УДК 624.138

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИОННОЙ КОНСОЛИДАЦИИ С УЧЕТОМ ФИЛЬТРАЦИОННОЙ АНИЗОТРОПИИ*.

Рабочая Т.В. (*Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса*)

В статье рассматривается численное решение уравнения нелинейной теории фильтрационной консолидации осесимметричной задачи для оснований сложенных из фильтрационно-анизотропных грунтов. Задача решена методом конечных разностей.

Осесимметричная задача имеет большое практическое значение при проектировании вертикального дренажа для ускорения консолидации и упрочнения, слабых водонасыщенных фильтрационно-анизотропных грунтов

Рассматривается слой водонасыщенного грунта мощностью h, который характеризуется фильтрационной анизотропией. Нагрузка прикладывается мгновенно. Начальные $C_н$ и конечные $C_к$ коэффициенты по направлениям фильтрации в процессе консолидации являются функциями избыточного порового давления и изменяются по координате и во времени. Постановка нелинейной теории консолидации без учета анизотропии изложена [7]. В [3] предложен учет нелинейной постановки задачи консолидации посредством трактовки коэффициента консолидации как переменной величины в отличие от линейной теории консолидации. Это предложение также рассмотрено в [6]. Дальнейшее развитие решения получено в [2] и [9], где в качестве основной предпосылки принята зависимость коэффициента консолидации C(z,t) от функции избыточного давления в поровой воде в различные моменты времени в виде $H^n(z,t)$, где $n \geq 0$ - параметр, отражающий интенсивность влияния порового давления на процесс консолидации. Параметр определяется путем приближения к результатам стандартных консолидационных испытаний образцов грунта.

* Работа проведена под руководством проф. Школа А.В

В статье рассматривается уравнение нелинейной теории фильтрационной консолидации для осесимметричных условий деформирования водонасыщенного грунта мощностью *h*.

В качестве основной предпосылки принимаем:

$$\nu \frac{\partial H(t,z,r)}{\partial z} dz = \frac{\partial C(t,z,r)}{\partial z} dz . \tag{1}$$

Дифференциальное уравнение уплотнения для условий осесимметричной задачи запишется следующим образом:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left[C_z(H)\frac{\partial H}{\partial z}\right] + \frac{\partial}{\partial \mathrm{r}}\left[C_r(H)\frac{\partial H}{\partial r}\right] + c_r(H)\frac{1}{r}\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{r}} , \tag{2}$$

где функции коэффициентов консолидации с учетом фильтрационной анизотропии в направлениях z и r имеют следующий вид:

$$C_z(H) = \left[C_{z,н} - C_{z,к}\right]\frac{H^n(t,z,\mathrm{r})}{H^n(0,z,r,)} + C_{z,к} , \tag{3}$$

$$C_r(H) = \left[C_{r,н} - C_{r,к}\right]\frac{H^n(t,z,r)}{H^n(0,z,r)} + C_{r,к} , \tag{4}$$

где $H^n(z,0)$, $H^n(z,t)$ – функция избыточного давления в поровой воде в различные моменты времени; $n \geq 0$ - параметр, отражающий интенсивность влияния порового давления на процесс консолидации, определяемый путем приближения к результатам стандартных консолидационных испытаний; $C_{r,н,}$ $C_{r,к,}$ $C_{z,н}$, $C_{z,к}$ – соответственно начальные и конечные коэффициенты консолидации по осям r и *z*.

Функция С(Н) не является быстро меняющейся, поэтому для нахождения избыточного порового давления в узлах используем явные конечно-разностные решения.

Дифференциальное уравнение (2) запишем в конечно-разностной форме с учетом постоянного промежутка времени Δt и шага сетки Δz:

$$\begin{aligned} &H_{t+1,\rho,k} + H^n_{t+1,\rho,k}\left(\beta_1 A_1 + \beta_\rho A_\rho + \frac{\beta_g A_g}{r}\right) = \\ &H_{t,\rho,k} - \alpha_1 A_1 - \alpha_\rho A_\rho - \frac{\alpha_g A_g}{r} + \beta_1 A_g^2 + \\ &+ \frac{1}{4}\beta_\rho B^2, \end{aligned} \tag{5}$$

где η и ν – постоянные, которые имеют размерность коэффициента консолидации;

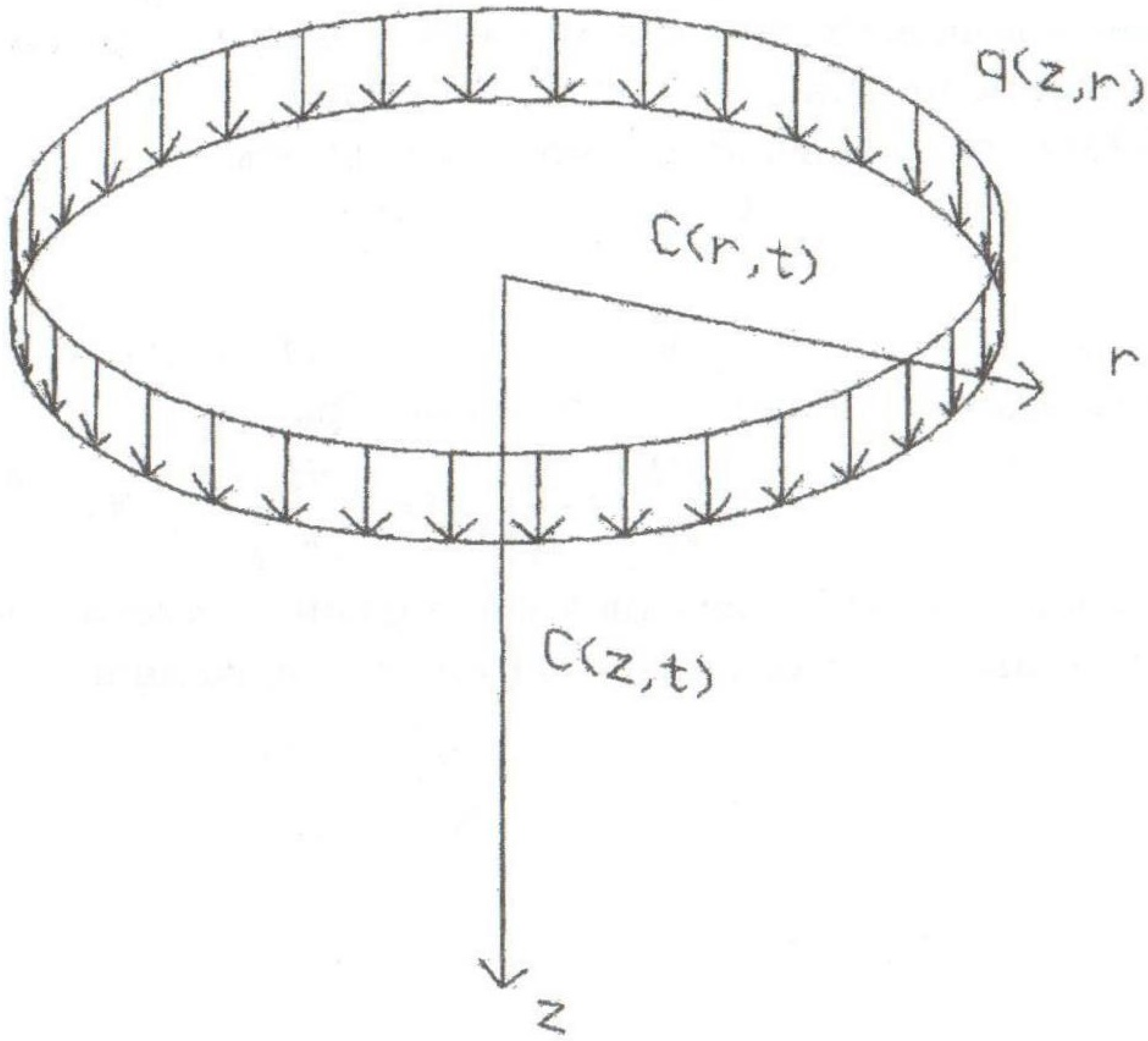

Рис. 1 Коэффициенты консолидации фильтрационно-анизотропного слоя грунта мощностью h по координатам.

$A_1 = 2H_{t,\rho,k} - H_{t,\rho,k+1} - H_{t,\rho,k-1}$; $\alpha_1 = \Delta t\,\eta / \Delta z^2$;

$A_\rho = 2H_{t,\rho,k} - H_{t,\rho,k+1} - H_{t,\rho,k-1}$; $\alpha_\rho = \Delta t\,\nu / \Delta \rho^2$;

$A_g = H_{t,\rho-1,k} - H_{t,\rho+1,k}$; $\alpha_g = \Delta t\,\nu / 2\Delta\rho$;

$B = H_{t,\rho,k+1} - H_{t,\rho,k-1}$; $\beta_1 = \Delta t\,\eta / \Delta z^2$;

$\beta_\rho = \Delta t\,\eta / \Delta\rho^2$; $\beta_g = \Delta t\,\eta / 2\Delta\rho$.

Условия устойчивости конечно-разностной схемы:

$$\Delta t C_z(H)/\Delta z^2 \le \frac{1}{4}; \qquad \Delta t C_r(H)/\Delta\rho^2 \le \frac{1}{4} \qquad (6)$$

Преобразуем (5) в степенное уравнение:

$$\left(\beta_1 A_1 + \beta_\rho A_\rho + \frac{\beta_g A_g}{r}\right) H^n_{t+1,\rho,k} + H_{t+1,\rho,k} +$$

$$+ \alpha_1 A_1 - H_{t,\rho,k} + \alpha_\rho A_\rho + \frac{\alpha_g A_g}{2} - \beta_1 A_g^2 - \tag{7}$$

$$- \frac{1}{4}\beta_\rho B^2 = 0.$$

При n=2 корни уравнения (7):

$$H_{t+1,\rho,k} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot L \cdot M}}{2\left(\beta_1 A_1 + \beta_\rho A_\rho + \dfrac{\beta_g A_g}{r}\right)}, \tag{8}$$

где

$$L = \beta_1 A_1 + \beta_\rho A_\rho + \frac{\beta_g A_g}{r},$$

$$M = -H_{t,\rho,k} + \alpha_1 A_1 + \alpha_\rho A_\rho + \frac{\alpha_g A_g}{r} - \beta_1 A_g^2 - \frac{1}{4}\beta_\rho B^2. \tag{9}$$

При $\alpha_1 = \Delta t \eta / \Delta z^2$ и $\alpha_2=0$, где $\eta=C(q)=const$ и при n=0 уравнение (2) вырождается в уравнение линейной теории консолидации Флорина В.А. При n=1 уравнение (2) вырождается в уравнение нелинейной теории, предложенной в [7] Школа А.В.

После численного определения функции избыточного порового давления осадка определяется по общеизвестной формуле:

$$S_t = S_\infty \left(1 - \frac{\Omega_1}{\Omega}\right), \tag{10}$$

где S_∞ - осадка, соответствующая окончанию фильтрационной консолидации, Ω_1 - вычисляется по следующей формуле:

$$\Omega_1 = \int_0^h H(t,z,r)dz = \frac{\Delta z}{z}\sum_{k=1}^{h}\left(H_{t,i,k-1} + H_{t,i,k}\right), \tag{11}$$

Ω - соответствует интегралу (11) для начального момента t=0.

Для каждого заданного момента времени можно определить степень консолидации $\mu_i(t)$ и осадку $S_i(t)$ грунтового массива:

$$\mu_i(t) = 1 - \frac{\Omega_i(t)}{\Omega}, \tag{12}$$

$$S_i(t) = S(t=\infty)\mu_i(t). \tag{13}$$

Для заданного момента времени выражения (12) и (13) принимают следующий вид:

$$\mu(t)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\mu_i(t), \tag{14}$$

$$S(t)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}S_i(t). \tag{15}$$

С учетом фильтрационной анизотропии степени консолидации в вертикальном и горизонтальном направлениях будут различными:

$$\mu_z(t)=1-\frac{8}{\pi^2}\exp\left[-\frac{\pi^2 C_z(t)}{4z^2}\right], \tag{16}$$

$$\mu_r(t)=1-\frac{8}{\pi^2}\exp\left[-\frac{\pi^2 C_r(t)}{4r^2}\right]. \tag{17}$$

Из условия их равенства получим:

$$\frac{r}{z}=\sqrt{\frac{C_r}{C_z}}\ . \tag{18}$$

Коэффициент консолидации в любом направлении можно определить по следующей формуле:

$$C_{напр.}=\sqrt{C_r^2+C_z^2}\ . \tag{19}$$

Выводы

1. Рассмотрена осесимметричная задача консолидации грунта при трактовке его коэффициента консолидации как степенной функции избыточного порового давления.

2. С учетом фильтрационной анизотропии для условий осесимметричного деформирования массива слабого водонасыщенного грунта получено численное решение путем построения явной конечно-разностной схемы. Приведен частный результат при n=2.

3. Положенная в основу решения предпосылка позволяет решать различные задачи, включая как частные, решения полученные в [7,8].

4. Практическое значение данного решения для разных дрен состоит в сокращении срока ввода в эксплуатацию территорий и зданий. При этом, несущая способность сооружений повышается до их ввода в эксплуатацию.

Литература

1. Рабочая Т. В. Автоматизация расчетов консолидации слабых оснований из утилизированных грунтов дноуглубления в одномерных условиях деформирования и анализ полученных результатов. // Труды 3 Украинской конференции по механике грунтов и фундаментостроению. Том 2.- Одесса, 1997. –С. 135-138.

2. Рабочая Т. В., Кириллов Я. В. Численное решение уравнения нелинейной теории фильтрационной консолидации в одномерных условиях деформирования. // Вестник Одесской Государственной Академии Строительства и Архитектуры. Вып. 4. – Одесса, 2001. – С. 368-371.

3. Школа А. В. Деформирование территорий портов и оснований портовых гидротехнических сооружений в сложных инженерно-геологических условиях. – М., «Мортехинформреклама», 1983 – С. 24.

4. Отчет о НИР Развитие теории уплотнения береговых гидроотвалов из бросовых грунтов дноуглубления с целью их утилизации в искусственные территории. – ОГАСА, Одесса, 1994-1996.

5. Рабочая Т. В. Численные исследования процесса консолидации намывных оснований в гидротехническом строительстве. Международная конференция. Автоматизация проектирования в строительстве и гидротехнике, Одесса, 14-15 мая 2003 г.

6. Мельцов Г. И. Прогнозирование деформаций искусственных территорий морских портов, образованных продуктами утилизации глинистых морских отложений. Автореферат дис. к. т. н. Одесса, 1996. – 18с.

7. Школа А.В. Инженерная диагностика портовых ГТС. Дис. д.т.н. ЛИВТ. Л. — 1990. — 364 с.

8. Флорин В.А. Основы механики грунтов—М. Л.: Госстройиздат, 1959, 1961 — т.1, т.2. — 357 с., 543 с.

9. Рабочая Т.В. Уравнение нелинейной теории фильтрационной консолидации осесимметричной задачи. // Вісник ОДАБА. — Одесса, 2004. — Вип. №14. — С. 193-195.