

РАСЧЕТ БАЛКИ-СТЕНКИ ОТ ДЕЙСТВИЯ ИМПУЛЬСНОЙ НАГРУЗКИ С УЧЕТОМ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЕЕ МАТЕРИАЛА

Гришин А.В.

На металлическую балку-стенку действует сосредоточенная или распределенная импульсная нагрузка. Возникающие в ней волновые процессы усложняют решение, поскольку не удается освободиться от переменной времени t , как это делается в теории колебаний. Данное обстоятельство приводит к увеличению размерности решаемой задачи. Учет упругопластических свойств материала балки по теории упрочняющегося пластического течения [1], вызывает дополнительные трудности в исследуемой проблеме.

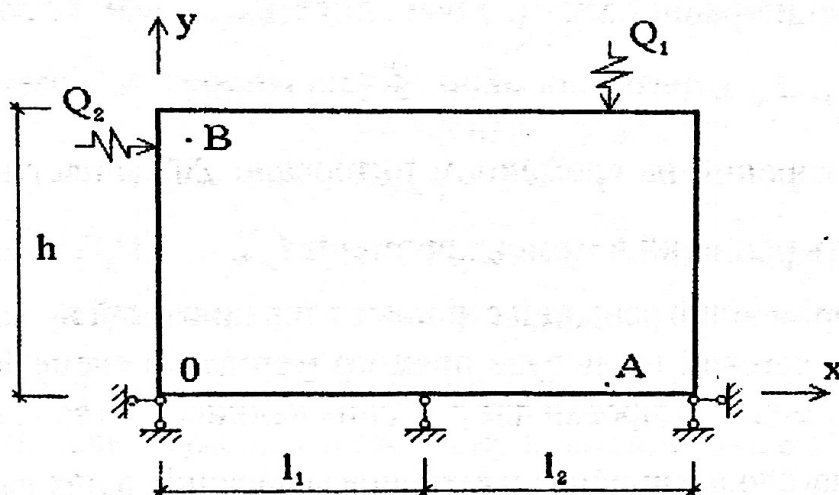


Рис. 1. Расчетная схема

На основании принципа виртуальной работы [2] в момент времени t получаем следующее соотношение

$$\int_{\Omega} \{ [\delta \varepsilon]^T \sigma d\Omega + [\delta u]^T (\rho \ddot{u} + C \dot{u} - p) \} d\Omega - \int_{\Gamma_1} [\delta u]^T q d\Gamma = 0. \quad (1)$$

На первом этапе решения была выполнена дискретизация исходных уравнений по времени и по области, занимаемой балкой-стенкой. Для первой дискретизации заданный отрезок времени от 0 до T делил-

ся на N временных интервалов длиной Δt и в каждый момент времени t_n определялись исходные уравнения. Для второй дискретизации область балки-стенки разбивалась ЭВМ по специальной программе на конечные восьмиузловые изопараметрические элементы. В результате ряда преобразований из (1) была получена система нелинейных алгебраических уравнений, которую для момента времени можно $t_n + \Delta t$ записать в виде следующего матричного уравнения

$$M\ddot{d}_{n+1} + C\dot{d}_{n+1} + K(d_{n+1}) = Q_{n+1} \quad (2)$$

здесь: M – матрица масс, $\ddot{d}_{n+1}, \dot{d}_{n+1}, d_{n+1}$ – соответственно вектора узловых ускорений, скоростей и перемещений, C – матрица параметров затухания, $K(d_{n+1})$ – матрица жесткости, зависящая от вектора перемещений, Q_{n+1} – импульсная нагрузка.

Уравнение равновесия (2) выполняется только в дискретных точках $t_0, t_1, t_2, \dots, t_N$ отрезка времени T , но изменение перемещений, скоростей и ускорений на временном интервале Δt влияет на точность и устойчивость решений в момент времени t_n .

На втором этапе решений строился итерационный процесс, базирующийся на пошаговой процедуре прямого метода по схеме Ньюмарка [3], который был модифицирован для решения нелинейных задач. В интервале Δt предполагалось линейное изменение ускорений, а для вычисления перемещений, скоростей и ускорений в узловых точках балки-стенки использовалось уравнение равновесия в момент времени t_{n+1} , когда искомые величины были уже определены по пошаговой процедуре в момент времени t_n . В результате строился безусловно устойчивый процесс.

Модификация классического метода Ньюмарка связана с нелинейностью матрицы жесткости $K(d_{n+1})$ в (2). Это вызвано тем, что первое слагаемое в (1) зависит от σ , которое формируется через приращения $d\sigma$ и связь между $d\sigma$ и $d\varepsilon$ выражается соотношением [1]

$$d\varepsilon_{ks} = C_{ksmn}^{(e)} d\sigma_{mn} + d\lambda f_{,\sigma_{ks}} \quad (3)$$

Здесь $C_{ksmn}^{(e)}$ - компоненты тензора упругих коэффициентов; f - функции нагружения Мизеса-Генки.

Обращая (3), получаем

$$d\sigma_{mn} = D_{mnks}^{(ep)} d\varepsilon_{ks} \quad (4)$$

где значения $D_{mnks}^{(ep)}$ - сложным образом зависят от производных функций нагружения, параметров упрочнения и других факторов.

Полное напряжение σ через приращение $d\sigma$ для i -го этапа нагружения вычисляется по формуле

$$\sigma^i = \sigma^{i-1} + d\sigma^i \quad (5)$$

Для вычисления приращений перемещений Δd^i в узловых точках балки-стенки приходится добавлять в схему Ньюмарка новый циклический процесс, который заканчивается при удовлетворении новым заданным условиям сходимости. Затем полные узловые перемещения для момента времени t_{n+1} определяются как

$$d_{n+1} = d_{n+1}^i + \Delta d^i \quad (6)$$

Матрицы M , C и K обычно подобны и ленточные, но не диагональные как в явных методах интегрирования, что увеличивает время счета на ЭВМ. Но безусловная устойчивость используемого алгоритма позволяет значительно увеличивать длину временного шага Δt , что существенно сокращает время использования ЭВМ для решения динамических задач и делает его более надежным.

Для численной реализации предложенной методики, был разработан программный комплекс в системе Delphi, в котором решение динамических задач выполняется прямыми методами по явной, неявной и комбинированным схемам интегрирования. Динамическое воздействие может быть импульсным, гармоническим, в виде заданного во времени ускорения. Файл исходной информации создается в диалоговом режиме. Результаты расчета могут выводиться в файл, на экран дисплея или на печатающее устройство в виде различных эпюр перемещений, напряжений и пластических зон на заданном отрезке времени.

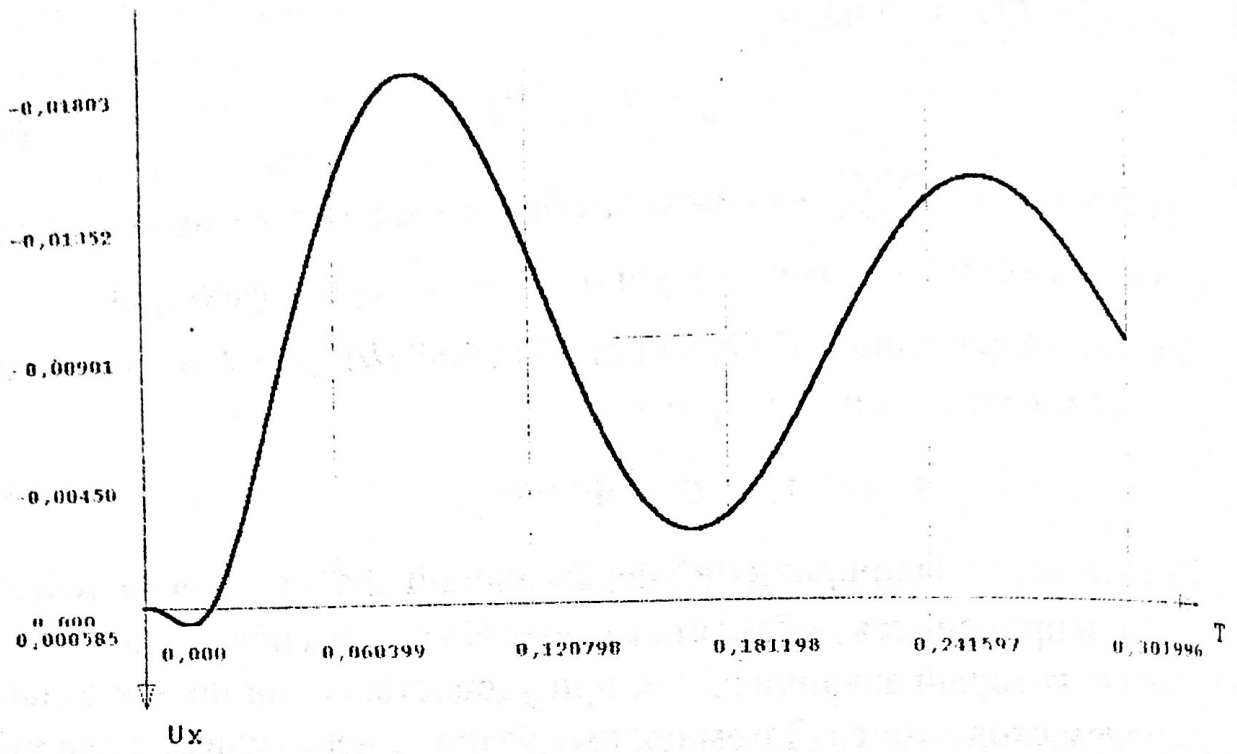


Рис. 2. Этюра перемещений u_x точки A.

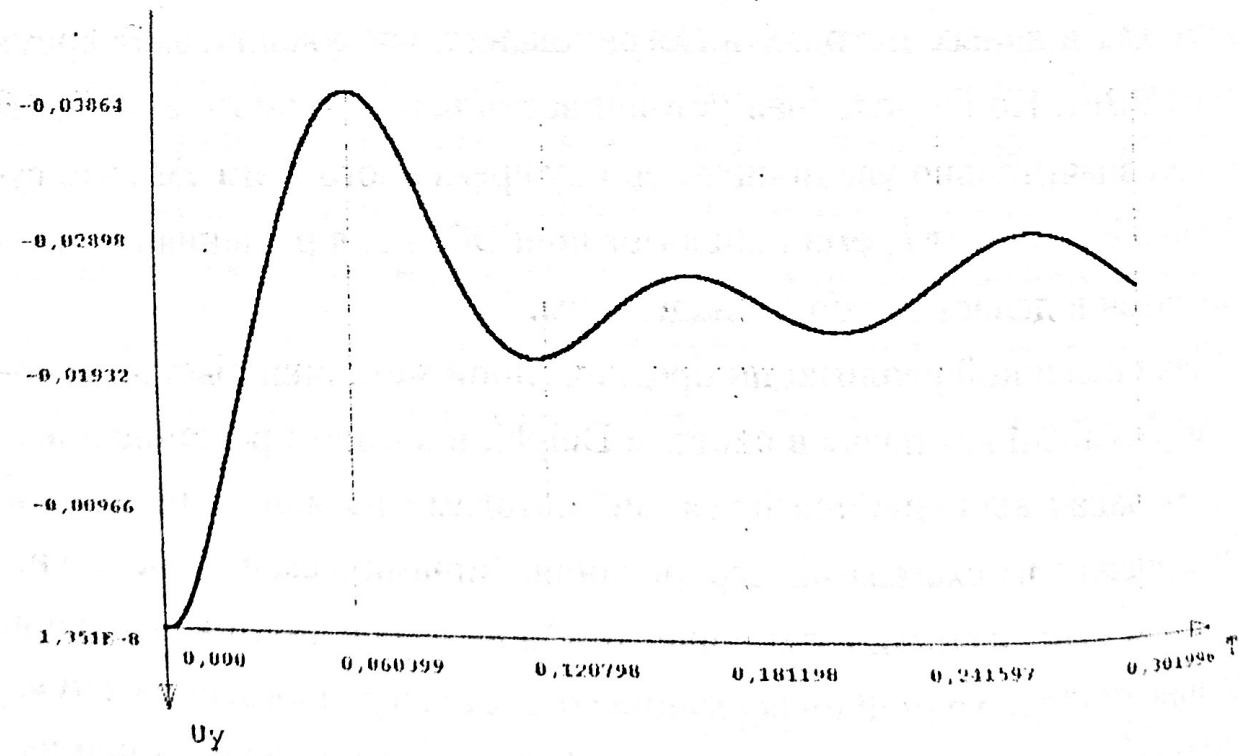


Рис. 3. Этюра перемещений u_y точки A.

Покажем применение указанной выше методики на конкретном числовом примере. Заданы следующие величины: $h = 1,5$ м; $l_1 = 2$ м; $l_2 = 2,6$ м; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $\mu = 0,3$; $\sigma^T = 250$ МПа. Пусть вначале приложена импульсная равномерно распределенная нагрузка Q_1 интенсивностью 20 МПа и протяженностью 75 см. Длина временного шага равнялась 0,5 сек, а их количество было равно 3020. Параметры устойчивости и сходимости метода Ньюмарка задавались равными $\alpha = 0,25$; $\beta = 0,5$.

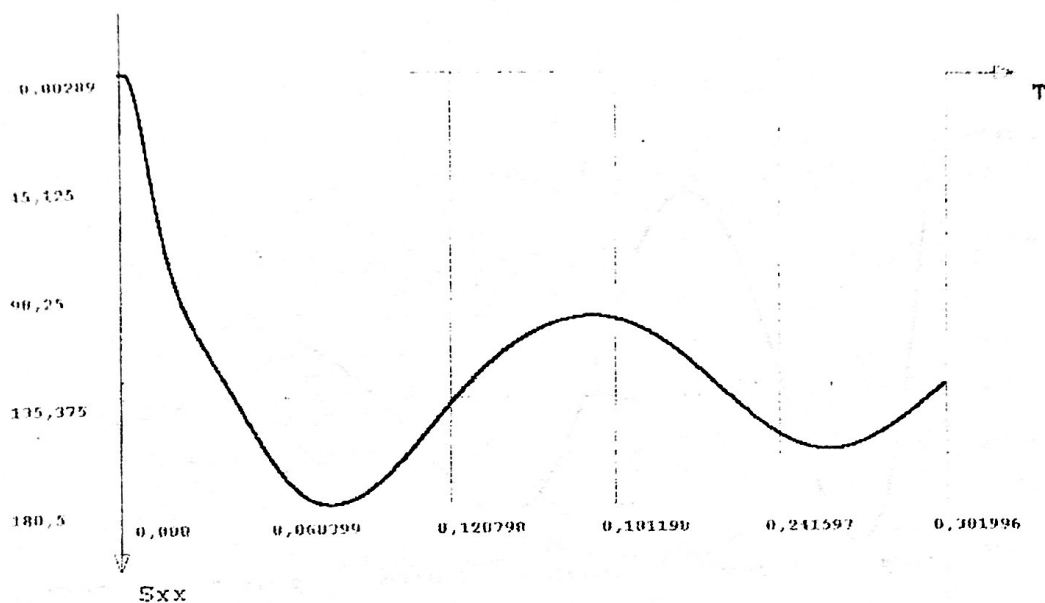


Рис. 4. Этюра напряжений σ_x в точке А.

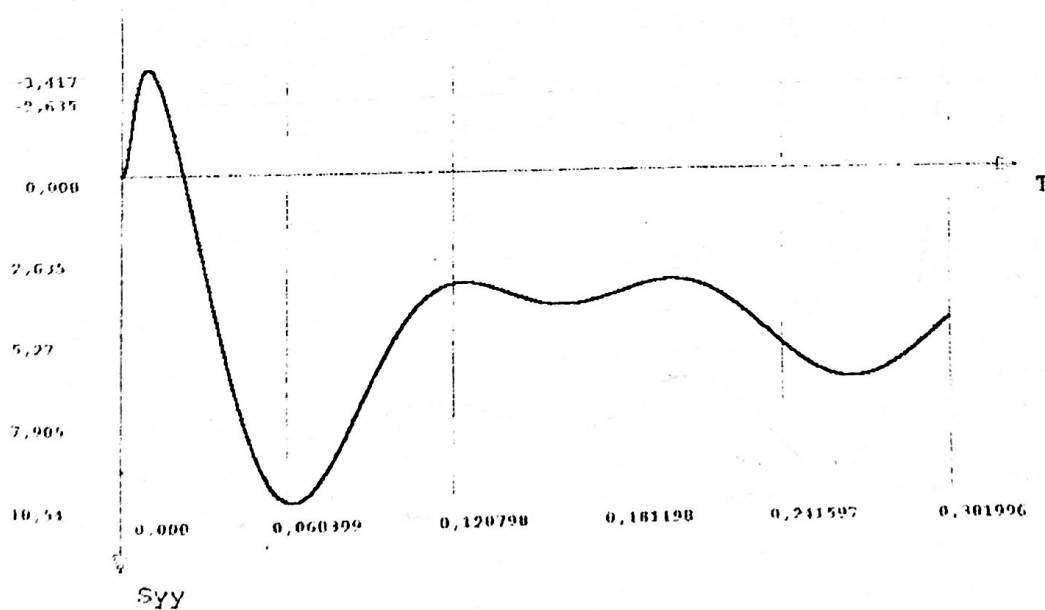


Рис. 5. Этюра напряжений σ_y в точке А.

На рисунке 2 и 3 показаны перемещения точки А, показанной на рисунке 1, на временном отрезке от 0 до 0,302 сек. Из рисунков видно, что горизонтальные u_x и вертикальные u_y колебания точки происходят не относительно нулевых линий, а смещены. Так, для u_y это смещение составляет $-0,0227$ см..

На рисунке 4 и 5 показаны эпюры напряжений σ_x и σ_y в этой же точке на том же временном отрезке. Здесь так же видны колебания напряжений относительно смещенных линий. Эти величины смещений и являются остаточными напряжениями в точке А.

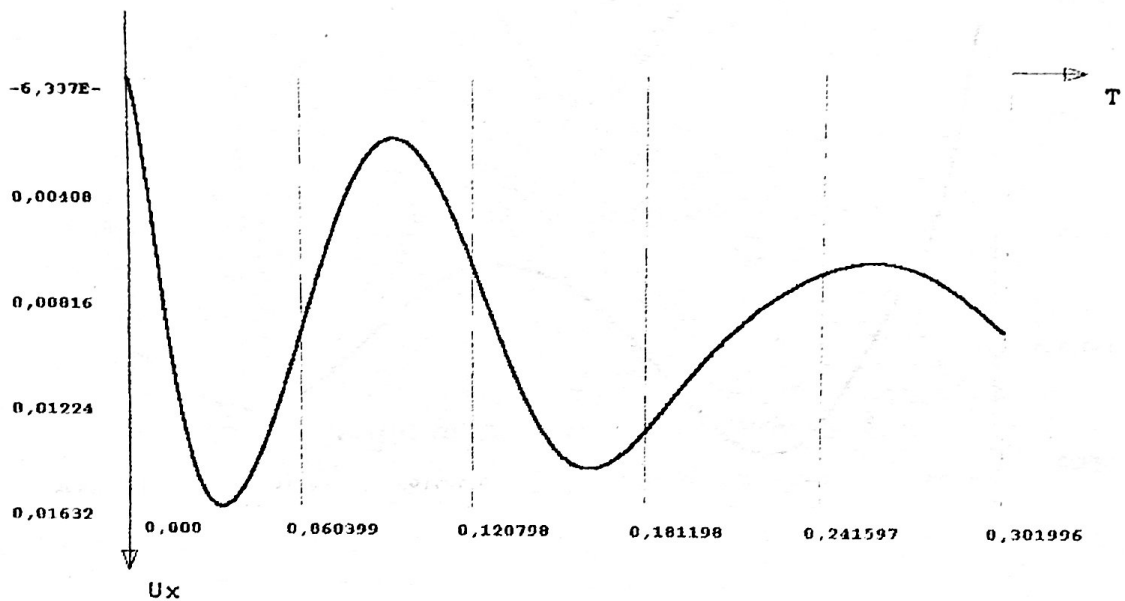


Рис. 6. Эюра перемещений u_x точки В.

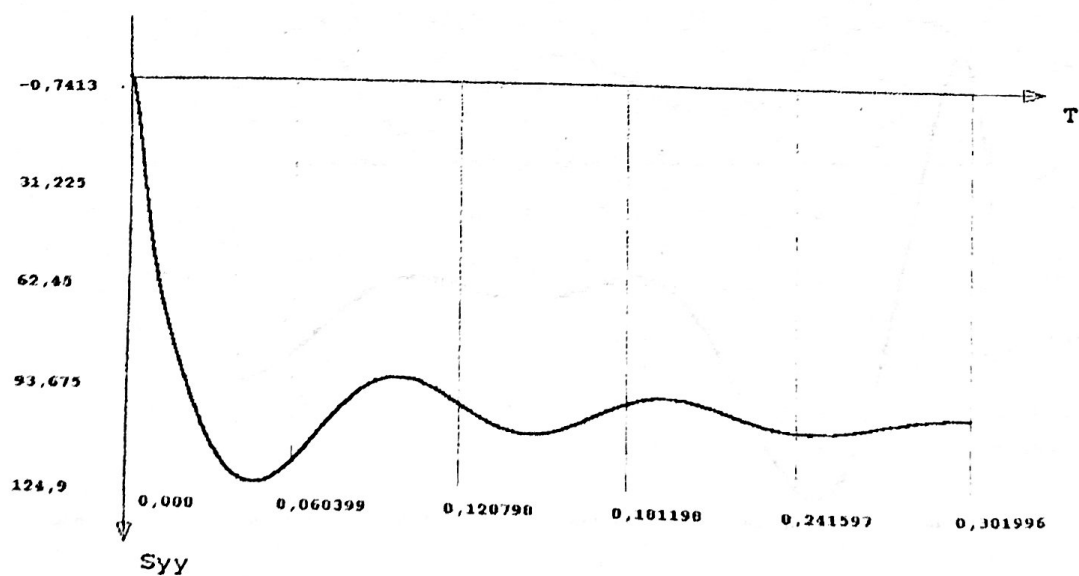


Рис. 7. Эюра напряжений σ_y в точке В.

Был рассмотрен случай действия на балку-стенку горизонтальной возмущающей равномерно распределенной нагрузки Q_2 той же интенсивности и протяженности, что и Q_1 . На рисунках 6,7 изображены эпюры перемещений u_x и напряжения s_y в точке В. Относительно этих эпюр имеют место те же выводы, что и для эпюр предыдущего случая.

В заключение следует отметить, что предложенная методика и программный комплекс позволяет решать широкий круг задач при динамическом нагружении.

Литература

1. Ивлев Д.Д., Быковцев Г. И. Теория упрочняющего пластического тела. — М.:Наука, 1971. — 231 с.
2. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. — М.: Мир, 1987. — 542 с.
3. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. — М.: Сторойиздат, 1982. — 447 с.