

ВЫБОР ШАГА СЧЕТА ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФИЛЬТРОВАНИЯ ЧЕРЕЗ ЗЕРНИСТУЮ ЗАГРУЗКУ

Н.А. Гуринчик (*Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса*)

Обоснована необходимость детального подбора шага счета при послойно-повременном методе. Представлены результаты сравнения расчетных данных с результатами аналитических решений Д.М.Минца, на основе которых выбран шаг счета для дальнейших исследований.

Фильтрация через зернистый слой – один из самых важных технологических процессов, используемых в хозяйственно-питьевом и промышленном водоснабжении. Наиболее распространенные режимы работы скорых водоочистных фильтров:

1. Фильтрация с постоянной скоростью.
2. Фильтрация с убывающей скоростью.

Большинство математических описаний процесса фильтрации через зернистый слой сделаны для случая постоянной скорости [1-6]. Отсутствие надежных математических описаний фильтрации с переменной скоростью затрудняет выбор основных технологических параметров фильтров – крупности зерен, высоты слоя, скорости фильтрации, продолжительности фильтроцикла. Вместе с тем, большинство станций работает с убывающей во времени скоростью. Таким образом, описание фильтрации с переменной скоростью является вполне актуальной задачей, представляющей интерес как с теоретической, так и с практической точек зрения.

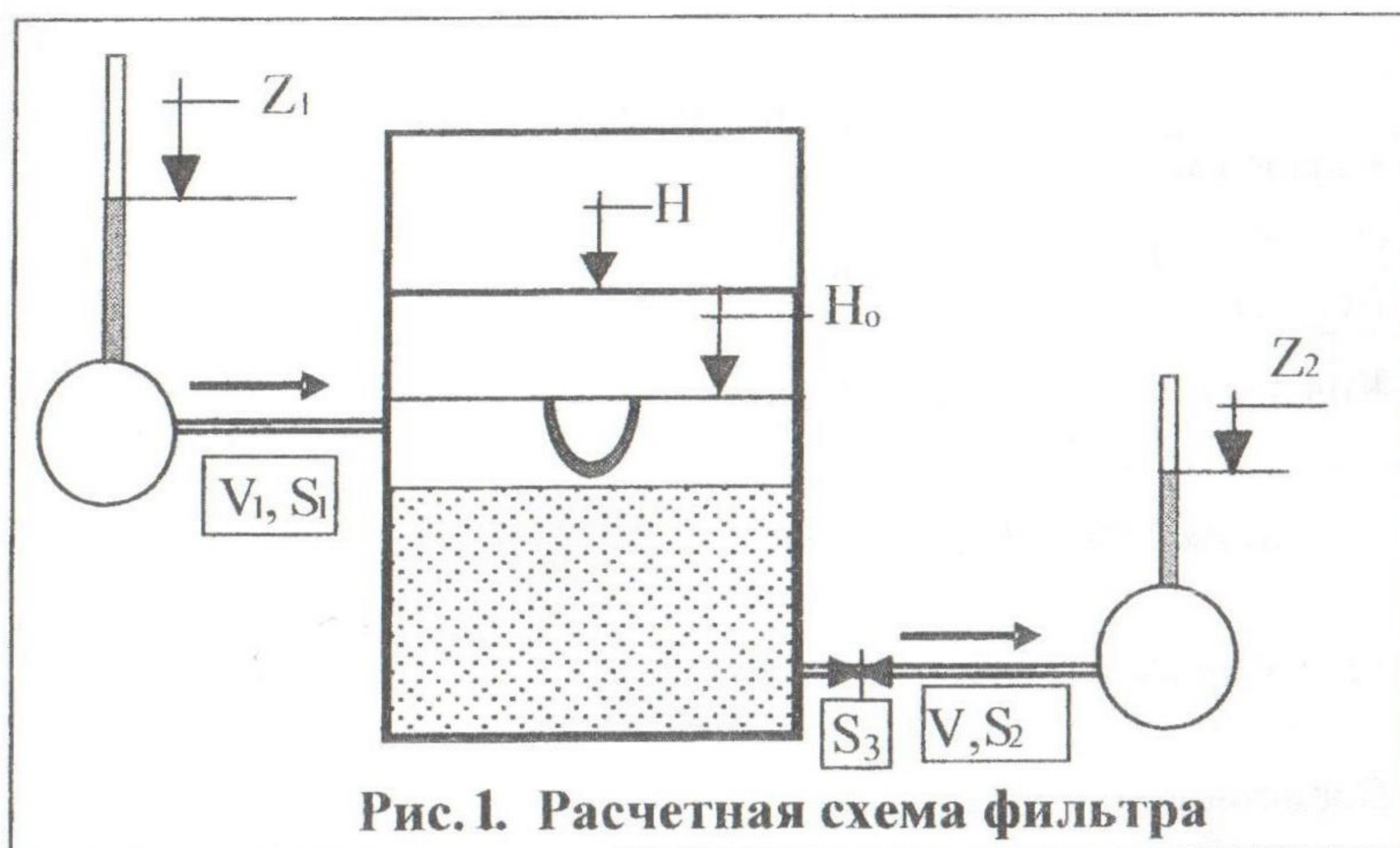
В [7-9] разработан общий алгоритм расчета фильтрации через фильтрующую загрузку, базирующийся на следующих уравнениях (таблица). В этой таблице помимо исходных уравнений даны и рекуррентные соотношения, используемые при численном счете.

Уравнения процесса

1. Баланс взвеси –
$V \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0; \quad \rho_{i+1,j+1} = \rho_{i+1,j} - \Delta t_{j+1} \cdot \frac{V_{j+1} \cdot 100}{\Delta x} \cdot (-C_{i,j} + C_{i+1,j});$
2. Кинетика –
$\frac{\partial C}{\partial x} = -bC + \frac{a}{V} \rho; \quad C_{i+1} = C_i + \Delta x \cdot \left(-b \cdot C_i + a \cdot \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{V \cdot 100} \right);$
3. Потеря напора –
$h_c(t) = \int_0^L I dx \approx \sum_{x=0}^L I \cdot \Delta x$
4. Гидравлический уклон –
$I_i = 150 \nu V_j (1-m_j)^2 / m_i^3 g d_s^2 + 1,75 (1-m_j) V_j^2 / m_i^3 g d_s$
5. Пористость –
$m(x,t) = m_o - \frac{\rho(x,t)}{\gamma}; \quad m_{i+1,j+1} = m_o - \frac{\rho_{i+1,j+1}}{\gamma}$
6. Баланс воды в фильтре –
$V_1 - V = \frac{dH(t)}{dt}; \quad H_{j+1} = H_j + \Delta t_{j+1} \cdot (V_{1,j+1} - V_{j+1})$
7. Расход поступающей в фильтр воды –
$Z_1 = H + S_1 \cdot V_1^2; \quad V_{j+1} = \left(\frac{Z_1 - H_{j+1}}{S_1} \right)^{0,5}$
8. Уровень воды в фильтре –
$H_j = Z_2 + h_{c,j} + S_2 V_j^2; \quad V_{j+1} = \left(\frac{H_j - Z_2 - h_{3,j} / 100}{S_2 + S_{3,j}} \right)^{0,5}$

Индексы i и j относятся соответственно к счету по высоте слоя (x) и времени (t); V – скорость фильтрования, м/ч; V_1 – скорость подачи воды в фильтр, м/ч; L_o – высота слоя загрузки, см; d_s – эквивалентный диаметр зерен загрузки, см; γ – плотность осадка, г/м³; m_o – начальная пористость загрузки; Z_1, Z_2 – пьезометрические отметки в трубах подачи воды и фильтрата, м; H_o – уровень воды в фильтре начальный, м; H – уровень воды в фильтре, м; S_1, S_2 и S_3 – соответственно сопротивление подводящих, отводящих труб и задвижки на отводе фильтрата, ч²/м; h_c – потери напора в слое, см; ν – вязкость воды, см²/с; a и b – кинетические коэффициенты; $C(x;t)$ – мутность воды, мг/л; $\rho(x;t)$ – концентрация осадка, мг/л.

Схема фильтра приведена на рис. 1.



При слишком большом шаге счета наблюдалось накопление погрешности, вызывающее сбои программы, поэтому вопросу выбора шагов по высоте слоя (x) и по времени (t) следует уделить особое внимание.

Определение шагов счета произведено на основе сопоставления результатов пошагового счета и данных Д.М.Минца при исходных данных, приведенных в [1]: мутность исходной воды – 10 мг/л, скорость фильтрования - $V=7,5$ м/ч, начальная пористость – $m_0=0,4$, эквивалентный диаметр зерен загрузки – $d_0=0,8$ мм, температура воды – 20°C , $b=9,9 \text{ м}^{-1}$, $a=0,216 \text{ ч}^{-1}$.

Методика выбора шага по высоте слоя (Δx):

1. Сравнение проведено для значений $at=1,0$ и $8,0$. Для этих at из таблиц [1], взяты значения C/C_0 , как функции bh .

2. Выполнен послойный расчет при вышеприведенных исходных данных при различных значениях Δx , изменяющихся в диапазоне $0,4 - 2,0$ см. Значения C/C_0 выбирались из результатов послойного счета для выбранных значений at .

3. Для каждого значения bh при каждом значении шага по высоте слоя и при $at=const$ определяли максимальные отклонения расчетных значений от данных [1], коэффициенты корреляции и среднеквадратичные отклонения.

Результаты сопоставления представлены на рис.2.

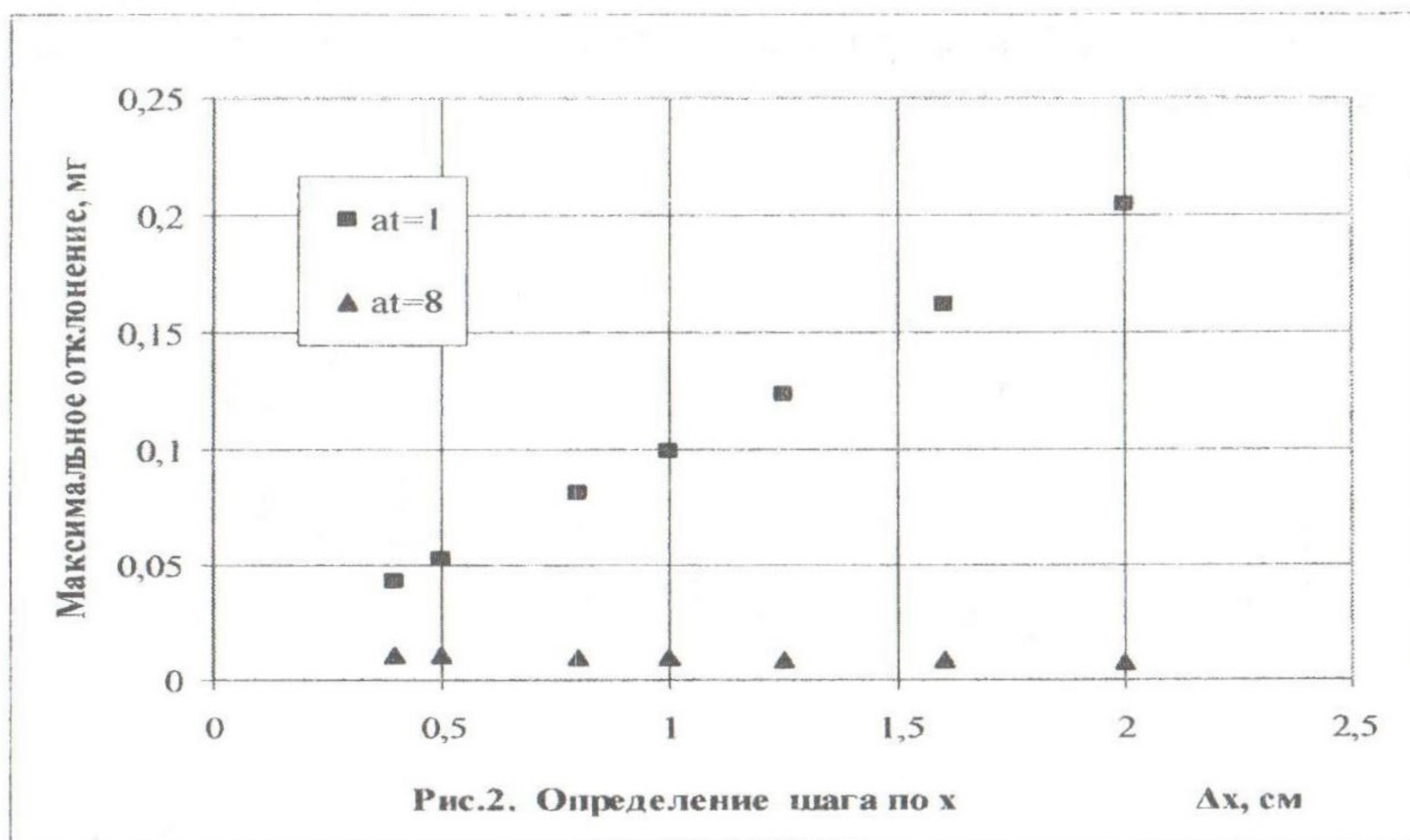


Рис.2. Определение шага по x

Δx , см

Методика выбора шага по времени (Δt):

1. Сравнение проведено для значений $b\bar{x}=0,4; 1,0; 4,0; 8,0$. Для этих $b\bar{x}$ из таблиц [1], выписаны значения C/C_0 , как функции at .
2. Выполнен послойный расчет при вышеприведенных исходных данных при значениях Δt в диапазоне 0,02-0,24 ч. Значения C/C_0 выбирались из результатов послойного счета для выбранных значений $b\bar{x}$.
3. Для каждого значения at при каждом значении шага по времени и при $b\bar{x}=const$ определяли максимальные отклонения расчетных значений от данных [1], а также коэффициенты корреляции и среднеквадратичные отклонения.

Результаты сопоставления представлены на рис.3.

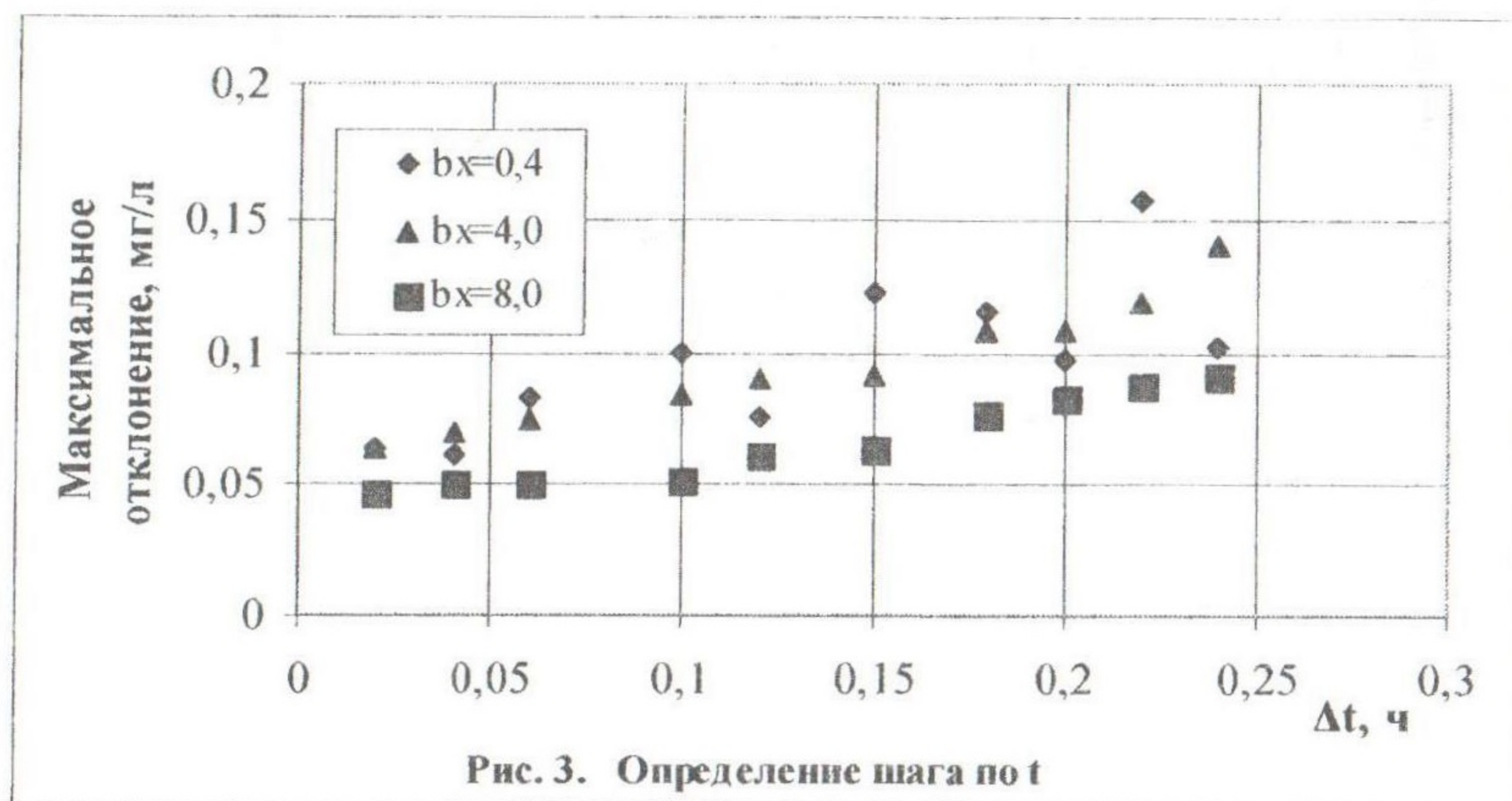
Выводы

Анализ графиков показал, что для дальнейших исследований можно принять значения шагов $\Delta x \leq 1,0$ см и $\Delta t \leq 0,1$ ч, так как погрешность вычисления при этом не превышает погрешности приборов, определяющих мутность воды ($\sim 0,1$ мг/л).

Задачей последующих исследований является:

- изучение влияния технологических параметров (начальной скорости, высоты слоя, крупности зерен и т.п.), а также кинетических коэффициентов на динамику фильтрования с переменной скоростью;

- разработка методики определения коэффициентов a , b , и γ ;
- экспериментальная апробация полученной математической модели.



1. Минц Д. М. Теоретические основы технологии очистки воды. М.: Стройиздат, 1964. – 156 с.
2. Hudson H.E. Declining rate filtration //JAWWA. Vol.51, №11, 1959. – p. 42-50.
3. Cleasby J.L. Water filtration through deep granular media/ //Public Works, №6, 1970.– p.36-45.
4. Сысоев М.Н., Казакова Л.П., Богданова С.И., Круглов Л.С. Работа фильтрующих сооружений с переменной скоростью// Водоснабжение и санитарная техника, №2, 1968. – с.15-19.
5. Венецианов Е. В., Рубинштейн Р. Н. Динамика сорбции из жидких сред. М.: Наука, 1983. – 237 с.
6. Аэров М.Э., Тодес О.М., Наринский Д.А. Аппараты со стационарным зернистым слоем. – Л.: Химия, 1979.– 176 с.
7. Грабовський П. О., Гурінчик Н.О. Чисельна реалізація математичної моделі фільтрування. //Науково-технічний збірник «Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки», вип.6, К. 2005. – с.4-13.
8. Грабовський П. А., Гуринчик Н.А. Фильтрация с постоянной и переменной скоростью. //Збірка доповідей Міжнародного конгресу «ЕТЕВК-2007», Ялта. 2007. – с.88-91.
9. Грабовський П. А., Гуринчик Н.А. Фильтрация воды через зернистый слой с убывающей скоростью. //Вісник ОДАБА, № 24, Одеса, 2006, – с.63-70.