За правилами побудови перспективи методом Гаука опустимо перпендикуляр з точки B_1 на проекцію площини картини F_1^np і складемо рівняння прямої B_1L_1 ($B_1L_1 \perp S_1B_1$): $y = -\frac{7}{4}x - \frac{19}{4}$. Визначаємо координати точки L_1 , яка є точкою перетину прямих $F_1^npA_1$ та B_1L_1 :

$$\begin{cases} y = \frac{4}{7}x + \frac{36}{7} \\ y = -\frac{7}{4}x - \frac{19}{4} \end{cases}$$

Розв'язавши систему, отримуємо точку L_1 (-4,26; 2,7). На Рис. 3 праворуч від фронтальної проекції побудовано три подібних трикутника за розмірами, взятими з фронтальної проекції. Для визначення висот H_I та H_{II} складемо дві пропорції:

$$\frac{H}{F_2^{np}B_1} = \frac{H_I}{F_2^{np}I_1} \quad \text{та} \quad \frac{H}{F_2^{np}B_1} = \frac{H_{II}}{F_2^{np}II_1}, \quad \text{або}$$

$$H_I = \frac{F_2^{np}I_1}{F_2^{np}B_1} H \quad \text{та} \quad H_{II} = \frac{F_2^{np}II_1}{F_2^{np}B_1} H,$$

де відстань $F_2^{np}I_1$ дорівнює координаті x точки L_1 : $F_2^{np}I_1 = 4,26$;

а відстань $F_2^{np}II_1$ дорівнює координаті x точки A_1 : $F_2^{np}II_1 = 2$.

$$H_I = \frac{F_2^{np}I_1}{F_2^{np}B_1} H = \frac{4,26}{5} \cdot 2 = 1,7;$$

$$H_{II} = \frac{F_2^{np}II_1}{F_2^{np}B_1} H = \frac{2}{5} \cdot 2 = 0,9.$$

На Рис. 3 праворуч від горизонтальної проєкції побудовано перспективу точки В (висота точки В є ВК). Визначивши відстані $L_1K_1 = I_1K_1 = 0,59$ та $K_1A_1 = KI_1 = 2,01$, складемо пропорцію:

$$\frac{H_1 - H_2}{I_1 A_1} = \frac{BK - H_2}{KA_2}, \text{ або } BK = \frac{H_1 - H_2}{I_1 A_1} KA_2 + H_2,$$

$$BK = \frac{1,7 - 0,9}{2,7} 2,01 + 0,9 = 1,495 \approx 1,5.$$

Висновок. Як бачимо перспективні висоти для точки В збіглися. Ми отримали аналітичне підтвердження абсолютного збігу трьох суміщених перспектив. У курсовій роботі «Побудова карниза» в навчальних цілях рекомендуємо пояснювати всі три методи побудови перспективи, як рівноцінні, а вже студентам пропонувати на вибір ними вподобаний варіант.

Література

1. Климухин А.Г. Начертательная геометрия: Учебник. – М.: Строиндат, 1973. – 367 с.
2. Рускевич Н.А. Начертательная геометрия: учебник. – К.: Будівельник, 1970. – 391 с.
3. Марченко В.С. «Инженерная графика»: Курс лекций для студентов первого курса строительных специальностей. – Одесса: Астропринт, 2009. – 166 с.
4. Фильчаков П.Ф. Справочник по высшей математике. – К.: Наукова думка, 1973. – 743 с.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ СРАВНЕНИЕ ТРЕХ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВЫ, ИМЕЮЩИХ ОБЩИЙ АППАРАТ ПРОЕКЦИРОВАНИЯ

А.А. Калинин, Т.А. Калинина, О.А. Никитенко

Работа посвящена аналитическому расчету точек перспективы, которая строится тремя различными методами – методом архитекторов, методом перспективного эпюра и методом Гаука. Координаты совпавших точек говорят о равнозначности трех методов.

ANALYTICAL COMPARISON OF THREE DIFFERENT METHODS OF CONSTRUCTION PERSPECTIVE WITH THE GENERAL PROJECTION APPARATUS

O. Kalinin, T. Kalinina, O. Nikitenko

The work is devoted to analytical calculation points of perspective, which are constructed in three different ways - by architects, by perspective of an orthogonal drawing and by Hauk. The coordinates of the matched points show the equivalence of the three methods.