

СПРЯЖЕННЯ В ГОТИЧНИХ ВІКНАХ

Одеська державна академія будівництва та архітектури

Стаття присвячена конструюванню готичних стрілочастих вікон. При детальному розгляді таких вікон виникають задачі на спряження – коли коло торкається двох дуг різного діаметру. Наведені приклади різних вікон, їх графічні побудови та аналітичний розрахунок.

Постановка проблеми – на даний час реставрація вікон історичних пам'яток вимагає певних розрахунків та креслень. Самий простий шлях реставрації – зробити обміри об'єкту та за розмірами виготовити копію. Однак, коли питання стосується спряжених дуг та кіл, то в цьому випадку бажано чітко прорахувати всі радіуси спряжень та геометрично визначити точки дотику.

Аналіз останніх досліджень – в роботі [1] були розглянуті два готичних ланцетоподібних вікна з «розами» (вітражними круглими вікнами).

Формування цілей – отримання аналітичних розрахунків для конструювання стрілочастих вікон.

Основна частина. Розглянемо конструкції трьох найбільш поширених типів готичних арок. Класичний готичний віконний отвір являє собою арку, утворену двома дугами, які з'єднуються у верхній точці (Рис. 1). Зміна довжини дуги та положення її центра змінює пропорції вікна.

Перший тип – стрілочаста стисла арка (*quinto acuto*) являє собою арку з дугою, яка рівна $\frac{4}{5}$ ширини прольоту L , а центри дуг знаходяться всередині прольоту (Рис. 1, а). Висота арки дорівнює: $H = \frac{\sqrt{55}}{10} L \approx 0.74L$.

Другий тип – стрілочаста піднесена арка (*recto*) – в цьому випадку радіуси дуги має дорівнювати $\frac{5}{4}$ прольоту L , а її центр знаходиться поза отвором. Додамо також, що висота стрілочасті частини отвору в цьому випадку дорівнює його ширині $H = L$ (Рис. 1, б).

Третій тип – стрілочаста рівнобічна арка (*equilateral arch*) – в цьому випадку радіус дорівнює ширині прольоту, а висота $H = \frac{\sqrt{3}}{2} L \approx 0.87L$ (Рис. 1, в).

Комбінація цих типів арок і «роз» являє собою різні вікна, опис яких наводиться нижче.

Розглянемо приклад вікна, яке представлено на Рис. 2. Обміривши ширину і висоту стрілочасті частини вікна, приходимо до висновку, що зовнішні та внутрішні арки побудовані за принципом *quinto acuto*, тобто ми легко можемо прорахувати радіуси обох дуг:

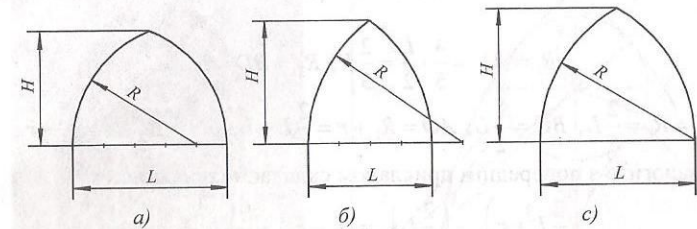


Рис.1

$$R_1 = AK = \frac{4}{5} \cdot \frac{L}{2} = \frac{2}{5} L, \quad R_2 = BD = \frac{4}{5} L.$$

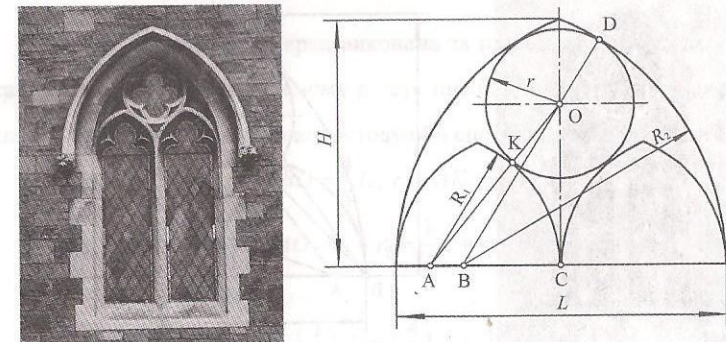


Рис.2

Потім виконуємо побудову кола, вписаного між двома дугами ексцентричних кіл різних радіусів. Для визначення радіуса та центра кола розглянемо два прямокутні трикутника - AOC і BOC . Катет OC у них спільний, катети AC і BC знаходимо за принципом *quinto acuto*:

$$AC = R_1 = \frac{2}{5} L, \quad BC = \frac{4}{5} L - \frac{1}{2} L = \frac{3}{10} L.$$

Гіпотенузи представимо через суму і різницю радіусів:

$$AO = R_1 + r = \frac{2}{5} L + r, \quad BO = R_2 - r = \frac{4}{5} L - r.$$

Складемо рівняння: $AO^2 - AC^2 = BO^2 - BC^2$, або:

$$\left(\frac{2}{5} L + r\right)^2 - \left(\frac{2}{5} L\right)^2 = \left(\frac{4}{5} L - r\right)^2 - \left(\frac{3}{10} L\right)^2.$$

Вирішивши, отримуємо радіус вписаного кола: $r = \frac{11}{48} L$.

Наступне вікно має таку ж конфігурацію, але, виміривши висоту і ширину стрілочасті частини, приходимо до висновку, що внутрішні арки, побудовані

за принципом *quinto acuto*, а зовнішні за принципом *equilateral arch* (Рис. 3), тоді:

$$R_1 = AK = \frac{4}{5} \cdot \frac{L}{2} = \frac{2}{5}L, R_2 = BD = L,$$

$$AC = R_1 = \frac{2}{5}L, BC = \frac{1}{2}L, AO = R_1 + r = \frac{2}{5}L + r, BO = R_2 - r = L - r.$$

За аналогією з попереднім прикладом складаємо рівняння:

$$\left(\frac{2}{5}L + r\right)^2 - \left(\frac{2}{5}L\right)^2 = (L - r)^2 - \left(\frac{1}{2}L\right)^2.$$

Вирішивши, отримуємо радіус вписаного кола: $r = \frac{15}{56}L$.

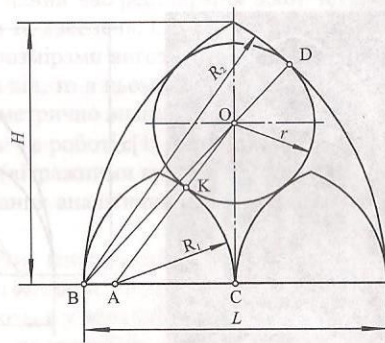
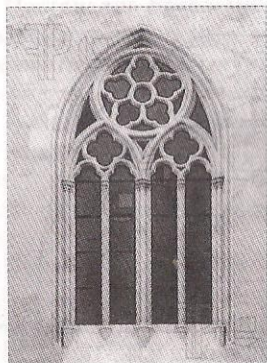


Рис. 3

На Рис. 4 представлено вікно, у якого зовнішні і внутрішні арки сконструйовані за принципом *recto*, тобто висота стріластої частини дорівнює ширині вікна. У цьому випадку:

$$R_1 = AK = \frac{5}{4} \cdot \frac{L}{2} = \frac{5}{8}L, R_2 = BD = \frac{5}{4}L,$$

$$AC = R_1 = \frac{5}{8}L, BC = \frac{5}{4}L - \frac{1}{2}L = \frac{3}{4}L,$$

$$AO = R_1 + r = \frac{5}{8}L + r, BO = R_2 - r = \frac{5}{4}L - r.$$

Складаємо рівняння:

$$\left(\frac{5}{8}L + r\right)^2 - \left(\frac{5}{8}L\right)^2 = \left(\frac{5}{4}L - r\right)^2 - \left(\frac{3}{4}L\right)^2.$$

Вирішивши, отримуємо радіус вписаного кола: $r = \frac{4}{15}L$.

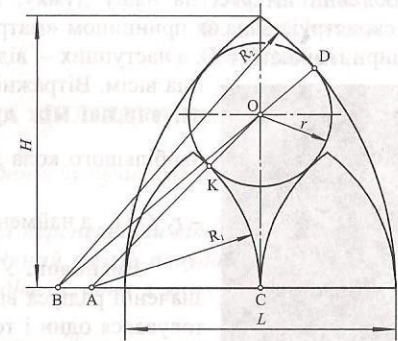
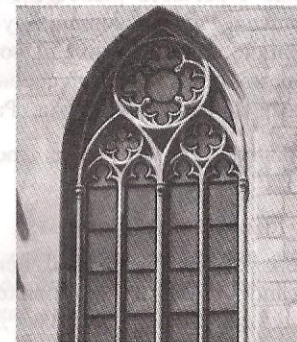


Рис. 4

У наступному прикладі арка виконана за принципом *quinto acuto* і в неї вписані коло і два півкола, причому радіус півкіл дорівнює $r_1 = \frac{1}{4}L$, а радіус r_2 верхнього кола обчислюємо, використовуючи спосіб попередніх задач (Рис. 5).

$$R = BD = \frac{4}{5}L, r_1 = AK = \frac{1}{4}L,$$

$$AC = \frac{1}{4}L, BC = \frac{3}{10}L, AO = r_1 + r_2 = \frac{1}{4}L + r_2, BO = R - r_2 = \frac{4}{5}L - r_2.$$

Складаємо рівняння:

$$\left(\frac{1}{4}L + r_2\right)^2 - \left(\frac{1}{4}L\right)^2 = \left(\frac{4}{5}L - r_2\right)^2 - \left(\frac{3}{10}L\right)^2.$$

Вирішивши, отримуємо радіус вписаного кола: $r = \frac{11}{42}L$.

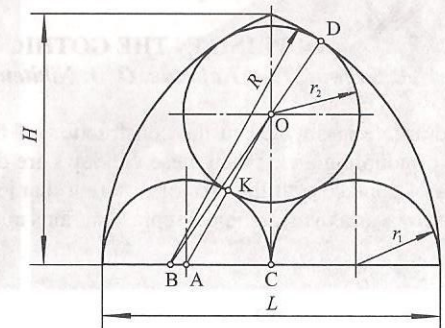
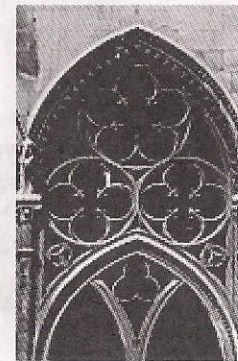


Рис. 5

Особливий інтерес, на нашу думку, являє стрілчаста рівнобічна арка (Рис. 6), сконструйована за принципом «матрьошки». Радіус зовнішніх дуг дорівнює ширині вікна $R = L$, а наступних – відповідно: ділимо навпіл, на чотири і на вісім. Вітражні «рози» представляють собою кола, вписані між дугами концентричних кіл. Радіус

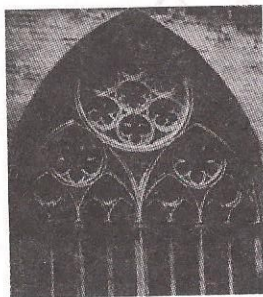


Рис. 6

найбільшого кола дорівнює $r_1 = \frac{1}{4}L$, радіус середніх – $r_2 = \frac{1}{8}L$, а найменших – $r_3 = \frac{1}{16}L$.

Висновок. У всіх чотирьох прикладах при визначенні радіуса вписаної «рози» авторами використовувався один і той же спосіб, який дозволяє легко визначати необхідні розміри елементів готичних вікон, незважаючи на їх різноманітну конфігурацію.

Література

1. Никитенко Е.И., Яворский П.С. Готические окна и особенности их конструирования. // Сб. студ. научн. трудов. – ОГАСА. – Одесса. – 2011. – С. 163-166.
2. Баранов Н.В., Бунин А.В., Большаков В.В. и др. Всеобщая история архитектуры в XII томах, Том IV. – Сторйиздат. 1966. – 696 с.

СОПРЯЖЕНИЯ В ГОТИЧЕСКИХ ОКНАХ

А. А. Калинин, Т. А. Калинина, О. А. Никитенко, В. В. Думанская

Статья посвящена конструированию готических стрельчатых окон. При детальном их рассмотрении возникают задачи на сопряжение – когда окружность должна касаться двух дуг разного диаметра. Приведены примеры различных окон, их графические построения и аналитический расчет.

COUPLING IN THE GOTHIC WINDOWS

А. А. Kalinin, Т. А. Kalinina, О. А. Nikitenko, V. V. Dymanskaya

The article is devoted to the construction of the Gothic lancet windows. The problems of coupling arise when these windows are detailed. In each window a circle has points of contact with the arcs of different diameters. There are examples of different windows and their graphical representations and analytical calculation.

УДК 515.2

О. О. Калинин, к.т.н.,
О. А. Никитенко, к.т.н.,
Е. І. Никітенко

ВІДДЗЕРКАЛЕННЯ НА ЦИЛІНДРИЧНІЙ ПОВЕРХНІ

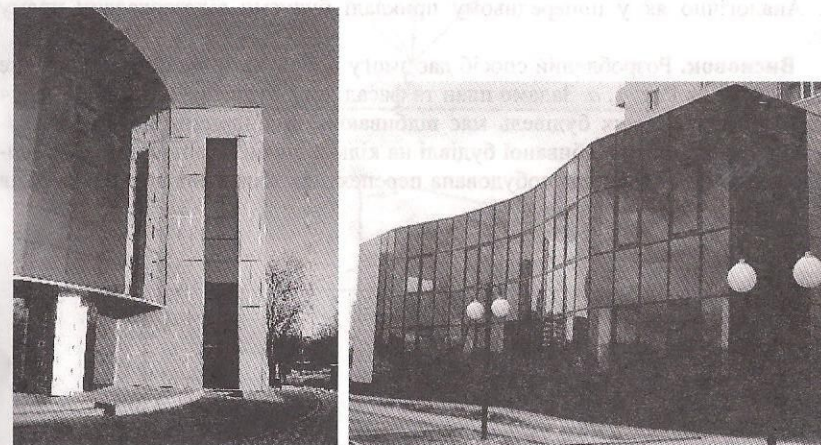
Одеська державна академія будівництва та архітектури

Робота присвячена побудові перспективи відображень у циліндричному дзеркалі. Запропоновано графічний спосіб побудови такої перспективи і побудована перспектива двох будівель, одна з яких представляє собою віддзеркалювану поверхню.

Постановка проблеми. В сучасній архітектурі міст поширені будівлі, у яких значна частина поверхні є віддзеркалюваною. Вони являють собою прямі призми з певною кількістю граней – віконних плетінь. При цьому здалеку вони сприймаються як відбиваючі циліндричні поверхні.

Аналіз останніх досліджень. В навчальному курсі нарисної геометрії перспектива дзеркального відбиття будується в інтер'єрі в бічних та фронтальних дзеркалах або на поверхні води у вуличному просторі [1]. А ось віддзеркалення на циліндричних поверхнях ніколи не розглядалося за відсутності таких варіантів. На даний час міське середовище змінилося і воно пропонує велику кількість задач на побудову перспективи віддзеркалень на циліндричній поверхні як опуклій (Рис. 1, а) так і в увігнутій (Рис.1, б)

Формулювання цілей статті. Розробити спосіб побудови перспективи відображення геометричних елементів на дзеркальній циліндричній поверхні.



а)

б)

Рис. 1