

УДК 624.016, 519.876.5: 004.358
ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

А. Н. Герега

Одесская государственная академия строительства и архитектуры

Картина не так проста, как хотелось бы.
Э. Шрёдингер

Различные науки дают многочисленные примеры сложных систем: одни из них оказываются весьма простыми, другие – действительно сложны. И несмотря на то, что существует элемент договорённости в проведении границы между более и менее сложными системами, есть, конечно, объективные различия – и количественные, и качественные.

СЛОЖНОСТЬ: ОПРЕДЕЛЕНИЕ И МЕРА

Априори понятна тонкость и многогранность этого понятия. Возможность отыскания для него определения и меры (а может быть, и набор мер) базируется на понимании, что «объективная простота–сложность системы существует вне сознания человека», что «субъективно лишь восприятие сложности, зависящее от конкретных условий познания» [1].

В науках о сложном есть разные определения – от безыскусно–незамысловатых, интуитивно-понятных [2] до математически выверенных, требующих интеллектуальных затрат для освоения [3, 4]. Наличие спектра определений имеет объективную и субъективную составляющую: их выбор диктуют, по крайней мере, специфика дисциплины, цели и методы исследования.

Когда в работе обходятся простым, подчёркнуто нестрогим определением, по сути, апеллируя к собственной интуиции, это иногда кажется естественным [5, 6], иногда явно недостаточным [2]. Например, авторы [2] считают, что «относительно свойств системы, наличие которых позволяет отнести её к разряду «сложных», целесообразно сказать следующее: она состоит из большого числа взаимосвязанных и взаимодействующих элементов; естественно ожидать, что сложная система способна выполнять сложную функцию». А в [3] полагают, что только «при наивном подходе их можно описать как системы, состоящие из большого числа частей ... как одного, так и различного рода», что «системы могут быть сложными не только потому, что они состоят из большого числа частей: можно говорить и о сложном поведении» [3]. Такое замечание позволяет думать, что

одним из первых вопросов, который должен выяснить исследователь – какого рода сложность присуща системе, потому что почти все реальные задачи содержат много взаимодействующих элементов, параметров, ограничений и т.п., и слишком сложны, чтобы их полностью понять и описать [7].

Релятивистское, интуитивно-понятное определение сложности системы предлагает автор [8]: тем сложнее, чем больше переменных требуется для описания её состояния.

На пути к количественному определению есть и такое деление систем [9]: «малые, или простые, – это системы с детерминированным взаимодействием элементов, число которых относительно невелико, примерно, $10^1\text{-}10^4$, и позволяет проследить их поведение во всех деталях. Большие, или сложные, системы характеризуются гораздо большим числом элементов, порядка $10^4\text{-}10^6$ и выше, и гораздо более сложным, стохастическим поведением элементов. Активность системы здесь подвержена случайным колебаниям, и потому большая система невозможна без известного саморегулирования. Можно ожидать, что... последует стадия превращающихся, или ультрасложных, систем с числом элементов $10^7\text{-}10^{10}$ и с такой сложной организацией связей между элементами, что система становится способной к росту, развитию, превращению» [9].

Не следует слишком буквально относиться к количественным оценкам – это именно оценки, а также к подобному сравнению стохастического и детерминированного [4, 10-12]. Современная наука понимает, что стохастическое может быть более упорядоченным, чем детерминированное [13-14]. Речь идёт о, так называемой, S-теореме Ю.Л. Климонтовича, которая вводит один из возможных критериев относительной степени упорядоченности систем, позволяющий, в частности, различать процессы деградации и самоорганизации.

В заключение параграфа – академическое определение: сложная система – это составной объект, части которого можно рассматривать как отдельные системы, объединённые в единое целое в соответствии с определёнными принципами или связанные между собой заданными отношениями. Части сложных систем (подсистемы) можно расчленить, часто лишь условно, на более мелкие подсистемы и т.д., вплоть до выделения элементов сложных систем, которые либо объективно не подлежат дальнейшему расчленению, либо относительно их неделимости имеется договорённость [15].

ИЗМЕРЕНИЕ СЛОЖНОСТИ

Количественная оценка сложности получила своё наибольшее развитие в работах А. Н. Колмогорова, Г. Чейтина, Р. Соломонова [16-

[19], которые независимо друг от друга ввели представление о сложности n -значной последовательности $K^{(n)}$ – величине, равной длине (в битах) самой короткой компьютерной программы, способной воспроизвести данную последовательность. В [20] для расчёта сложности предложен предел

$$K = \lim_{n \rightarrow \infty} [K^{(n)} / n],$$

который позволяет исключить возможные колебания $K^{(n)}$.

Последовательности имеют прямое отношение к сложным системам: с их помощью можно характеризовать и эволюцию состояний системы, и степень упорядоченности, и характеристики элементов и многое другое. Это возможно благодаря комбинаторной трактовке энтропии и информации в предлагаемой мере: энтропийная сложность связана с вероятностной интерпретацией реализации конкретных состояний системы, зависящих от разнообразия комбинаций её элементов. Это представление восходит к предложенной Л. Больцманом функциональной зависимости между энтропией и количеством динамических состояний, осуществляющих реализованное термодинамическое состояние [21].

Представляет интерес и, т.н., кардинальная сложность, которая рассматривается как мера разнообразия элементов множества. Она приравнивается мощности – кардинальному числу множества; для конечных множеств – это просто число элементов.

ВОЗМОЖНЫЕ ПОДХОДЫ

Системное исследование предполагает решение двух взаимосвязанных задач: во-первых, изучение системных объектов как формы существования и движения реального мира, как проявление его упорядоченности; во-вторых, конструирование системы категорий, отражающей системные связи изучаемых объектов и делающей упорядоченным само познание [22].

Один из эффективных способов изучения систем – использование информационного подхода: построение информационной абстракции сложной системы – кибернетической модели.

Понятию «сложность» в кибернетике придают принципиально качественный смысл: сложной называют систему, не имеющую простых описаний. «Это предполагает наряду с большим количеством используемых элементов и параметров, большое их разнообразие (не сводящееся к простым закономерностям), а также большое разнообразие и нерегулярность связей между элементами» [23].

Используя информационный подход и выявляя аспекты, общие в системах разной природы, кибернетика предлагает и метод их

изучения – компьютерный эксперимент. Спектр проблем, доступных исследованию кибернетическими методами по сравнению с аналитическими математическими, значительно шире, и охватывает практически все области знаний. «Благодаря этому, кибернетику, подобно математике, можно использовать в качестве аппарата исследования в других науках» [23].

Для изучения деталей поведения сложной системы часто используют не одну модель, а совокупность почти независимых моделей, которые создаются и изучаются отдельно, но при этом остаются взаимосвязанными и взаимодополняющими. Создание группы моделей и организация «взаимодействия» между ними, взаимодействия информационного, происходящего в информационном пространстве исследователя – первый шаг в преодолении сложности. Вторым, на другом уровне исследования, является выделение в каждой модели абстракций, организация их иерархии, упорядочение и структурирование. Такой способ управления сложными системами известен с древности: *divide et impera* – разделей и властвуй.

Наши современники называют такую технологию работы со сложными структурами декомпозицией [24]. Цель, которую они преследуют, – сложность модели должна быть организована, систематизирована.

При анализе сложной системы основное внимание обращают либо на объекты, составляющие систему, либо на происходящие процессы. Разделение по алгоритмам концентрирует внимание на порядке происходящих событий, а предметная декомпозиция придает особое значение агентам, которые являются объектами или субъектами действия.

Такой подход также не нов: дуальность взглядов история науки прослеживает со времён Древней Греции [25-27]. Пассивный взгляд, в современной терминологии – объектный подход, предлагал Демокрит, утверждавший, что мир состоит из атомов; эта позиция философа ставила в центр всего материю, объект. А Гераклит выделял понятие процесса и был, по сути, предтечей алгоритмического подхода.

Количественную оценку функциональных и структурных характеристик дополняют исследования, проводимые методами качественной теории сложных систем. К ним в первую очередь относятся исследование устойчивости, в том числе построение областей стабильности характеристик в пространстве параметров, выделение типичных режимов функционирования и оценка их достижимости, анализ асимптотического поведения, управляемости и наблюдаемости таких систем и другие [23].

Несколько аспектов делают качественные (нерасчётные) модели незаменимыми. Во-первых, удачный подход к изучению проблемы, верное выделение системы, формулировка базовых положений и т. п. является существенной, иногда определяющей частью исследования («нет ничего практичней хорошей теории» [28]). Во-вторых, качественная теория несёт мировоззренческий аспект, что бывает не только интересно, но и полезно.

Наконец, третье, если теория не позволяет рассчитать эффект, то она, возможно, позволит предсказать его, указать условия, при которых его можно наблюдать, а также сопутствующие явления, необходимые и достаточные условия и др. Кроме того, по отношению к сложным явлениям даже «объяснение в принципе» при помощи качественных моделей предпочтительнее его отсутствия [29].

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для моделирования сложных систем необходимо формализовать процессы их функционирования, представить в виде последовательности чётко определяемых событий, явлений или процедур, и затем построить математическое описание.

Элементы сложных систем обычно описывают как динамические (в широком смысле), к которым, кроме классических относят также и другие детерминистические и стохастические объекты – такие как конечные и вероятностные автоматы, системы массового обслуживания, кусочно-линейные агрегаты и т. п.

При формализации сопряжения элементов сложных систем обычно вход (выход) элемента представляют в виде совокупности «элементарных» входов (выходов) по числу характеристик, описывающих соответствующие сигналы. Предполагается, что характеристики сигналов передаются в сложных системах по «элементарным каналам», связывающим входы и выходы соответствующих элементов, независимо. Сопряжение элементов сложных систем задаётся соотношением, по которому данному входу i -го элемента ставится в соответствие тот выход j -го элемента, который связан с ним [30]. Причём, такие искусственные системы «часто являются копиями естественных, или, по крайней мере, создаются для выполнения подобных функций» [31].

Наличие имитационной модели позволяет применять специальные методы идентификации сложных систем и обработки экспериментальных данных, полученных в результате натурных испытаний систем. Испытуемый объект рассматривается как сложная система с неизвестными параметрами сопряжений и элементов. Эти параметры оценивают посредством сравнения

значений функциональных и структурных характеристик сложных систем, полученных экспериментально и в результате моделирования. Это ставит искусственные системы в положение моделей естественных, что принципиально возможно благодаря наличию общих свойств, и даёт возможность определять поправки к первоначальным значениям параметров, добиваясь достаточной точности оценки неизвестных величин методом последовательных приближений [2].

Кроме объективной «борьбы» со сложностью, существует и субъективная, связанная с преодолением ограниченности когнитивных способностей человека. С помощью апробированных методов исследователь может раздвинуть их рамки. Для этого используют декомпозицию системы, выделение абстракций, построение иерархических систем из немногих типов подсистем, по-разному скомбинированных и организованных, и другие приёмы. В этом случае мы, с одной стороны, не превысим возможности человеческого мозга потому, что для понимания любой части системы необходимо будет одновременно удерживать в памяти информацию лишь о сравнительно немногих объектах, с другой, – получим возможность использовать принцип экономии мышления: будем «собирать» систему, как в детском конструкторе, из простых, хорошо знакомых частей, роль которых играют устойчивые промежуточные формы.

В классической работе [32] Дж. Миллер определил максимальное количество структурных единиц информации, которые могут находиться в кратковременной памяти – семь плюс-минус две. Человек способен варьировать это число, доводя фактический объём оперативной памяти до значительных величин за счёт укрупнения отдельных единиц информации. Такое перекодирование есть «подлинный источник жизненной силы мыслительного процесса» [33]. Оно объясняет, как может большое количество информации, содержащееся даже в сравнительно простых системах, обрабатываться в кратковременной памяти человека, которая, будь она действительно ограничена семью элементами, стала бы «узким местом» работы с информацией.

В [34] высказана мысль, что «машина определяет то, что может и что не может человек». Это и верно, и неверно одновременно: в конце цепочки всегда стоит человек, именно он и определяет, что возможно в области познания.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Основной метод исследования сложных систем – математическое моделирование, основной инструментарий – имитация

на компьютере процессов их функционирования, т.е. машинный эксперимент [15].

Идея имитационного моделирования интуитивно привлекательна благодаря своей простоте. Им удобно воспользоваться, когда невозможна законченная математическая постановка задачи, либо не разработаны аналитические методы для решения сформулированной математической модели или они сложны и трудоёмки. Имитационный подход может оказаться единственным в условиях трудности или невозможности постановки реального эксперимента, проведения натурных наблюдений. Кроме того, он даёт возможность полностью контролировать время, в течение которого осуществляется процесс, замедлять или ускорять его протекание, что бывает очень и важно, и удобно [35].

Имитации в качестве моделирующего процесса является полезным методом решения сложных задач. Имитационные модели можно представить в виде спектра возможных вариантов – от макетов реальных объектов до совершенно абстрактных математических моделей [35]. Все они принадлежат к системам, функционирующим по типу «серого ящика»*: обеспечивают выходной сигнал в функционирующей системе, при этом нам в какой-то мере понятно, как он формируется [7].

Моделирование всегда применяется вместе с другими общенаучными и специальными методами; особенно тесно оно связано с экспериментом. В мо-

дельном эксперименте, в отличие от обычного, в процесс познания включается промежуточное звено – модель, являющаяся одновременно и средством, и объектом экспериментального исследования, заменяющим оригинал [36]. В модельно-кибернетическом эксперименте вместо оперирования с изучаемым объектом находят алгоритм его функционирования, который и выступает в качестве модели.

*Проектирование модели по принципу «стеклянного ящика» является, как правило, более сложной задачей, чем построение «серого». Она реализуется тремя группами специалистов: психологами и специалистами в области инженерии знаний и предметной области. Главная идея такой модели – представление знаний в виде, в котором их хранит и использует эксперт. Модель, построенная по принципу «стеклянного ящика» предпочтительней, но в связи с большой трудоемкостью разработки используется редко.

Имитационные модели неспособны формировать решения в таком же виде, как аналитические: для получения с её помощью необходимой информации осуществляют «прогоны» [35]. Они нужны для анализа поведения системы в условиях, которые определяются экспериментатором, и, кстати, являются ярким примером, что выбор типа модели и её конкретной реализации оказывает определяющее влияние на подход к решению проблемы и на то, как будет выглядеть это решение [24, 37].

Это позволяет говорить о том, что имитационное моделирование – не столько теория явления или процесса, сколько методология решения проблем по его изучению, а сама имитационная модель – логико-математическое представление системы [38]. Такое моделирование позволяет установить тенденции развития явлений, указать пути для поиска корректных решений уже вне, в продолжение модели.

Ещё одним существенным фактором является невозможность исследования в натурных экспериментах альтернативных вариантов, сложность поддержания неизменных рабочих условий в течение всего времени проведения экспериментов. Эрнст Мах рекомендовал [39]: «Составив определённое заключение на основании одного конкретного случая, надлежит постепенно и как можно шире модифицировать сопутствующие ему обстоятельства, стремясь, насколько это возможно, остаться при первоначальном заключении. Не существует иного способа, который с большой надёжностью и меньшими умственными усилиями приводил бы к простейшему объяснению всех явлений природы».

Можно выделить ключевые этапы имитационного моделирования. Во-первых, это выделение системы, во-вторых, формулировка модели – переход от реальной системы к некоторой логической схеме. Третий этап – отбор данных, необходимых для построения модели. Затем разработка алгоритмов имитации процессов и расчёта параметров, создание компьютерной программы, сам эксперимент, оценка адекватности, интерпретация результатов и прогноз [35, 40].

При создании имитационной модели важно определить уровень точности описания реального процесса, т. е. выбрать уровень детализации описания системы, который, в свою очередь, зависит от цели, поставленной исследователем [41], и может привести к построению иерархии моделей объекта, расширению и обогащению знаний о нём [42], а также определить степень достоверности полученной информации.

АДЕКВАТНОСТЬ МОДЕЛИ

Вопрос адекватности важен для любого типа моделей, но в случае имитационных – ответ на него наиболее интересен. Согласно [38] ответ может быть таким: адекватная модель математически и логически отражает с определённой степенью приближения моделируемую систему, процесс, принцип или явление; существует соответствие между логические элементы модели и реальной системы; вероятностные характеристики модели отражают характер реальных случайных событий; модель измеряет то, что подлежит измерению, и выходные данные – информативны. Причём, оценивать следует адекватность и концептуальной модели, и её реализации.

Часто наблюдение за поведением системы и сравнение его с ожидаемым позволяет обнаружить ошибки в модели. Это одна из причин, по которой в последнее время много внимания уделяют вопросам визуализации трудно воспринимаемых абстрактных понятий [43].

Иногда при создании модели сразу вводится идеализированное описание взаимодействия, функций, параметров и др., при этом основным критерием приемлемости модели будет (когда это возможно) проверка опытом, а в некоторых случаях – математическая оценка погрешностей, заложенных в модель при разработке упрощающих предположений [44].

Но прежде чем подвергать проверке правильность модели, ещё до сравнения с экспериментальными данными, можно убедиться в её неприемлемости по анализу простых предельных случаев [45]. Такая проверка является необходимым, но недостаточным условием.

Имитационная модель не отражает реальное положение вещей: если не принимать это во внимание, имитация явлений может привести к неверному решению. Имитационная модель в принципе неточна, степень её точности измерить невозможно, а можно лишь говорить о степени её чувствительности к изменению параметров. На чём, в таком случае, базируется чувство успешности продвижения к цели?

Умственные усилия обладают эвристическим действием: они стремятся во имя достижения результата ассилировать и использовать любой подходящий предмет [46]. Когда усилия подчинены достижению цели, даже обычный путь проб и ошибок может приводить к нужной коррекции дальнейших шагов, иногда лишь частично осознаваемой.

Трудно определить причину успеха как некую вещь. Этим объясняется широкое распространение искусств, умений, ремёсел,

возникших как практические навыки или случайные удачи, и до сих пор составляющих важнейшую часть технологий, которые редко удаётся специфицировать полностью [46]. Интересна в качестве примера может быть технология изготовления дамасской стали: оказывается, это был ритуал, по которому каждый город халифата присыпал в столицу стальные полосы, где, сплетая их в жгут, получали кузнечной сваркой сталь.

Неспецифируемость процесса, благодаря которому мы *чувствуем* успешность продвижения к цели, объясняется не только запасом сведений, но и знанием обычаев и законов, квалификацией и мастерством, волнением сопереживания созиданию, умениями и привычками, которыми пользуемся, которым следуем, которыми обладаем, которым наслаждаемся, не будучи детально осведомлены об их содержании. Такая уверенность – результат личностного знания, проявляющегося в логической недетализуемости действия [46].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Системный подход обладает чрезвычайно эффективной технологией преодоления сложности, которая является атрибутом объекта исследования – системы названы по этому свойству – и, следовательно, освобождаться от которой нельзя: избавившись (если удастся) от сложности, мы выхолостим ситуацию, «выплеснем вместе с водой ребёнка», обострим проблему подмены объекта исследования.

Исходя из того, что «главной целью обычно является понимание, а не число» [47], что «внешний мир настолько сложен, что учёный-естествоиспытатель бывает доволен, если ему удается уловить и понять хотя бы некоторые, самые простые из присущих миру закономерностей» [22], можно абстрагироваться от излишней сложности, игнорировать несущественные детали и, таким образом, иметь дело с обобщенной, идеализированной моделью объекта [33]. При этом, правда, возникает непростой вопрос, что является существенным.

Для модели реального процесса или явления сложность – неслучайное, обусловленное многими факторами свойство: это сложность предметной области, неудовлетворительность способов описания, необходимость обеспечить достаточную гибкость модели, множество различных, порой взаимоисключающих требований к ней, проблемы адекватности, отсутствие ясного представления у исследователей о явлении, эволюция понимания явления и модели в процессе работы, и другие [48]. И это значит, что сколь-нибудь адекватное отображение реальных задач даже в упрощённых моделях будет сложным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мамчур Е.А., Овчинников Н.Ф., Уёмов А.И. Принцип простоты и меры сложности. – М.: Наука, 1989. – 304 с.
2. Бусленко Н. П., Калашников В.В., Коваленко И.Н. Лекции по теории сложных систем. – М.: Советское радио, 1973. – 440 с.
3. Хакен Г. Информация и самоорганизация. – М.: Мир, 1991. – 240 с.
4. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. – Череповец: Меркурий-пресс, 2000. – 528 с.
5. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
6. Оран Б., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990. – 660 с.
7. Величковский Б.М. Современная когнитивная психология. – М.: Изд-во МГУ, 1982. – 336 с.
8. Рапопорт А. Математические аспекты абстрактного анализа систем. / В кн. Исследования по общей теории систем. – М.: Прогресс, 1969.
9. Поваров Г.Н. Сложность систем как показатель научно-технического прогресса. /Проблемы исследования систем и структур. – М.: Наука, 1965.
10. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. – М.: Мир, 1991. – 368 с.
11. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
12. Николис Дж. Динамика иерархических систем. – М.: Мир, 1989. – 488 с.
13. Климонтович Ю.Л. Турбулентное движение и структура хаоса. Новый подход к статистической теории открытых систем. – М.: Наука, 1990. – 320 с.
14. Климонтович Ю.Л. Критерий относительной степени упорядоченности открытых систем. //УФН. – 1996. – Т. 166, № 11. – С. 1231- 1243.
15. Советский энциклопедический словарь – М.: Советская энциклопедия, 1982. – 1600 с.
16. Колмогоров А.Н., Успенский В.А. К определению алгоритма. //Успехи математических наук. – 1958. – т.13, вып.4. – С. 3-28.
17. Chaitin G. J. Randomness and mathematical proof. //Scientific American. – 1975. – №.232. – р. 47-52.
18. Solomonoff R. J. A formal theory of inductive inference. Part I. //Information and Control. – 1964. – Vol. 7, No.1. – p.1- 22.
19. Solomonoff, R. J. A formal theory of inductive inference. Part II. //Information and Control. – 1964. – Vol. 7, No.2. – p. 224- 254.
20. Martin-Löf P. The definition of random sequences. //Information and Control. – 1966. – Vol. 9, No.6. – p. 602 – 619.
21. Больцман Л. О связи между вторым началом механической теории теплоты и теорией вероятностей в теоремах о тепловом равновесии. /В кн. Больцман Л. Избранные труды. – М.: Наука, 1984. – 590 с.
22. Каган М.С. О системном подходе к системному подходу. /В кн. Избранные труды. Т. 1. – СПб.: Петрополис, 2006. – 200 с.
23. Математический энциклопедический словарь. – М.: Советская энциклопедия, 1988. – 847 с.

24. Буч Г., Рамбо Дж., Джекобсон А. Унифицированный язык моделирования. – М.: ДМК, 2001. – 432 с.
25. Ленин В.И. Философские тетради. – М.: Изд-во политической литературы, 1973. – 752 с.
26. Рассел Б. Человеческое познание. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1957. – 556 с.
27. Рассел Б. История западной философии. – Новосибирск: Изд-во Новосибирского университета, 1997. – 816 с.
28. Кирхгоф Г. Собрание сочинений, т.2. – М.-Л: Гостехиздат, 1941.
29. Берталанфи, Л. фон. Общая теория систем: критический обзор. /В кн. Исследования по общей теории систем. – М.: Прогресс, 1969. – С. 23-82.
30. Форрестер Д. Основы кибернетики предприятия. Индустриальная динамика. – М.: Прогресс, 1971. – 340 с.
31. Холл А.Д., Фейджин Р.Е. Определение понятия системы. /В кн. Исследования по общей теории систем. – М.: Прогресс, 1969. – С. 252-282.
32. Miller G.A. The magical number seven, plus or minus two. // Psychological Review. – 1956. – № 63. – р. 81-97.
33. Солсо Р. Когнитивная психология. – СПб.: Питер, 2002. – 592 с.
34. Марков Б.В. Человек в эпоху масс-медиа. / В кн. Информационное общество. – М.: АСТ, 2004. – 510 с.
35. Шеннон Р. Имитационное моделирование – искусство и наука. – М.: Мир, 1978. – 418 с.
36. Философский энциклопедический словарь – М.: Советская энциклопедия, 1989. – 816 с.
37. Рамбо Дж., Якобсон А., Буч Г. UML: Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002. – 656 с.
38. Мартин Ф. Моделирование на вычислительных машинах. – М.: Советское радио, 1972. – 288 с.
39. Мах Э. Механика. Историко-критический очерк её развития – Ижевск: РХД, 2000. – 456 с.
40. Попов Ю.П., Самарский А.А. Вычислительный эксперимент. / В кн. Компьютеры, модели, вычислительный эксперимент. – М.:Наука, 1988 – 176 с.
41. Томашевский В.М. Моделювання систем. – К.: ВНУ, 2005. – 352 с.
42. Зарубин В. С. Математическое моделирование в технике. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. – 496 с.
43. Бенькович Е.С., Колесов Ю.Б., Сениченков Ю.Б. Практическое моделирование динамических систем. – СПб: БХВ-Петербург, 2002.–464 с.
44. Седов Л. И. Об основных моделях в механике. – М.: Изд-во МГУ, 1992. – 151 с.
45. Вейль Г. Математическое мышление. – М.: Наука, 1989. – 400 с.
46. Полани М. Личностное знание. – М.: Прогресс, 1985. – 346 с.
47. Тобочник Я., Гулд Х. Компьютерное моделирование в физике (в 2 томах). – Т. 1. – М.: Мир, 1990. – 352 с.; т.2. – М.: Мир, 1990. – 400 с.
48. Кац М., Уlam С. Математика и логика. – М.: Мир, 1971. – 252 с.