

РАСЧЕТ КРУГЛЫХ ФУНДАМЕНТНЫХ ПЛИТ С УЧЕТОМ ПОЛЗУЧЕСТИ ОСНОВАНИЯ И МАТЕРИАЛА ПЛИТЫ

Яременко А.Ф., Будзул, А.Я., Пилипенко А.В. (Одесская государственная академия строительства и архитектуры, г. Одесса)

В статье описывается применение метода Горбунова-Посадова для расчета круглых плит с учетом ползучести основания и материала плиты; приведены примеры, а также анализ полученных результатов.

1. Теоретические основы

2.

В основу расчета была взята методика Горбунова-Посадова для расчета круглых симметрично нагруженных плит, основанием которых является упругое полупространство. Идея Горбунова-Посадова заключается в следующем. Для определения прогибов круглой плиты на упругом основании можно записать следующие дифференциальные уравнения.

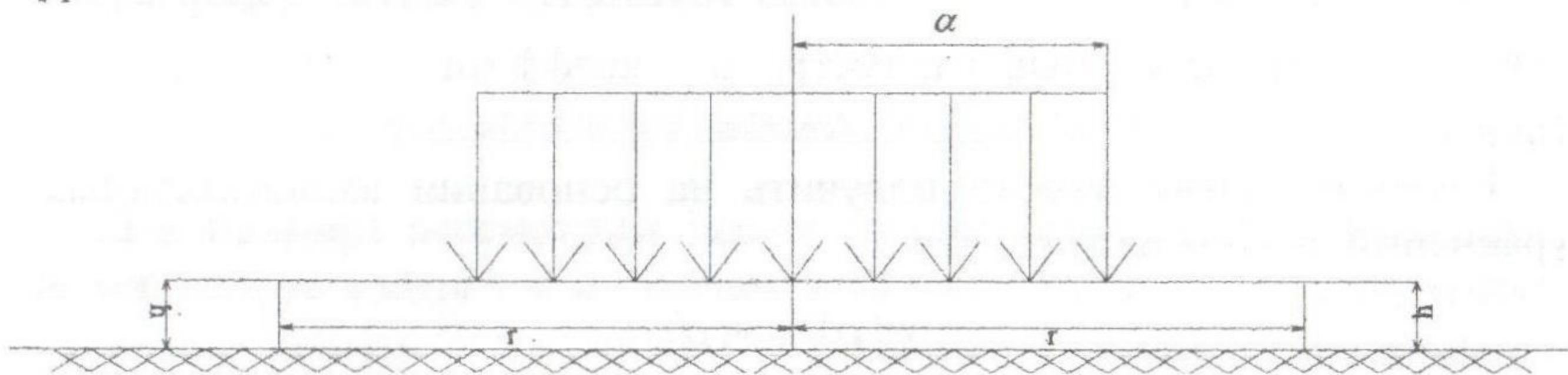


Рис. 1.

Для области ($0 \leq \rho \leq a$)

$$D \left(\frac{d^4 w}{d \bar{\rho}^4} + \frac{2}{\bar{\rho}} \cdot \frac{d^3 w}{d \bar{\rho}^3} - \frac{1}{\bar{\rho}^2} \cdot \frac{d^2 w}{d \bar{\rho}^2} + \frac{1}{\bar{\rho}^3} \cdot \frac{dw}{d \bar{\rho}} \right) = q - p(\bar{\rho}),$$

или, вводя сокращенные обозначения, $D \nabla^4 w(\bar{\rho}) = q - p(\bar{\rho})$.

Для области ($a \leq \bar{\rho} \leq r$)

$$D\nabla^4 w(\bar{\rho}) = -p(\bar{\rho}),$$

где r - радиус плиты, $\bar{\rho}$ - расстояние от центра до определенной точки, $p(\bar{\rho})$ - реактивное давление грунта, q - внешняя нагрузка, D - цилиндрическая жесткость, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu_1^2)}$, E - модуль упругости материала плиты, h - толщина плиты, μ_1 - коэффициент Пуассона.

С другой стороны осадка упругого полупространства $v(\bar{\rho})$ под действием некоторого давления $p(\bar{\rho})$ имеет вид

$$v(\bar{\rho}) = \frac{4(1-\mu_0^2)}{\pi E_0} \left\{ \frac{1}{\bar{\rho}} \int_0^{\bar{\rho}} p(\bar{\rho}') \bar{\rho}' \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1 - \left(\frac{\bar{\rho}'}{\bar{\rho}}\right)^2 \sin^2 x}} d\bar{\rho}' + \int_{\bar{\rho}}^r p(\bar{\rho}') \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1 - \left(\frac{\bar{\rho}'}{\bar{\rho}}\right)^2 \sin^2 x}} d\bar{\rho}' \right\}$$

где $\bar{\rho}$ - расстояние от центра до определенной точки, $\bar{\rho}'$ - расстояние от центра до нагрузки, $v(\bar{\rho})$ - осадка грунта, E_0 - модуль деформации грунта, x - произвольный параметр, μ_0 - коэффициент Пуассона для грунта.

Решение задачи можно получить на основании вышеуказанных уравнений, исходя из того, что

$$w(\bar{\rho}) = v(\bar{\rho}),$$

а также из условий на крае плиты.

Закон распределения реактивных давлений $p(\bar{\rho})$, удовлетворяющий этим требованиям, ищут в следующем виде

$$p = \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n} \bar{\rho}^{2n},$$

где $\bar{\rho} = \frac{\rho}{r}$ - приведенное расстояние от точки до центра плиты.

Таким образом, задача сводится к определению неизвестных коэффициентов a_{2n} , исходя из наложенных на плиту и грунт требований.

Подробный вывод коэффициентов a_{2n} для разных случаев нагружения (равномерная нагрузка по кругу, равномерная нагрузка по кольцу, силовая и моментная нагрузки по окружности, силовая нагрузка в центре плиты), а также вывод формул усилий для каждого случая приведены в работах Горбунова-Посадова [1]-[3].

Однако это весьма трудоемкий процесс и в практических расчетах удобно использовать таблицы для нахождения усилий и деформаций в плите, а также реактивных давлений грунта, составленные Горбуновым-Посадовым.

На кафедре строительной механики ОГАСА разработана компьютерная программа «Механика» для определения прогибов, реактивных давлений и усилий в подобных задачах реализующая методику Горбунова-Посадова. Дополнительно, с использованием приведенного модуля деформаций, учитывается ползучесть основания и бетона плиты.

Рассмотрим сопоставление результатов, полученных для трех случаев: 1 случай - расчет без учета ползучести, 2 случай - расчет с учетом ползучести основания и 3 случай - расчет с учетом ползучести материала плиты.

Приведенный модуль упругости материала с учетом ползучести:

$$E_{n0} = \frac{E_0}{1 + \varphi_0} \quad E_{n1} = \frac{E}{1 + \varphi_1},$$

где φ - характеристика ползучести.

2. Практический пример. Результаты расчета

Для примера рассмотрим задачу со следующими исходными данными: радиус плиты - 4 м., толщина плиты - 0.4 м., модуль упругости материала плиты - $2.7 \cdot 10^7 \text{ кН/м}^2$, модуль упругости для грунта - $2.7 \cdot 10^4 \text{ кН/м}^2$, коэффициент Пуассона для материала плиты - 0.17, коэффициент Пуассона для грунта - 0.35, нагрузка на плиту - 50 кН/м^2 , отношение радиуса нагрузки к радиусу плиты - 1.

В нашем случае показатель гибкости круглой плиты s , будет иметь следующее значение:

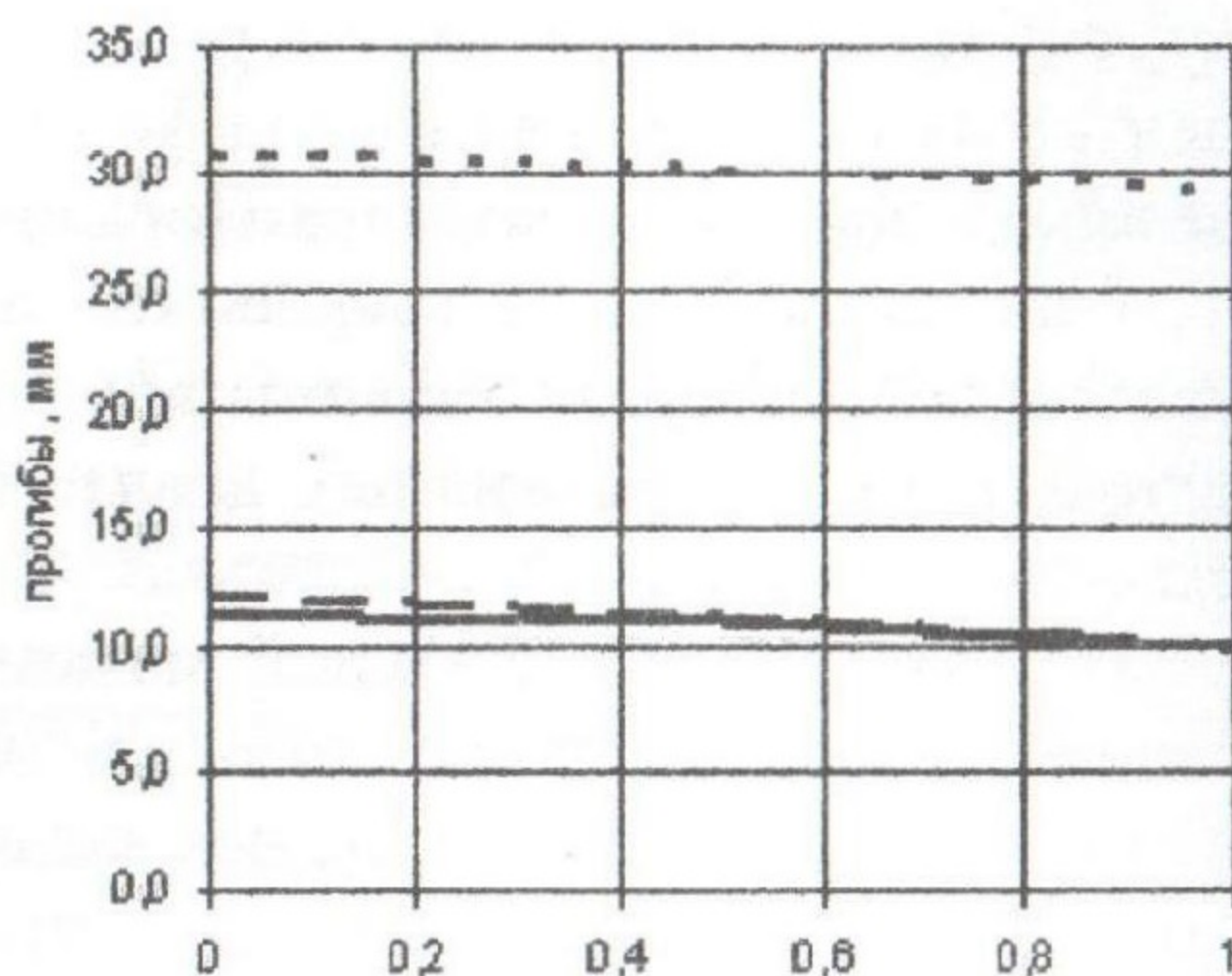
$$s = 3 \cdot \frac{1 - \mu_1^2}{1 - \mu_0^2} \cdot \frac{E_0}{E_1} \cdot \frac{r^3}{h^3} = 3 \cdot \frac{1 - 0.17^2}{1 - 0.35^2} \cdot \frac{2.7 \cdot 10^4}{2.7 \cdot 10^7} \cdot \frac{4^3}{0.4^3} = 3.32.$$

Поскольку $1/2 \leq s \leq 10$, плита относится к категории плит имеющих конечную жесткость и радиус.

Расчет выполнен с помощью программы «МЕХАНИКА». Результаты расчета приведены на рисунках 2-4.

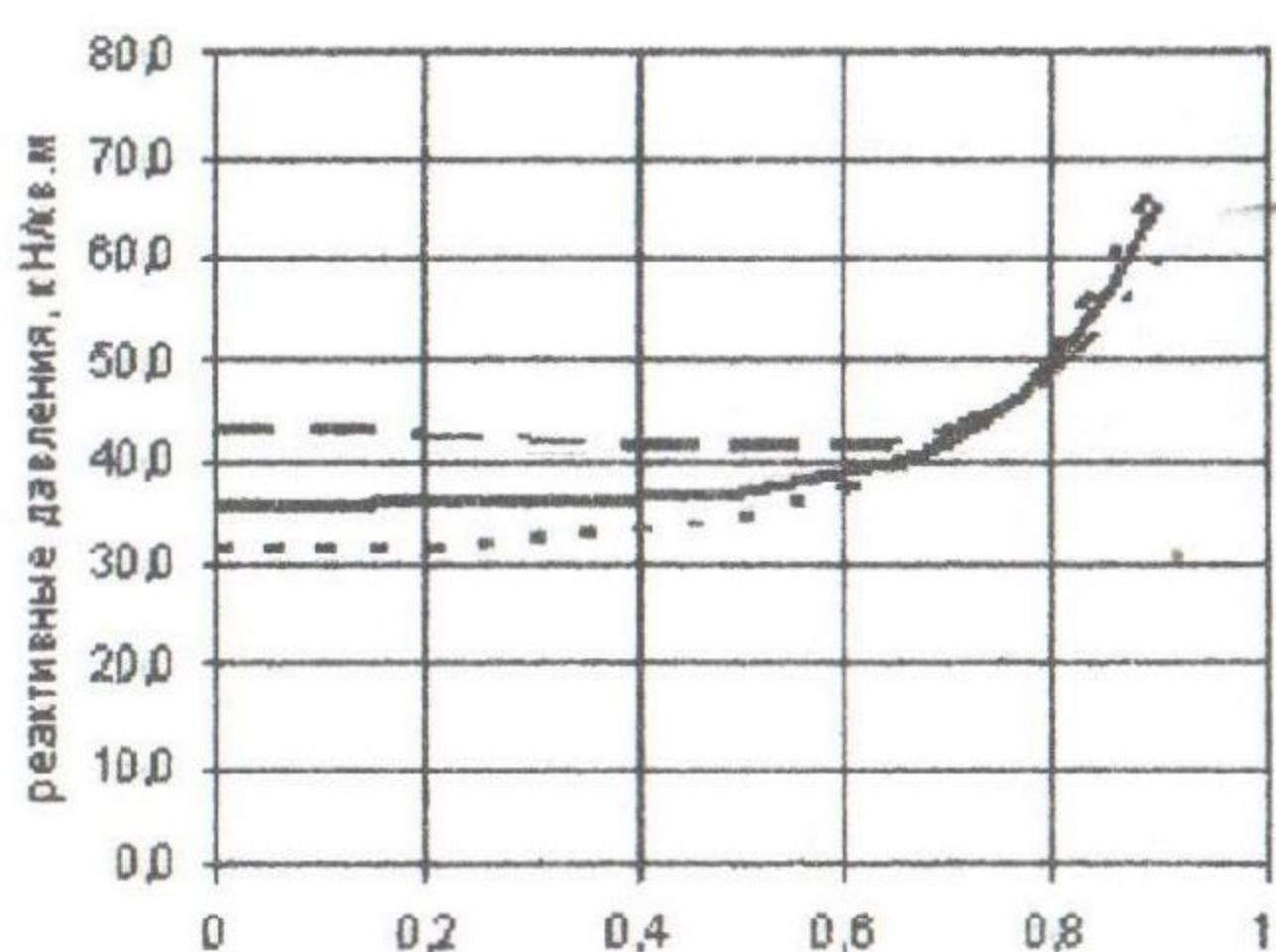
а)

Относ. радиус	1 случай	2 случай	3 случай
0	11,39284	30,43000	12,25
0,1	11,37781	30,43000	11,99
0,2	11,33316	30,37000	11,99
0,3	11,26031	30,29000	11,73
0,4	11,16159	30,11000	11,47
0,5	11,04026	30,03000	11,47
0,6	10,90043	29,85000	11,21
0,7	10,74695	29,68000	10,95
0,8	10,58519	29,45000	10,43
0,9	10,42054	29,28000	10,17
1	10,25723	29,10000	9,91



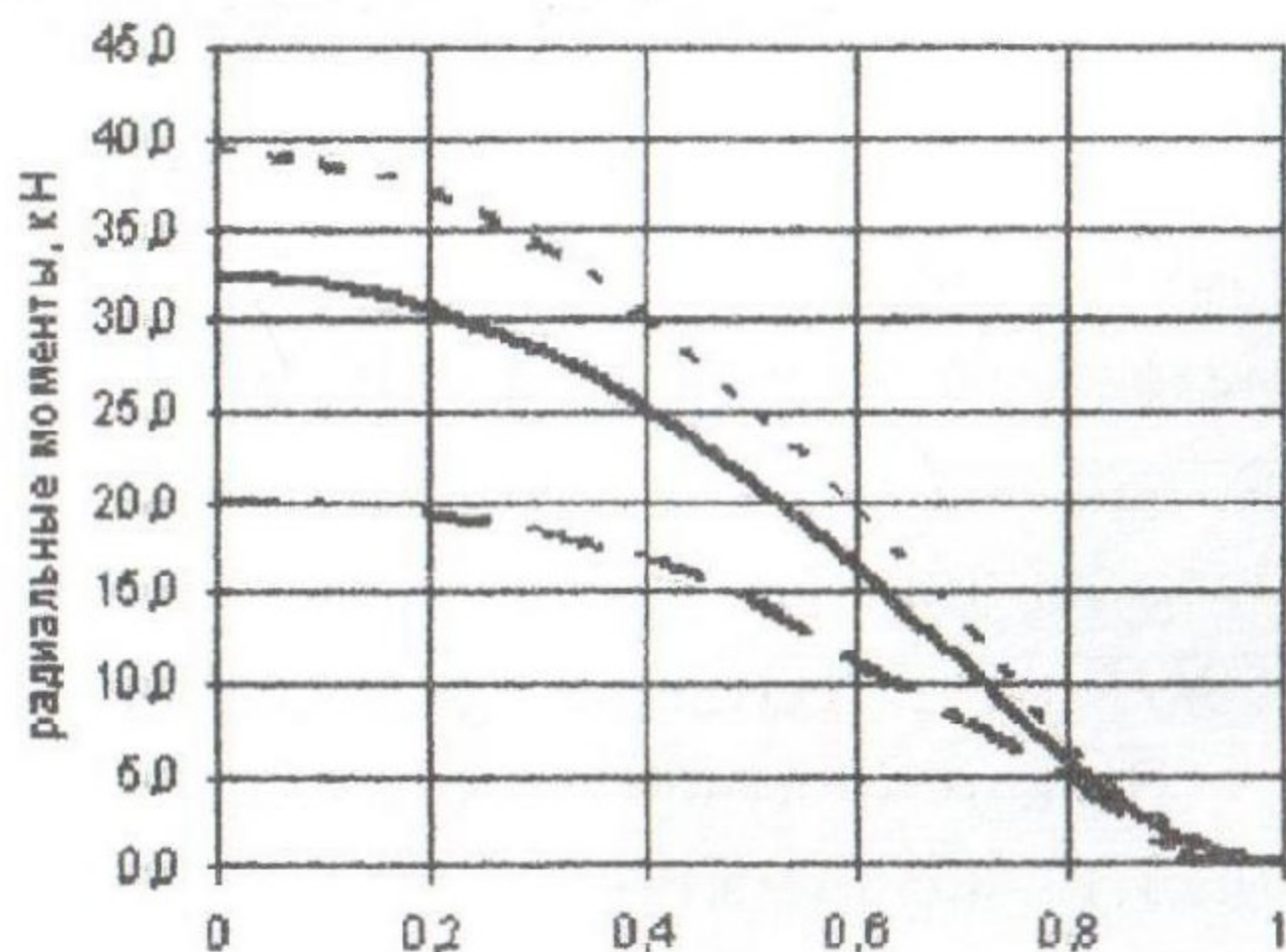
б)

Относ. радиус	1 случай	2 случай	3 случай
0	35,50740	31,32384	42,97151
0,1	35,51814	31,32384	42,97151
0,2	35,56739	31,65907	42,47436
0,3	35,71118	32,15907	41,97721
0,4	36,06373	32,99430	41,48006
0,5	36,84719	34,49430	41,48291
0,6	38,51388	36,82953	41,48860
0,7	42,02958	41,50000	42,99715
0,8	49,48318	50,33523	48,00570
0,9	65,30358	68,34093	60,01994
1	-	-	-



в)

Относ. радиус	1 случай	2 случай	3 случай
0	32,56897	39,48186	20,04558
0,1	32,11013	38,68186	20,04558
0,2	30,73489	37,08186	19,24558
0,3	28,44925	34,14549	18,43647
0,4	25,27085	30,14549	16,83191
0,5	21,24351	25,07274	14,42735
0,6	16,46634	19,47274	11,21823
0,7	11,15491	13,07274	8,01368
0,8	5,77464	6,40000	4,80456
0,9	1,33274	1,60000	0,80456
1	0,00000	0,00000	0,00000

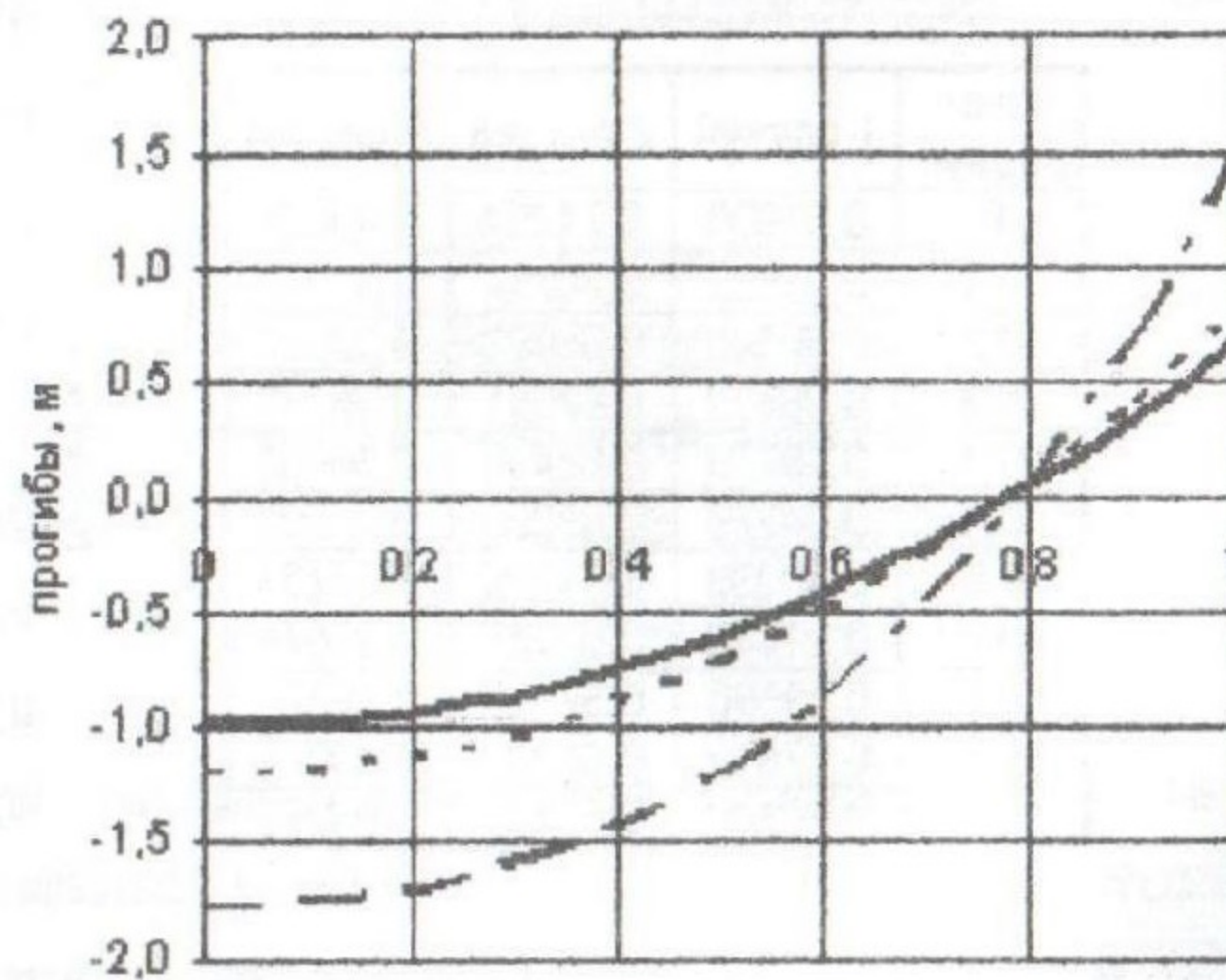


— 1 случай — • • • 2 случай — • • • 3 случай

Рис.2. Случай нагрузки по кругу: а – прогибы, б – реактивные давления, в – радиальные моменты.

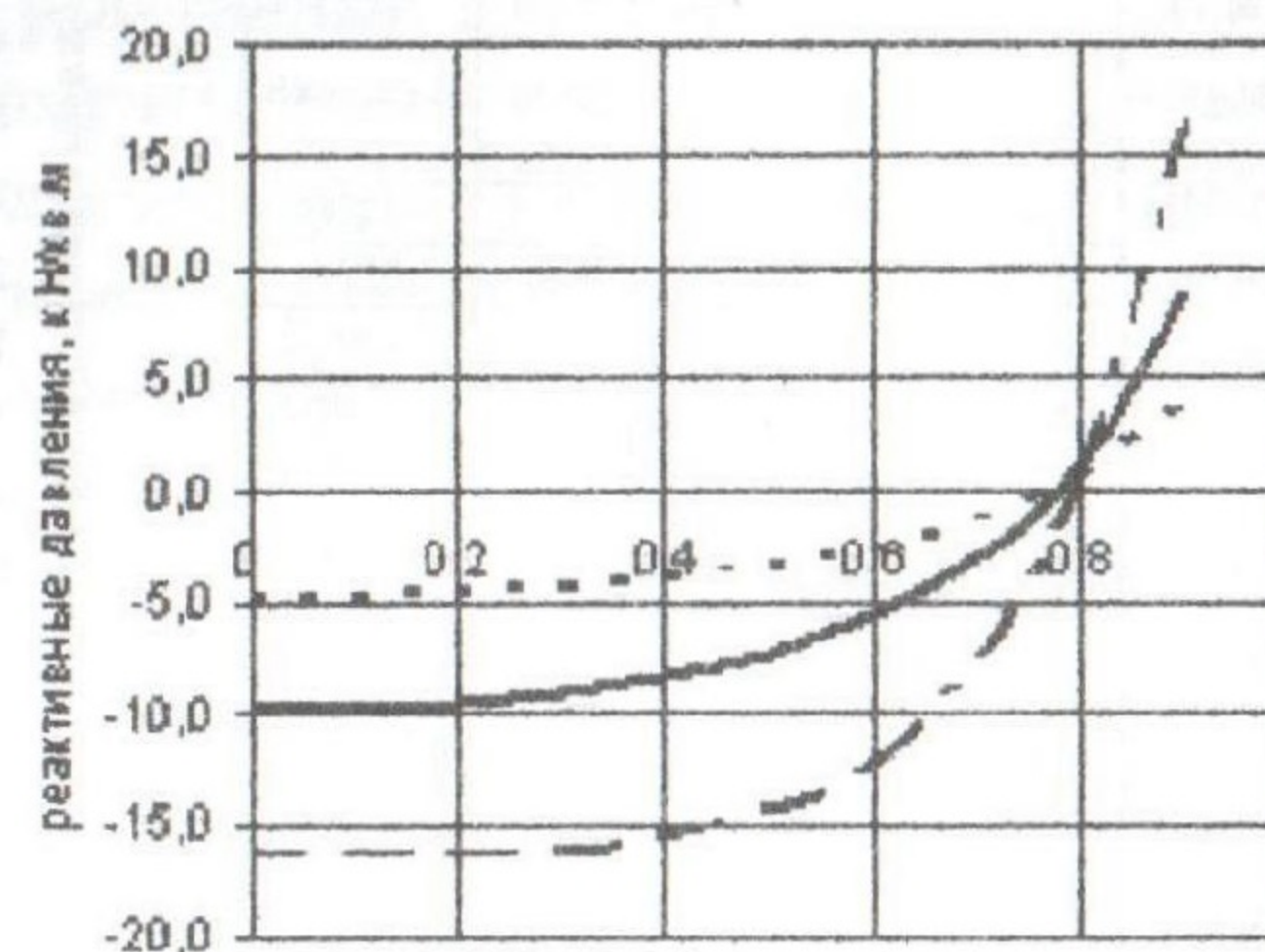
а)

Относ. радиус	1 случай	2 случай	3 случай
0	-0,98409	-1,20497	-1,78675
0.1	-0,96956	-1,18514	-1,75434
0.2	-0,92563	-1,12929	-1,70536
0.3	-0,85138	-1,03385	-1,59156
0.4	-0,74528	-0,89513	-1,42897
0.5	-0,60526	-0,72223	-1,20138
0.6	-0,42879	-0,50428	-0,87657
0.7	-0,21298	-0,24312	-0,47055
0.8	0,04518	0,06666	0,04898
0.9	0,34852	0,41602	0,69805
1	0,69910	0,81221	1,49305



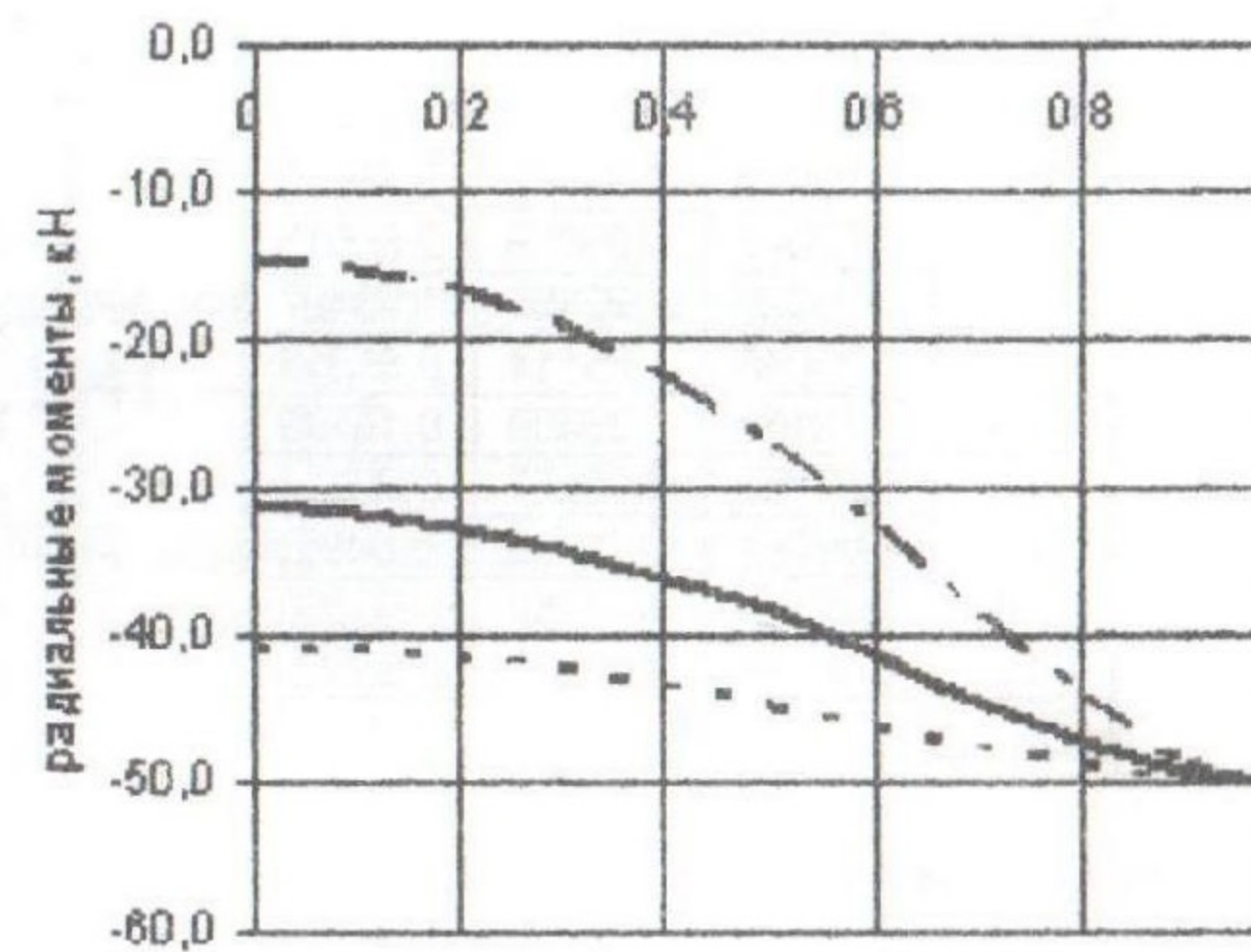
б)

Относ. радиус	1 случай	2 случай	3 случай
0	-9.73487	-4.78051	-16.35239
0.1	-9.65877	-4.71801	-16.35203
0.2	-9.42066	-4.59336	-16.28846
0.3	-8.98910	-4.33342	-16.06847
0.4	-8.30394	-3.95913	-15.53579
0.5	-7.25844	-3.38741	-14.37918
0.6	-5.65696	-2.58734	-12.09972
0.7	-3.11938	-1.34019	-7.69988
0.8	1.12135	0.63423	0.72160
0.9	8.61921	4.05253	16.90616
1	-	-	-



в)

Относ. радиус	1 случай	2 случай	3 случай
0	-31.34382	-41.18756	-14.56268
0.1	-31.65144	-41.18756	-15.06268
0.2	-32.56632	-41.68756	-16.56983
0.3	-34.06336	-42.35233	-19.05698
0.4	-36.09642	-43.51709	-22.55128
0.5	-38.59091	-44.84663	-27.04558
0.6	-41.43003	-46.17616	-32.53419
0.7	-44.42901	-47.50570	-38.52279
0.8	-47.28360	-48.67047	-44.01425
0.9	-49.46428	-49.83523	-48.50285
1	-50	-50	-50

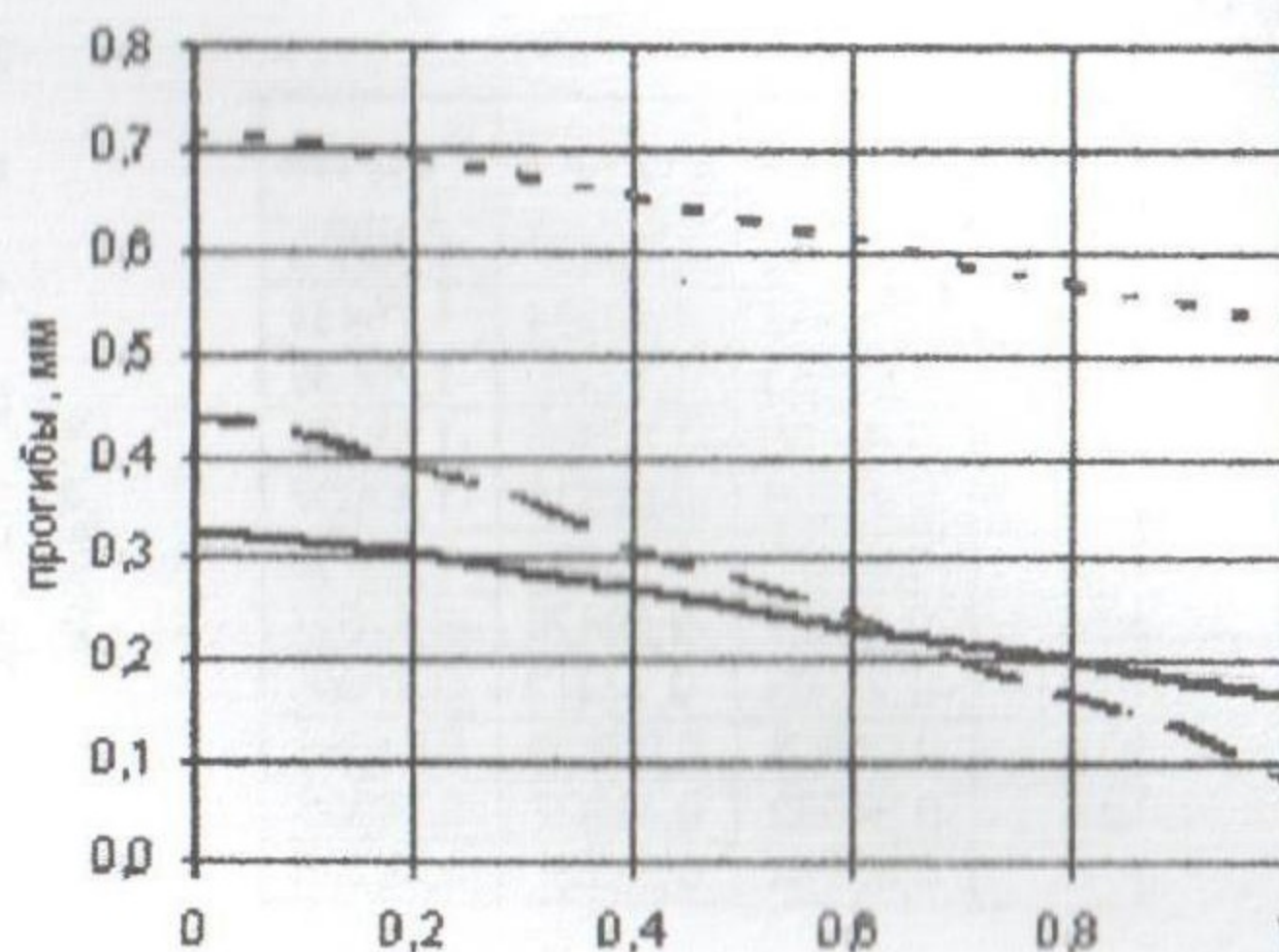


— 1 случай - - - 2 случай — · - · 3 случай |

Рис.3. Случай моментной нагрузки по окружности: а – прогибы, б – реактивные давления, в – радиальные моменты.

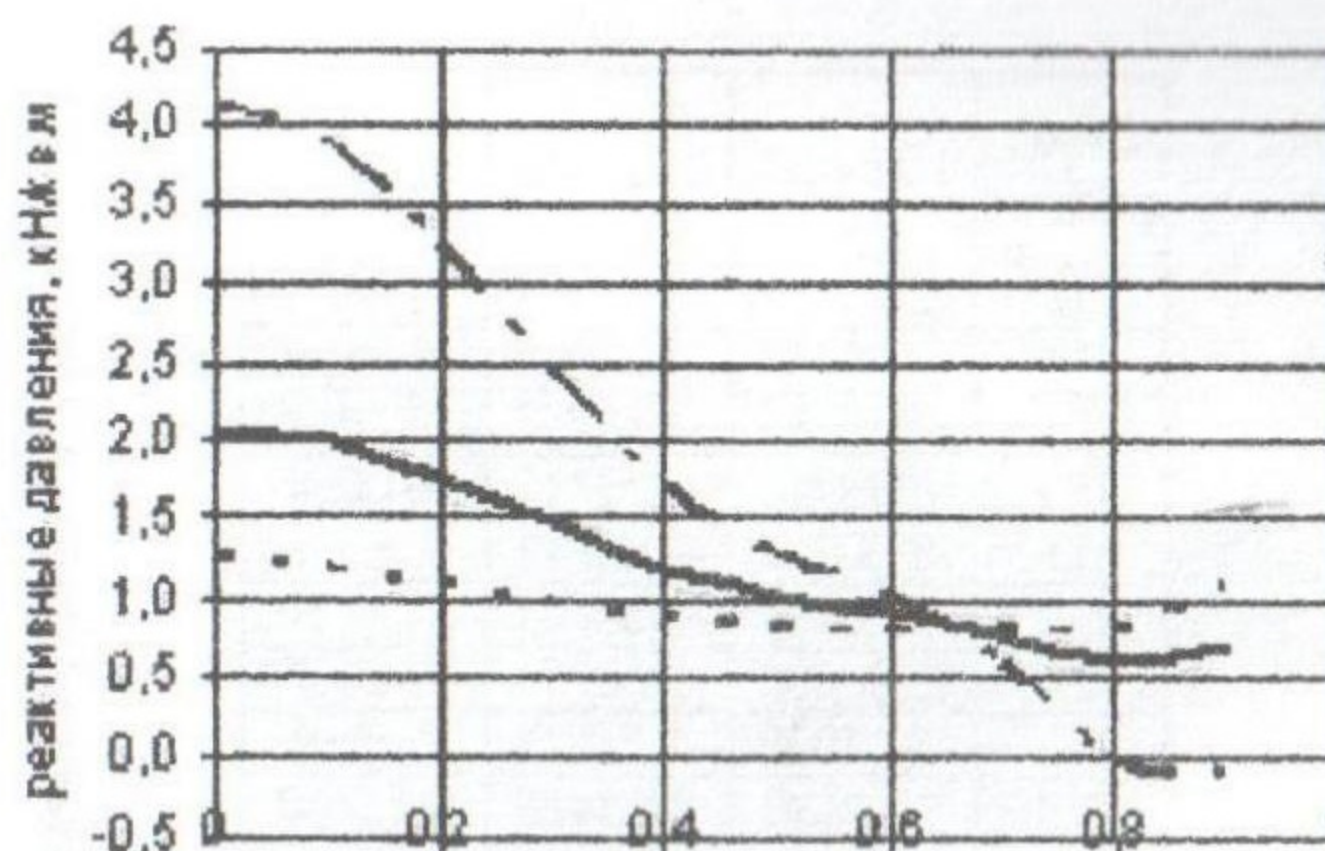
а)

Относ. радиус	1 случай	2 случай	3 случай
0	0,31980	0,71254	0,43907
0,1	0,31532	0,70714	0,42287
0,2	0,30310	0,69093	0,39037
0,3	0,28613	0,67651	0,35796
0,4	0,26770	0,65490	0,30935
0,5	0,24979	0,63330	0,27685
0,6	0,23238	0,61709	0,24435
0,7	0,21443	0,59187	0,19574
0,8	0,19598	0,57026	0,16324
0,9	0,17912	0,55228	0,13074
1	0,16196	0,53430	0,08213



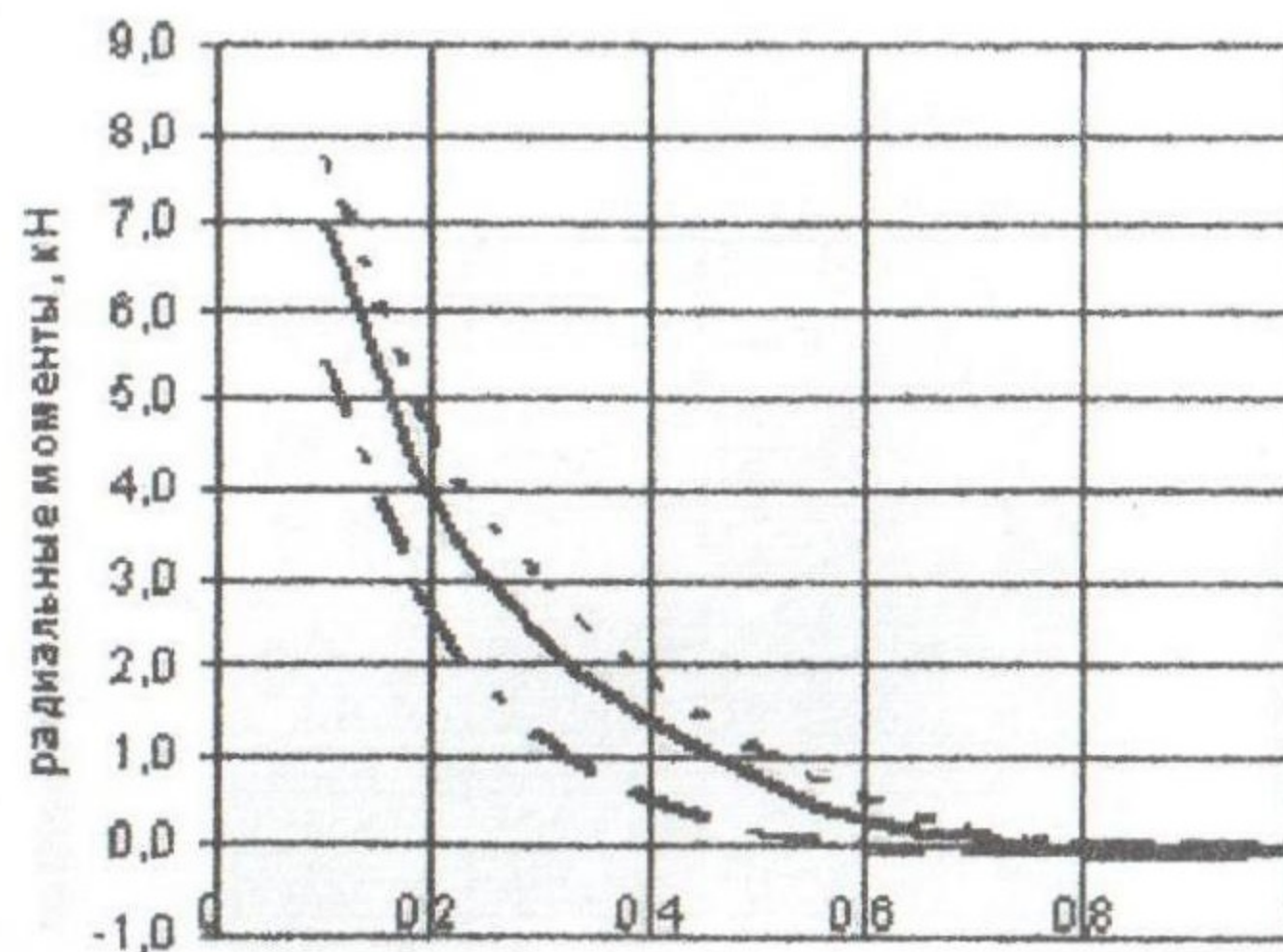
б)

Относ. радиус	1 случай	2 случай	3 случай
0	2,09972	1,24822	4,14806
0,1	2,00745	1,20667	3,89859
0,2	1,76694	1,09233	3,24412
0,3	1,46846	0,99893	2,43376
0,4	1,20825	0,87429	1,74804
0,5	1,03372	0,82244	1,31161
0,6	0,91431	0,80185	1,03089
0,7	0,77315	0,81250	0,62571
0,8	0,60703	0,83381	0,00249
0,9	0,70107	1,08416	-0,09072
1	-	-	-



в)

Относ. радиус	1 случай	2 случай	3 случай
0	беск-ть	беск-ть	беск-ть
0,1	6,96016	7,75171	5,45570
0,2	3,93049	4,66819	2,60513
0,3	2,33526	2,98466	1,25427
0,4	1,35845	1,85114	0,55313
0,5	0,73158	1,08409	0,15199
0,6	0,33302	0,55057	0,00114
0,7	0,09701	0,21705	-0,04943
0,8	-0,02301	0,03352	0,00000
0,9	-0,06149	0,00000	0,00000
1	0	0	0



— 1 случай - - - 2 случай — · - · 3 случай |

Рис. 4. Случай силовой нагрузки в центре плиты: а – прогибы, б – реактивные давления, в – радиальные моменты.

3. Анализ полученных результатов и их сопоставления.

Выводы

Сравнивая расчет в «упругой» постановке (без учета ползучести), расчет с учетом ползучести основания и расчет с учетом ползучести материала плиты для трех разных случаев нагружения круглой плиты на упругом основании, можно сделать определенные выводы о влиянии ползучести материалов плиты и основания на величины деформаций и усилий.

Ползучесть существенно влияет на перемещения плиты, реактивные давления грунта и распределение усилий. В случае ползучести основания (при $\varphi=1,5$) прогибы плиты увеличиваются в 2-3 раза в зависимости от случая нагружения; реактивные давления уменьшаются, радиальные и тангенциальные моменты увеличиваются, поперечные силы увеличиваются. В случае ползучести материала плиты $\varphi=2$ прогибы плиты приближаются к прогибам плиты в расчете без учета ползучести; ситуация с моментами и поперечными силами в среднем обратная ситуации с учетом ползучести основания.

Выполненные расчеты указывают на необходимость учета реологических свойств основания и материала плиты при проектировании фундаментных плит.

Литература

1. Горбунов-Посадов М.И. Плиты на упругом основании. – Москва: «Стройиздат наркомстроя», 1941. – 75 с.
2. Горбунов-Посадов М.И. Расчет конструкций на упругом основании. Москва: «Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре», 1953. – 516 с.
3. Горбунов-Посадов М.И., Маликова Т.А. Расчет конструкций на упругом основании. – Москва: «Стройиздат», 1984. – 679 с.
4. Прокопович И.Е. Влияние длительных процессов на напряженное и деформированное состояние сооружений. – Москва, 1993. – 260 с.