

## РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ ДЕФЕКТОВ ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ

Дорофеев В.С., д.т.н., проф., Коломийчук Г.П., к.т.н., доц.

*Одесская государственная академия строительства и архитектуры*

Современное стремительное развитие строительства и архитектуры (фото 1 - 3) ставит сложные вопросы по расчету устойчивости железобетонных оболочек в новых, ранее не используемых средах и условиях эксплуатации.

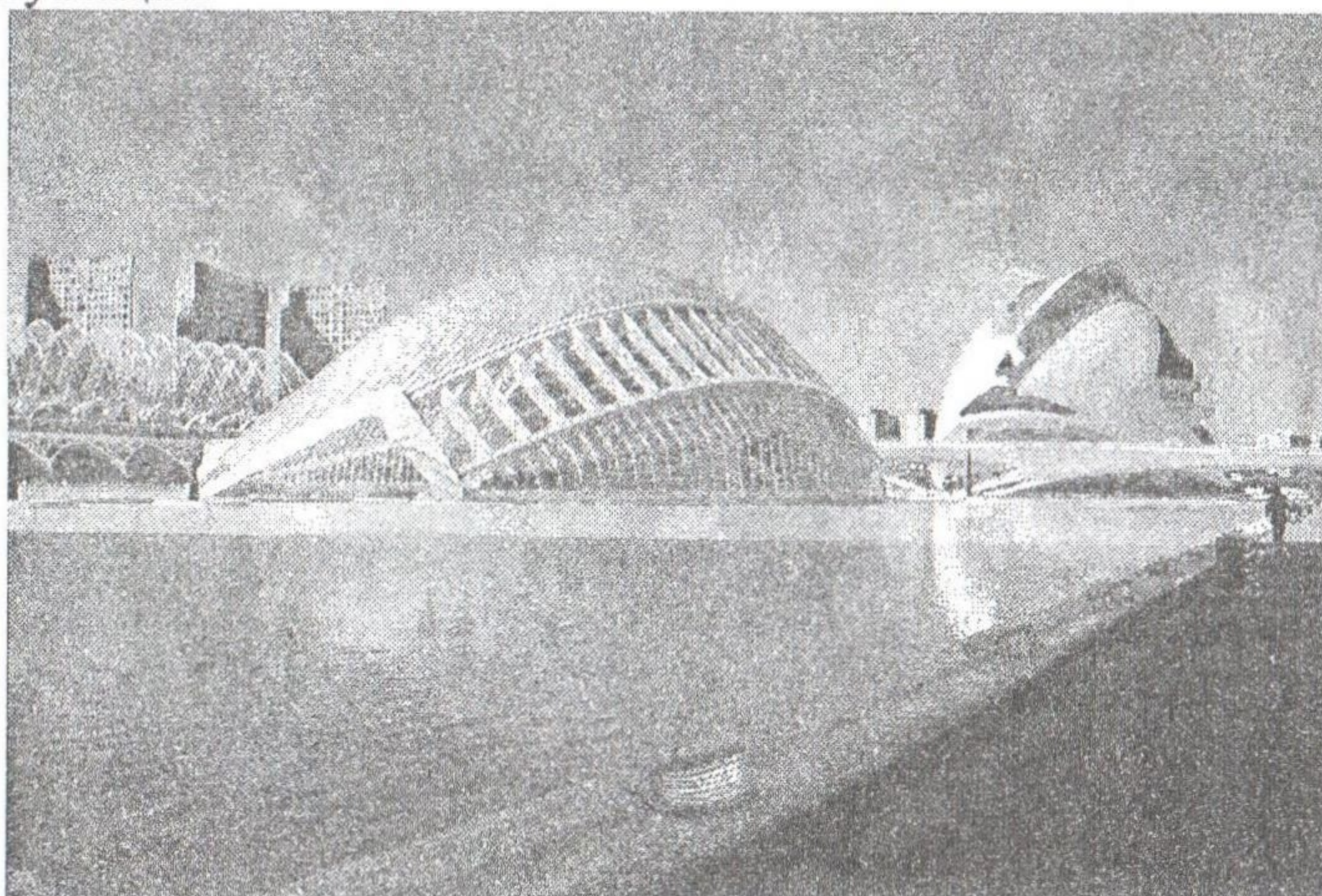


Фото 1. Кинотеатр Imaх, планетарий и театр лазерных постановок  
(Архитектор Сантьяго Калатрава, Испания)

Расчет устойчивости железобетонных оболочек совершенствуется, базируясь на новых экспериментальных достижениях, многочисленных результатах полученных численно с помощью математических моделей, описывающих поведение материала в конструкции в процессе нагружения и эксплуатации, а также изменение самой деформирующейся конструкции, теряющей во времени свой ресурс [ 1 - 9 ].

Важнейшим фактором понижающим критическую нагрузку, при которой происходит потеря устойчивости, являются случайные геометрические несовершенства (отклонение геометрии идеальной срединной поверхности).

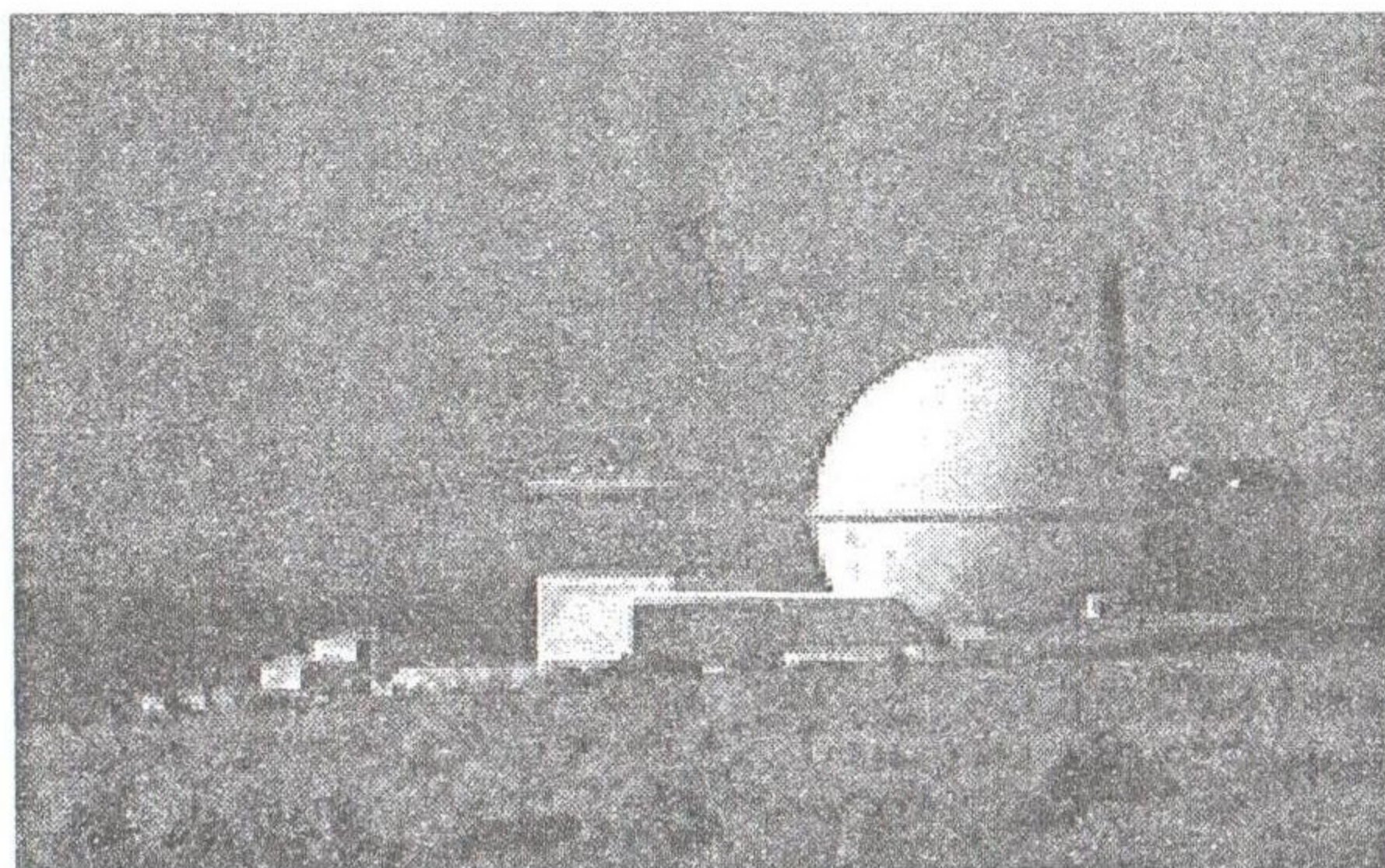


Фото 2. Энергоблок закрытой АЭС "Донрей" в Великобритании

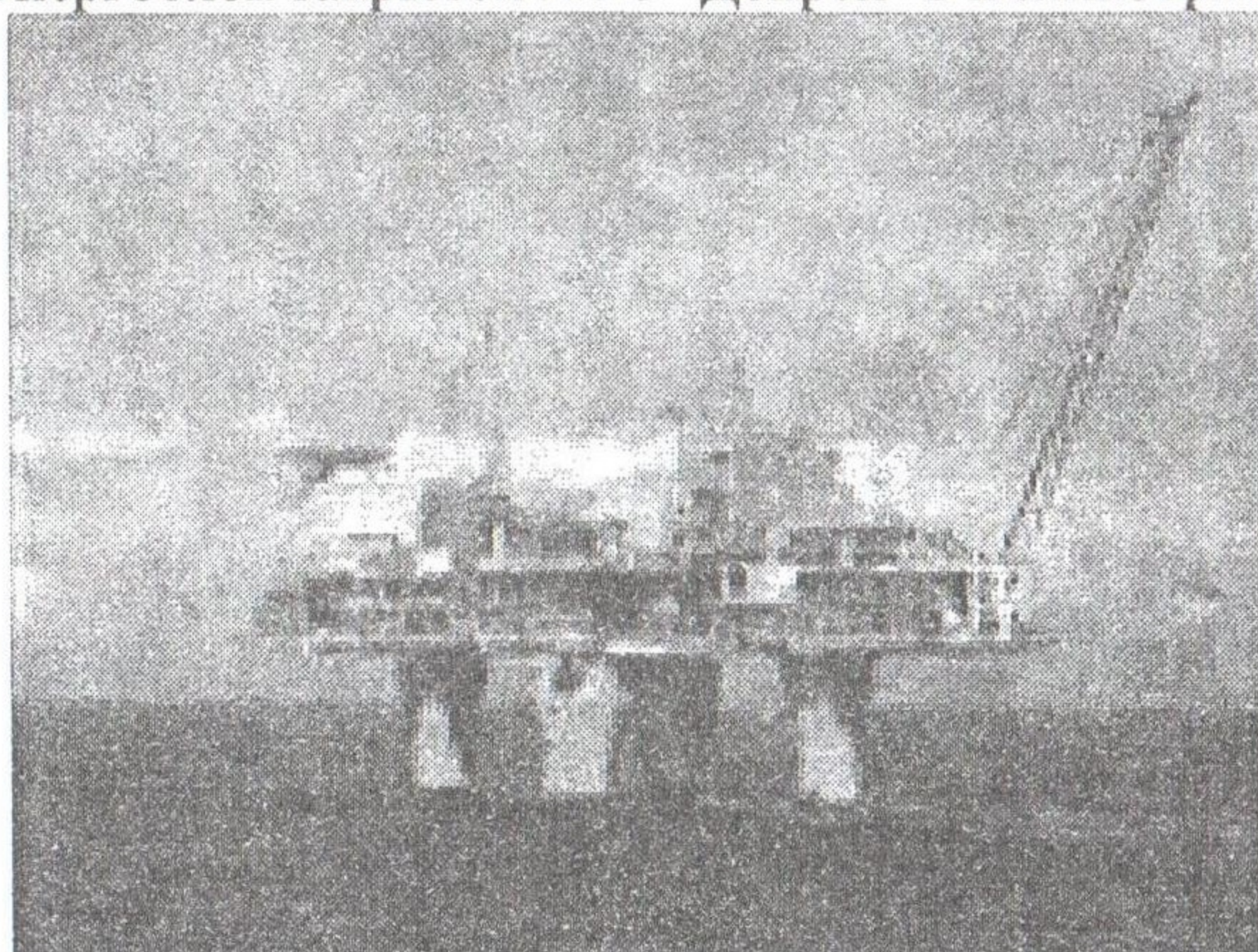


Фото 3. Норвежская платформа "Тролл" высотой 472 м. Расчетный срок службы платформы 70 лет

В поправках к рекомендациям IASS [5] предлагается считать что расчетная величина начального несовершенства состоит из несовершенства  $w_{0,calc}$  (изгибные моментные деформации) и  $w_{0,acc}$  - несовершенства, зависящего от точности изготовления конструкции. Несовершенство, учитывающее технологические дефекты изготовления, определяется по эмпирической формуле

$$w_{0,acc} = 0,05\delta + \frac{Ra}{2000} / \left( \frac{R/\delta}{1000} + \frac{1000}{R/\delta} \right), \quad (1)$$

где:  $\delta$  - толщина оболочки; R – радиус кривизны срединной поверхности; параметр "a" зависит от жесткости опалубочной формы:  $a=1$  - для жесткой формы, обеспечивающей достаточно точное изготовление

оболочки;  $a=6$  - для гибкой опалубочной формы. Суммарное несовершенство находят по формуле

$$w_0 = \sqrt{w_{0,calc}^2 + 1,4 \cdot w_{0,calc} \cdot w_{0,acc} + w_{0,acc}^2}. \quad (2)$$

Решение задачи о потере устойчивости оболочек двойкой кривизны, для объяснения различий теоретических и экспериментальных результатов, выполняется с использованием метода начальных несовершенств. Согласно этому методу вместо совокупности всех начальных несовершенств оболочки, вводится начальное эквивалентное отклонение от идеальной формы  $W_0^0$ . Обычно величина  $W_0^0$  раскладывается в функциональный ряд с неизвестными коэффициентами и исследуется их влияние на величину критической нагрузки. Но так как начальные несовершенства носят случайный характер, то задание этих коэффициентов становится некой самостоятельной задачей, связанной с конкретной технологией возведения и статистическим анализом несовершенств. Более перспективным представляется другой путь. Можно задать ограничения на величину  $W_0^0$  (рис. 1) и найти такие значения коэффициентов, которые в наибольшей степени уменьшают критическую нагрузку при этих ограничениях.

Многочисленные обмеры реальных конструкций показали, что фактически начальные несовершенства не имеют регулярного распределения, а носят локальный характер, распространяясь в ограниченной области [1, 2].

Исходную систему дифференциальных уравнений с неизвестными, в смешанном виде, дополняем начальным несовершенством [3]. Предполагаем, что распределение начальных несовершенств по полю оболочки известно.

Нахождение аналитических выражений искомых функций заменяем отысканием их значений в отдельных точках, используя численный метод конечных разностей. Предпочтение отдадим формулам с остаточным членом  $h^2$ , так как они при небольшом количестве слагаемых, входящих в них, дают достаточную точность.

Система разрешающих уравнений для одного узла сетки, после замены производных конечно разностными аналогами и некоторых преобразований, примет вид (1).

Выделим форму несовершенства в виде локальной ограниченной вмятины (рис. 2). Здесь  $k$  – максимальное амплитудное значение в центре вмятины ( $k \leq h$ , где  $h$  – толщина оболочки). Положение вмятины на плане оболочки определяется узлами конечно-разностной сетки, совпадающими с центром вмятины  $(i, j)$ . Минимальные размеры вмятины на плане оболочки зависят от расстояния между узлами конечно-

разностной сетки и назначаются таким образом, чтобы количество узлов в направлении координатных осей  $X$  ( $Y$ ) было не менее трех внутри области вмятины. В узлах определяются аппликаты отклонения геометрии вмятины от срединной поверхности оболочки и служат исходными данными при формировании разрешающей системы уравнений [3].

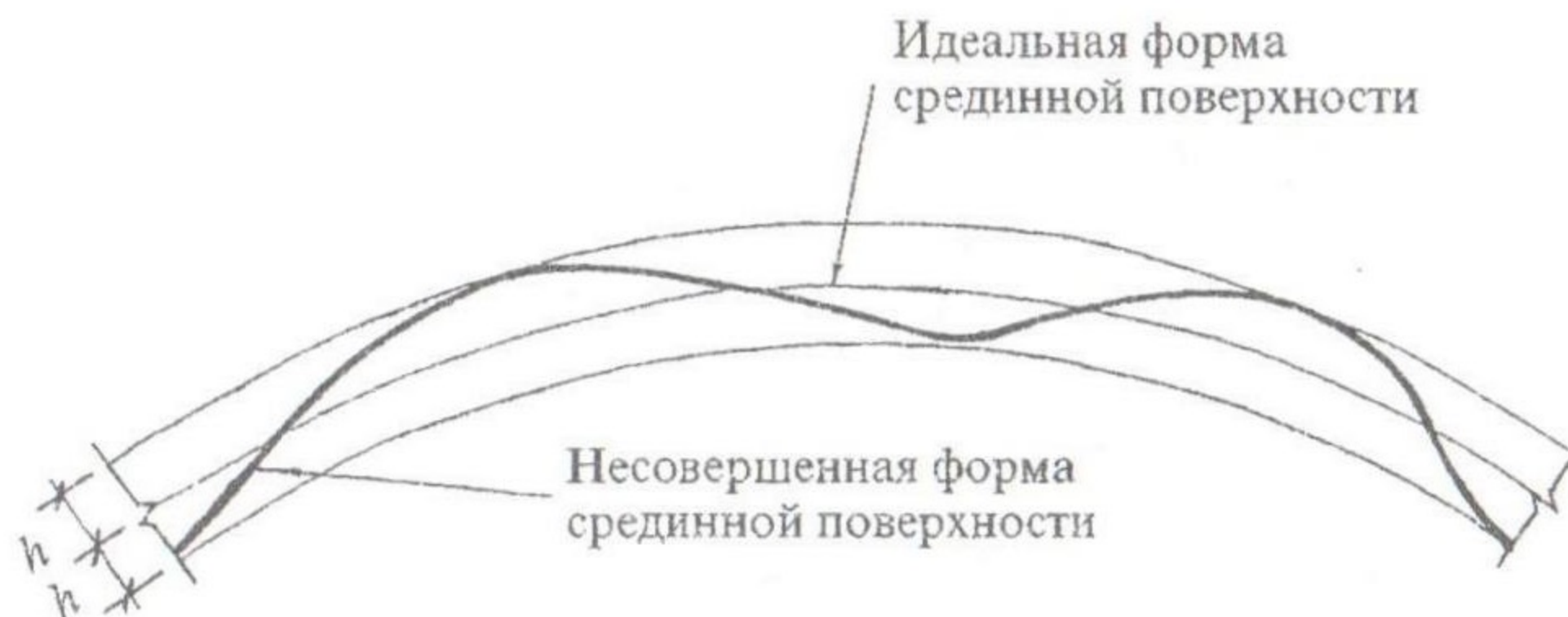


Рис. 1. Предельно допустимые начальные несовершенства срединной поверхности оболочки

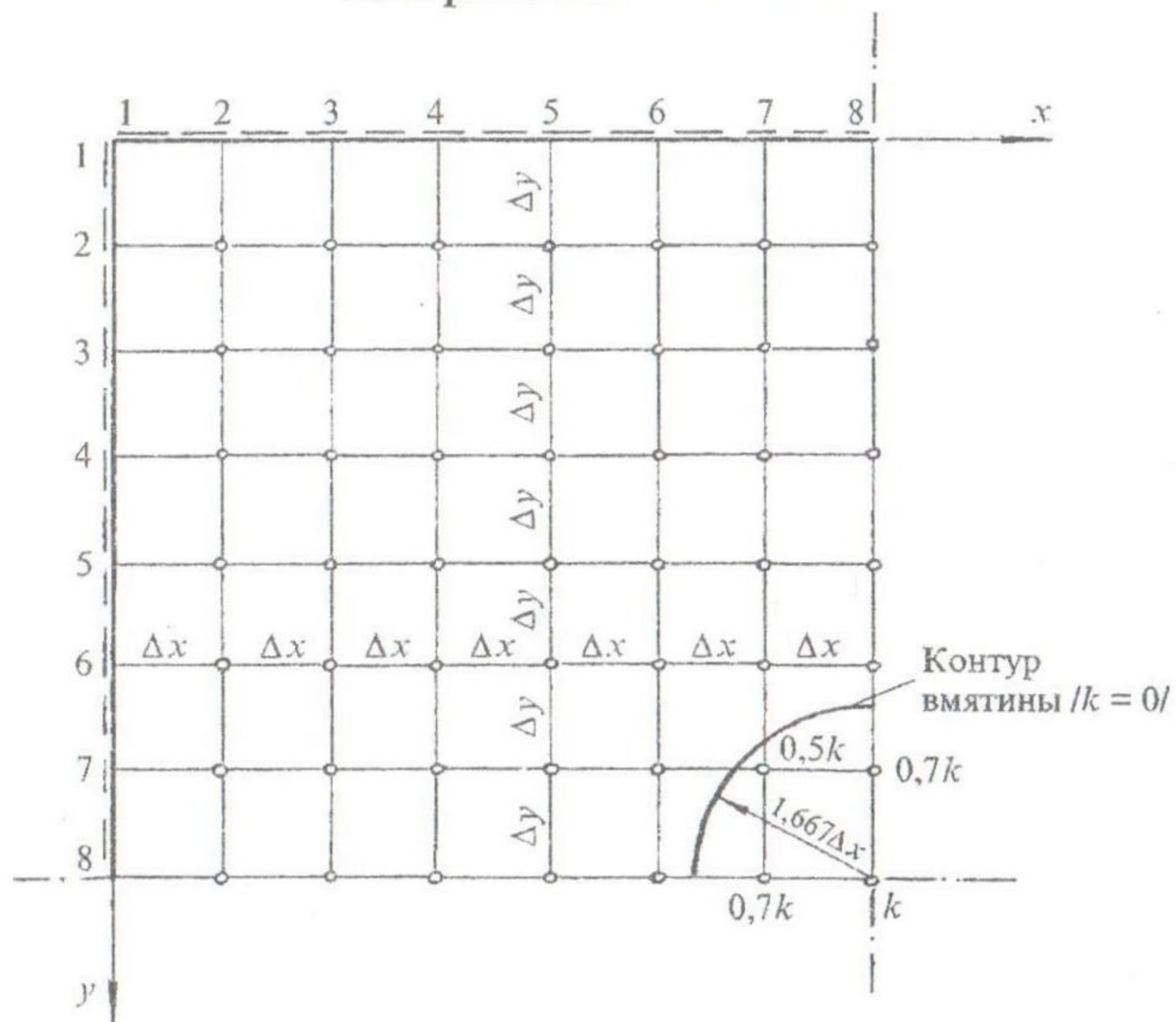


Рис. 2. Форма локальной вмятины на плане расчетной модели оболочки

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x^{i,j} &= 0,5\alpha \left\{ \bar{u}_{i+1,j} - \bar{u}_{i-1,j} + \frac{0,5\alpha}{A1} \bar{k}_x^* \bar{w}_{i,j} + \frac{0,25\alpha}{A1} \left[ (\bar{w}_{i+1,j} + \right. \right. \\
&+ \bar{w}_{i+1,j}^0 - \bar{w}_{i-1,j} - \bar{w}_{i-1,j}^0)^2 - (\bar{w}_{i+1,j}^0 - \bar{w}_{i-1,j}^0)^2 \left. \left. \right] \right\} / A1; \\
\varepsilon_y^{i,j} &= 0,5\alpha \left\{ \bar{v}_{i,j+1} - \bar{v}_{i,j-1} + \frac{0,5}{A1} \bar{k}_y^* \bar{w}_{i,j} + \frac{0,25}{A1} \left[ (\bar{w}_{i,j+1} + \right. \right. \\
&+ \bar{w}_{i,j+1}^0 - \bar{w}_{i,j-1} - \bar{w}_{i,j-1}^0)^2 - (\bar{w}_{i,j+1}^0 - \bar{w}_{i,j-1}^0)^2 \left. \left. \right] \right\} / A1; \\
\gamma_{i,j} &= \frac{0,5}{A1} (\bar{u}_{i,j+1} - \bar{u}_{i,j-1}) + \frac{0,5\alpha}{A1} (\bar{v}_{i+1,j} - \bar{v}_{i-1,j}) + \frac{0,25\alpha}{A1^2} \times \\
&\times \left[ (\bar{w}_{i+1,j} + \bar{w}_{i+1,j}^0 - \bar{w}_{i-1,j} - \bar{w}_{i-1,j}^0) (\bar{w}_{i,j+1} + \bar{w}_{i,j+1}^0 - \bar{w}_{i,j-1} - \bar{w}_{i,j-1}^0) - \right. \\
&\left. - (\bar{w}_{i+1,j}^0 - \bar{w}_{i-1,j}^0) (\bar{w}_{i,j+1}^0 - \bar{w}_{i,j-1}^0) \right]; \\
\chi_x^{i,j} &= -\alpha^2 (\bar{w}_{i+1,j} - 2\bar{w}_{i,j} + \bar{w}_{i-1,j}); \\
\chi_y^{i,j} &= -\bar{w}_{i,j+1} + 2\bar{w}_{i,j} - \bar{w}_{i,j-1}; \\
\bar{\chi}_{i,j} &= -0,25\alpha (\bar{w}_{i+1,j+1} + \bar{w}_{i-1,j-1} - \bar{w}_{i-1,j+1} - \bar{w}_{i+1,j-1}); \\
\begin{pmatrix} M_x^{i,j} \\ M_y^{i,j} \\ H_{i,j} \\ N_x^{i,j} \\ N_y^{i,j} \\ S_{i,j} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \chi_x^{i,j} \\ \chi_y^{i,j} \\ \bar{\chi}_{i,j} \\ \varepsilon_x^{i,j} \\ \varepsilon_y^{i,j} \\ \gamma_{i,j} \end{pmatrix} \quad (3) \\
\alpha (N_x^{i+1,j} - N_x^{i-1,j}) + S^{i,j+1} - S^{i,j-1} &= 0; \\
\alpha (S^{i+1,j} - S^{i-1,j}) + N_y^{i,j+1} - N_y^{i,j-1} &= 0; \\
\alpha^2 (M_x^{i+1,j} - 2M_x^{i,j} + M_x^{i-1,j}) + 0,5\alpha (H_{i+1,j+1} + H_{i-1,j-1} - H_{i-1,j+1} - H_{i+1,j-1}) + \\
+ M_y^{i,j+1} - 2M_y^{i,j} + M_y^{i,j-1} - 12A1 [N_x^{i,j} \alpha^2 (\bar{w}_{i+1,j} + \bar{w}_{i+1,j}^0 - 2\bar{w}_{i,j} - 2\bar{w}_{i,j}^0 + \\
+ \bar{w}_{i-1,j} + \bar{w}_{i-1,j}^0) + N_y^{i,j} (\bar{w}_{i,j+1} + \bar{w}_{i,j+1}^0 - 2\bar{w}_{i,j} - 2\bar{w}_{i,j}^0 + \bar{w}_{i,j-1} + \bar{w}_{i,j-1}^0) + \\
+ S_{i,j} \alpha (\bar{w}_{i+1,j+1} + \bar{w}_{i+1,j+1}^0 + \bar{w}_{i-1,j-1} + \bar{w}_{i-1,j-1}^0 - \bar{w}_{i-1,j+1} - \bar{w}_{i-1,j+1}^0 - \\
- \bar{w}_{i+1,j-1} - \bar{w}_{i+1,j-1}^0) / 2] = \bar{q}_{i,j}^*,
\end{aligned}$$

где  $\bar{w} = w/h$ ;  $\bar{u} = u/h$ ;  $\bar{v} = v/h$ ;  $A1 = \Delta_y/h$ ;  $\alpha = \Delta_y/\Delta_x$ ;  $\bar{k}_x^* = \bar{k}_x/(m-1)^2$ ;  
 $\bar{k}_y^* = \bar{k}_y/(n-1)^2$ ;

$$\bar{q}_{i,j}^* = 0,75 \bar{q}_{i,j} \frac{(1-\nu^2)\alpha^2}{[(m-1)(n-1)]^2}; \bar{k}_x = \frac{a^2}{R_x h}; \bar{k}_y = \frac{b^2}{R_y h}; \bar{q}_{i,j} = q_{i,j} \frac{a^2 b^2}{E h^4}; \Delta_x / \Delta_y -$$

шаг конечно-разностной сетки (рис. 3);  $m, n$  – индексы средней конечно-разностной точки;  $a, b$  – длина и ширина оболочки;  $h$  – толщина оболочки;  $R_x, R_y$  – радиусы кривизны;  $E$  – модуль упругости материала;  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Для уравнений системы (1) возникли свои особенности, только при учете которых, идея автоматизированного формирования разрешающей системы нелинейных алгебраических уравнений всей оболочки была реализована. Оказалось, что в одних случаях можно получить хорошо обусловленную систему нелинейных уравнений, в других – плохо обусловленную.

Приведем метод составления разрешающих уравнений пологой оболочки для формирования уравнений равновесия  $\Sigma X = 0; \Sigma Y = 0$ . Запишем уравнения для узла  $i, j$  (рис.3), используя первые центральные разности

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2\Delta_x} [N_x^{i+1,j} - N_x^{i-1,j}] + \frac{1}{2\Delta_y} [S^{i,j+1} - S^{i,j-1}] &= 0; \\ \frac{1}{2\Delta_y} [N_y^{i,j+1} - N_y^{i,j-1}] + \frac{1}{2\Delta_x} [S^{i+1,j} - S^{i-1,j}] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

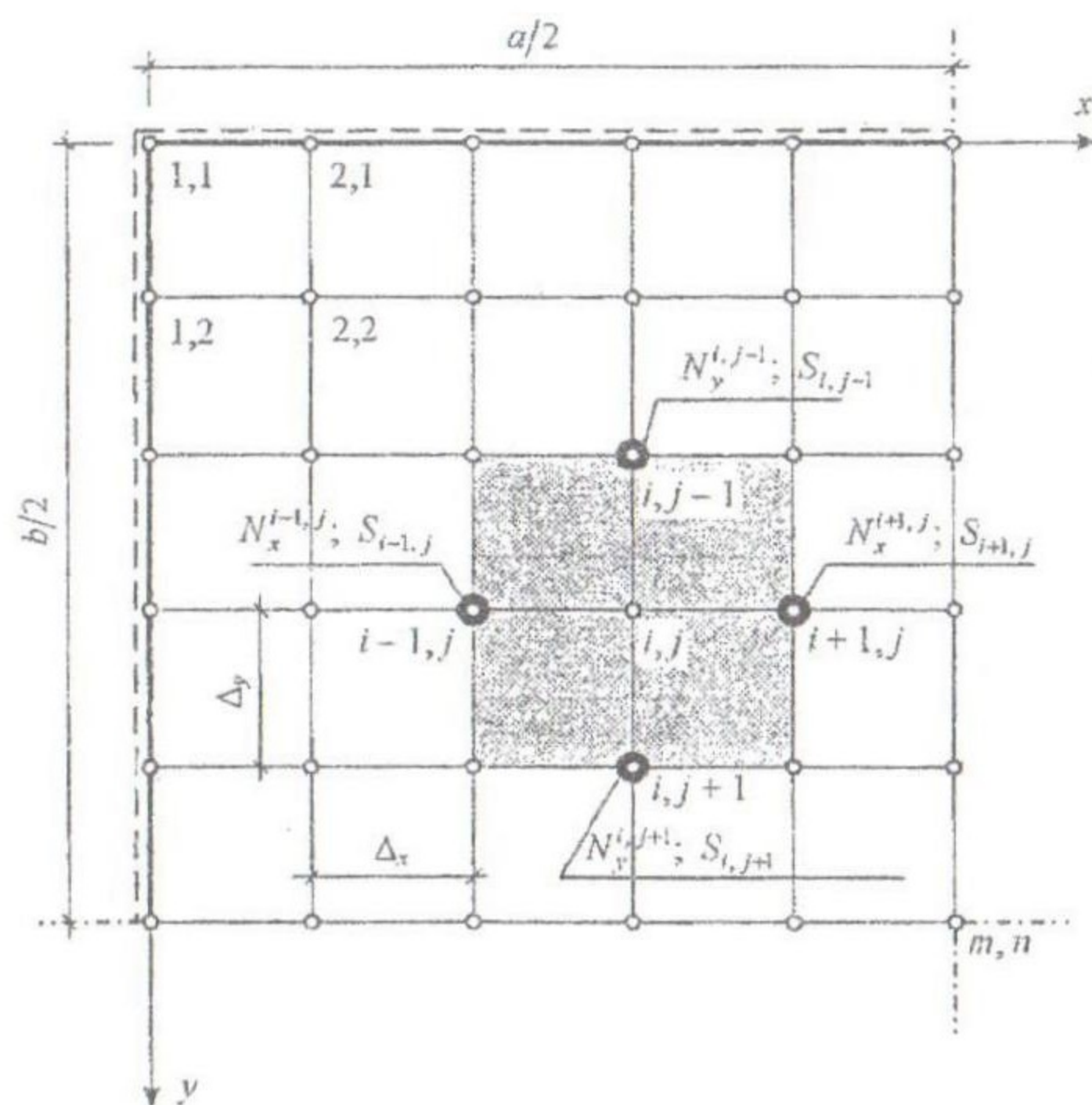


Рис. 3. Фрагмент плана пологой оболочки с нанесенной конечно-разностной сеткой

В эти уравнения входит восемь усилий в четырех точках, окружающих узел  $i, j$  (рис. 3). Выражая усилие  $N_x^{i+1,j}$  через деформации, кривизны и перемещения, записанные в конечных разностях, имеем

$$\begin{aligned}
N_x^{i+1,j} = & -\Delta_x^{-2} (w_{i+2,j} - 2w_{i+1,j} + w_{i,j}) D_{41} - \Delta_y^{-2} (w_{i+1,j+1} - \\
& - 2w_{i+1,j} + w_{i+1,j-1}) D_{42} - 0,25 (\Delta_x \Delta_y)^{-1} (w_{i+2,j+1} + w_{i,j-1} - \\
& - w_{i,j+1} + w_{i+2,j-1}) D_{43} + \{0,5 \Delta_x^{-1} (3u_{i+1,j} - 4u_{i,j} + u_{i-1,j}) + \\
& + k_x w_{i+1,j} + 0,5^3 \Delta_x^{-2} [3(w_{i+1,j} + w_{i+1,j}^0) - 4(w_{i,j} + w_{i,j}^0) + \\
& + w_{i-1,j} + w_{i-1,j}^0] - 0,5^3 \Delta_x^{-2} [3w_{i+1,j}^0 - 4w_{i,j}^0 + w_{i-1,j}^0] \} D_{44} + \\
& + [-0,5 \Delta_y^{-1} (v_{i+1,j+1} - v_{i+1,j-1}) + k_y w_{i+1,j} + 0,5^3 \Delta_y^{-2} (w_{i+1,j+1} + \\
& + w_{i+1,j+1}^c - w_{i+1,j-1} - w_{i+1,j-1}^0) - 0,5^3 \Delta_y^{-2} (w_{i+1,j+1}^0 - \\
& - w_{i+1,j-1}^c) \} D_{45} + \{0,5 \Delta_x^{-1} (3v_{i+1,j} - 4v_{i,j} + v_{i-1,j}) + \\
& + 0,5 \Delta_y^{-1} (u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j-1}) + 0,25 (\Delta_x \Delta_y)^{-1} [3(w_{i+1,j} + \\
& + w_{i+1,j}^0) - 4(w_{i,j} + w_{i,j}^0) + w_{i-1,j} + w_{i-1,j}^0] (w_{i+1,j+1} + \\
& + w_{i+1,j+1}^0 - w_{i+1,j-1} - w_{i+1,j-1}^0) - 0,25 (\Delta_x \Delta_y)^{-1} (3w_{i+1,j}^0 - \\
& - 4w_{i,j}^0 + w_{i-1,j}^0) (w_{i+1,j+1}^0 - w_{i+1,j-1}^0) \} D_{46}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Из приведенного соотношения видно, что при записи деформаций в конечных разностях необходимо соблюдать условие, чтобы в выражения разностных аналогов входили лишь перемещения узлов в прямоугольнике (рис. 3), т.е. производные по  $X$  в точках  $i, j-1$ ;  $i, j+1$  и производные по  $Y$  в узлах  $i-1, j$ ;  $i+1, j$  представляются в центральных разностях, а остальные в односторонних. В узлах  $i+1, j$ ;  $i, j+1$  используется интерполяция назад, а в узлах  $i, j-1$ ;  $i-1, j$  — интерполяция вперед (4).

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j}^- &= \frac{3u_{i,j} - 4u_{i,j-1} + u_{i,j-2}}{2\Delta_x}, \\
\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j}^+ &= \frac{-3u_{i,j} + 4u_{i,j+1} - u_{i,j+2}}{2\Delta_x}
\end{aligned} \tag{5}$$

Такой прием позволил избежать погрешности, вносимой в общую систему разрешающих уравнений, при автоматизированном формировании зависимостей равновесия  $\sum X = 0$ ;  $\sum Y = 0$ , дважды последовательно замененных первыми центрально-разностными аналогами [4].

Выполнены расчеты по программе PROBA. Результаты упругих решений приведены в таблице 1.

Таблица: 1

Сравнение результатов расчета по программе PROBA с другими известными решениями

№ п/п	Теория расчета	a, м	b, м	f, м	h, м	v	Граничные условия		Метод расчета	Число членов ряда	m, n – координаты центра оболочки							Автор	E, кН/м <sup>2</sup>	q, кН/м <sup>2</sup>
							x=0	y=0			M <sub>x</sub> <sup>m,n</sup> , кН·м/м	M <sub>y</sub> <sup>m,n</sup> , кН·м/м	N <sub>x</sub> <sup>m,n</sup> , кН/м	N <sub>y</sub> <sup>m,n</sup> , кН/м	w <sup>m,n</sup> , м	u <sup>m,n</sup> , м	v <sup>m,n</sup> , м			
1	2	18	18	0,3	0,06	0,3	x=0 x=a	y=0 y=b	МКР	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	ГЛ	18	18	0,3	0,06	0,3	(3.35)	(3.35)	МКР	4×4	-1,934	-1,934	-556,2	-556,2	-0,129	0	0	[47] [120]	3,15·10 <sup>7</sup>	4,0
2	ГЛ	18	18	0,3	0,06	0,3	(3.35)	(3.35)	МКР	6×6	-1,989	-1,989	-588,6	-588,6	-0,166	0	0	[120]	3,15·10 <sup>7</sup>	4,0
3	ГЛ	18	18	0,3	0,06	0,3	(3.35)	(3.35)	ДТР	1	-	-	-648,0	-648,0	-0,185	-	-	[120]	3,15·10 <sup>7</sup>	4,0
4	ГЛ	18	18	0,3	0,06	0,3	(3.35)	(3.35)	МКР	4×4	-1,902	-1,902	-555,4	-555,4	-0,129	0	0	PROBA	3,15·10 <sup>7</sup>	4,0
5	ГЛ	18	18	0,3	0,06	0,3	(3.35)	(3.35)	МКР	12×12	-1,426	-1,426	-623,6	-623,6	-0,175	0	0	PROBA	3,15·10 <sup>7</sup>	4,0
6	ГН	18	18	1,8	0,06	0,17	(3.35)	(3.35)	ДТР	15	-0,010	-0,010	-90,5	-90,5	-0,004	-	-	[144]	3,15·10 <sup>7</sup>	4,0
7	ГН	18	18	1,8	0,06	0,17	(3.35)	(3.35)	МКР	20×20	0,0001	0,0001	-90,8	-90,8	-0,004	0	0	PROBA	3,15·10 <sup>7</sup>	4,0

ГЛ – геометрически линейная теория; ГН – геометрически нелинейная теория; f – стрела подъема контурного элемента; МКР – метод конечных разностей; ДТР – двойные тригонометрические ряды.



В результате проведения численных расчетов на ПЭВМ получены параметры предельной допустимой нагрузки для пологих прямоугольных в плане оболочек в большом диапазоне изменения геометрических характеристик конструкций.

Расчет на устойчивость оболочек следует вести по Приложению 6 «Руководства по проектированию железобетонных пространственных конструкций покрытий и перекрытий» с учетом поправочного коэффициента на начальные несовершенства формы по формуле:

$$q^{уст} = q_{рук}^{уст} \cdot \Delta^{nn}.$$

Коэффициент  $\Delta^{nn}$  приведен в табл. 2 для цилиндрических оболочек с диапазоном кривизны  $30 \leq \bar{k}_2 \leq 100$ , а также в табл. 3 для оболочек двойкой положительной гауссовой кривизны. В таблицах приняты следующие параметры:  $R$  – радиус кривизны оболочки;  $b$  – геометрический размер плана оболочки;  $h$  – толщина оболочки.

При расчете несущей способности следует учитывать рекомендации полученные в данной работе, которые строятся на учете реальной геометрии расчетных моделей оболочек.

Таблица 2

Поправочный коэффициент  $\Delta^{nn}$  для расчета устойчивости цилиндрических оболочек

$b/h$ $R/h$	60	80	100	110	120	130	140	150	160	170
100	0,547	0,546	0,780							
120	0,603	0,514	0,657							
140		0,511	0,581	0,679						
160		0,518	0,541	0,608	0,701				$\bar{k}_2 >$ 100	
180		0,551	0,519	0,560	0,630	0,735				
200		0,582	0,504	0,519	0,585	0,666	0,766			
220			0,511	0,517	0,533	0,603	0,695			
240		$\bar{k}_2 <$ 30	0,517	0,506	0,525	0,573	0,644	0,734		
260			0,528	0,510	0,518	0,551	0,606	0,684	0,769	
280			0,550	0,514	0,508	0,527	0,570	0,633	0,714	
300			0,570	0,517	0,507	0,520	0,553	0,604	0,671	0,756

Поправочный коэффициент  $\Delta'''$  для расчета устойчивости оболочек двойкой кривизны

$b/h$ $R/h$	100	120	140	160	180	200	220	240
200	1,094	0,838	0,633	1,111				
220	1,147	0,911	0,691	0,975	1,220			
240	1,191	0,984	0,748	0,791	1,165			
260		1,032	0,803	0,631	1,079			
280		1,078	0,861	0,675	0,966	1,205		
300		1,117	0,912	0,719	0,827	1,154		
320		1,153	0,965	0,762	0,659	1,083		
340			1,007	0,805	0,651	0,995	1,202	
360			1,042	0,846	0,685	0,888	1,160	
380			1,077	0,888	0,719	0,764	1,107	
400			1,106	0,930	0,755	0,622	1,038	
420			1,133	0,970	0,788	0,651	0,959	1,178
440				1,001	0,821	0,678	0,867	1,132
460				1,035	0,854	0,706	0,762	1,085
480				1,056	0,887	0,734	0,647	1,026
500	1,080	0,920	0,762	0,639	0,958	1,165		
520	1,103	0,950	0,789	0,663	0,882	1,128		
540	1,125	0,985	0,817	0,689	0,797	1,087		
560		1,005	0,844	0,711	0,704	1,035		
580		1,026	0,870	0,734	0,626	0,979	1,165	
600		1,047	0,896	0,756	0,647	0,917	1,133	
620		1,068	0,923	0,779	0,665	0,848	1,098	
640		1,088	0,950	0,802	0,686	0,773	1,058	
660		1,106	0,976	0,824	0,705	0,690	1,012	
680		1,123	0,995	0,846	0,723	0,625	0,959	1,152
700			1,009	0,867	0,742	0,641	0,905	1,117
720			1,031	0,891	0,762	0,659	0,846	1,085
740			1,047	0,921	0,779	0,674	0,779	1,046
760			1,067	0,937	0,801	0,693	0,712	1,006
780			1,078	0,953	0,818	0,707	0,636	0,960
800			1,095	0,978	0,838	0,726	0,633	0,914

## Выводы

1. Определены наименьшие критические нагрузки и формы потери устойчивости симметричных моделей пологих оболочек с несовершенствам.

2. Разработаны практические рекомендации по расчету устойчивости цилиндрических открытых оболочек и ОДК при шарнирном закреплении на контуре.

## Summary

The questions of stability of reinforced concrete shells during their life are investigated in this article.

1. Прокопович И.Е., Айзен Б.М. О расчете упругих сферических оболочек на устойчивость// Строительная механика и расчет сооружений. - 1983. - №3. - С. 37 – 41. 2. Шугаев В.В. О расчетах устойчивости железобетонных сферических оболочек// Строительная механика и расчет сооружений. – 2007. - №1. – С. 33 – 37. 3. Карпенко Н.И., Шугаев В.В., Соколов Б.С. Развитие методов предельного равновесия на тонкостенные пространственные конструкции с изменением формы поверхности к моменту разрушения из различных материалов (фибро - бетон, армированные пластики, железобетон) на основе экспериментальных исследований. Обобщение результатов экспериментальных исследований и апробация методов расчета прочности и устойчивости на основе тонкостенных пологих железобетонных оболочек. НИР. – Москва: НИПКТИБЖ, 1999. – 105с. 4. Isler Heinz. The stability of thin concrete Shells//Buckling Shells. Proc. State of the Art Collog., Univ. Stuttgart, May 6-7, 1982. – Berlin, 1982. – p.645-672. 5. Dulaska E. Explanation of the chapter on stability of the "Recommendation for Reinforced Concrete Shells and Folded Plates" 1979 and a proposal its improvement/ IASS Bulletin # 77, 1982. 6. Dulaska E. The safety factor to be applied in Shells buckling analysis// Acta Technica Acad. Shi Hung., 1986. -Vol.99 (1-2). - p.9-30. 7. Дорофеев В.С., Коломийчук Г.П. Влияние начальных невыгодных несовершенств формы срединной поверхности на устойчивость оболочек// Вісник ОДАБА, Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2012. – Вип. 46. – С. 102 – 117. 8. Дорофеев В.С., Лучко Й.Й., Коломийчук Г.П. Розрахунок стійкості пологих залізобетонних оболонок з урахуванням невідгідних локальних обмежених початкових недосконалостей форми/Зб. наук. праць "Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій". – Львів: Каменяр, 2012. – Вип. 9. – С. 323 – 332. 9. Коломийчук Г.П. Розрахунок пологих залізобетонних оболонок в нелінійній постановці з урахуванням початкових недосконалостей/ Автор. дис. к.т.н. – Одеса, 2004. – 24с. 10. Новое о прочности железобетона. – М.: Стройиздат, 1977. – 272 с. 11. СП 52 – 117 – 2008 Железобетонные пространственные конструкции покрытий и перекрытий. Часть 1. Методы расчета и конструирование. – Москва, 2008. 12. Руководство по проектированию железобетонных пространственных конструкций покрытий и перекрытий. – Москва: Стройиздат, 1979. – 421 с.