

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМНОГО МОДУЛЯ УПРУГОСТИ И МОДУЛЯ СДВИГА ДЛЯ БЕТОНА ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ЗАГРУЖЕНИИ (1)

Фомин В.М. (Одесская государственная академия строительства и архитектуры)

В статье [1] был предложен алгоритм определения секущих объемных модулей упругости и сдвига для бетона при возрастающей сжимающей силе (т.е. для процесса нагрузки). В настоящей работе предлагается методика определения указанных модулей при одноосном циклическом нагружении, когда процессы нагрузки чередуются с процессами разгрузки. Исследуется случай (назовем его случаем А), когда сила знака не меняет (т.е. остается сжимающей).

Рассмотрим бетонную колонну постоянного поперечного сечения, испытывающую одноосное сжатие. Продольная относительная деформация колонны может быть определена из формулы [2]

$$\varepsilon = \sigma / [E^{[0]} V_b(\eta)], \quad (1)$$

где $\sigma = N / S$ (N – продольная сила, S – площадь поперечного сечения), $E^{[0]}$ – начальный модуль упругости бетона, $V_b(\eta)$ – коэффициент изменения секущего модуля упругости

$$V_b(\eta) = \hat{V}_b + (V_0 - \hat{V}_b) \sqrt{1 - \omega_1 \eta - \omega_2 \eta^2} \quad (2)$$

Здесь \hat{V}_b – значение V_b в вершине диаграммы (ε, σ) сжатия бетона [2], η – уровень напряжений:

$$\eta = \sigma / \hat{\sigma}_b \quad (3)$$

($\hat{\sigma}_b$ – значение напряжений в вершине диаграммы, $\hat{\sigma}_b = -R_{b,ser}$). Заметим, что в вершине диаграммы соответствует значение $\eta = 1$.

Будем рассматривать только такие значения N , при которых точка с координатами σ, ε находится на восходящей ветви диаграммы (т.е. $|N| < |\hat{N}|$, $\hat{N} = S\hat{\sigma}_b$, рис.1). Тогда [2] $V_0 = 1$, $\omega_1 = 2 - 2,5 \hat{V}_b$, $\omega_2 = 1 - \omega_1$. Значение продольной деформации ε в вершине диаграммы для тяжелых и мелкозернистых бетонов определяется по формуле

$$\hat{\varepsilon}_b = - \frac{(18 + R_{b,ser})(62R_{b,ser} + 0.675R_{b,ser}^2 + 22)}{(53000 - 62R_{b,ser})(7R_{b,ser} + R_{b,ser}^2 + 22)} \quad (4)$$

этому этапу, запишем в следующем несколько более общем виде, пригодном для последующих этапов:

$$\varepsilon_{j\Delta}(\sigma_{j\Delta}) = (k_j \sigma_j^* + \sigma_{j\Delta}) / [E_j^{[0]} V_j(\eta_{j\Delta})] - k_j \varepsilon_j^*, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_{j\Delta} &= \varepsilon - \varepsilon_j^*, \quad \sigma_{j\Delta} = \sigma - \sigma_j^*, \quad \eta_{j\Delta} = \eta - \eta_j^*, \quad V_j(\eta_{j\Delta}) = \\ &= \hat{V}_j + (V_{j0} - \hat{V}_j) \sqrt{1 - \omega_{j1} |k_j \eta_j^* + \eta_{j\Delta}| - \omega_{j2} (k_j \eta_j^* + \eta_{j\Delta})^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Для применения формул (12) – (24), а также (30) – (38) к первому этапу деформирования следует в них положить $j = 1$. При этом

$$k_j = 1, \quad E_j^{[0]} = E^{[0]}, \quad \hat{V}_j = \hat{V}_b, \quad V_{j0} = V_0 = 1, \quad (14)$$

$$\omega_{j,1} = 2 - 2,5\hat{V}_b, \quad \omega_{j,2} = 1 - \omega_{j,1}, \quad A_j = A_b, \quad B_j = B_b.$$

(по поводу определения величины B_b см. (30)).

Будем называть (12) уравнением диаграммы деформирования в приращениях ε и σ .

Из (7) и (13) следует, что

$$\bar{\varepsilon}_{j\Delta}(\sigma_{j\Delta}) = (k_j \sigma_j^* + \sigma_{j\Delta})(1 - 2\nu_j(\eta_{j\Delta})) / (3E_j^{[0]} V_j(\eta_{j\Delta})) - k_j e_j^* \quad (15)$$

$$(\bar{\varepsilon}_{j\Delta} = \bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}_j^*, \quad \bar{\varepsilon}_j^* = \bar{\varepsilon}(\sigma_j^*), \quad \nu_j(\eta_{j\Delta}) = \nu_b(\eta_j^* + \eta_{j\Delta})).$$

Из (15) получаем

$$\zeta_{j\Delta}(\eta_{j\Delta}) = A_j (k_j \eta_j^* + \eta_{j\Delta}) f_j(\eta_{j\Delta}) - k_j \zeta_j^*. \quad (16)$$

$$(\zeta_{j\Delta} = \zeta - \zeta_j^*, \quad \zeta_j^* = \bar{\varepsilon}_j^* / \hat{\varepsilon}_b, \quad f_j(\eta_{j\Delta}) = [1 - 2\nu_j(\eta_{j\Delta})] / [(1 - 2\nu_0) V_j(\eta_{j\Delta})]).$$

Функция $\zeta_{1\Delta}(\eta_{1\Delta})$ является монотонно возрастающей на отрезке $[0, 1 - \delta_1]$ ($\delta_1 \ll 1$), поэтому на этом отрезке она обратима. Будем разыскивать функцию, обратную $\zeta_{1\Delta}(\eta_{1\Delta})$, в следующем виде:

$$\eta_{j\Delta}(\zeta_{j\Delta}) = \frac{1}{A_j} \zeta_{j\Delta} [1 + \chi_j(\zeta_{j\Delta})], \quad (17)$$

где

$$\chi_j(\zeta_{j\Delta}) = \sum_{k=0}^{n_j} \chi_{j,k} \zeta_{j\Delta}^k.$$

Примем $n_j = 2$ и из условия

$$\eta_{j\Delta}'(0) = 1 / \zeta_{j\Delta}'(0) \quad (18)$$

получим

$$\chi_{j,0} = 1 / f_j(0) - 1. \quad (19)$$

Положим теперь

$$\eta_{j\Delta 1} = \eta_{j+1}^* - \eta_j^*, \quad \eta_{j\Delta 2} = (\eta_{j+1}^* - \eta_j^*)/2 \quad (20)$$

(через $j + 1$ обозначен номер следующего этапа деформирования) и найдем значения $\zeta_{j\Delta}$ при $\eta_{1\Delta} = \eta_{1\Delta 1}$ и $\eta_{1\Delta} = \eta_{1\Delta 2}$:

$$\zeta_{j\Delta 1} = \zeta_{j\Delta}(\eta_{j\Delta 1}), \quad \zeta_{j\Delta 2} = \zeta_{j\Delta}(\eta_{j\Delta 2}). \quad (21)$$

Из условий

$$\eta_{j\Delta 1} = \eta_{j\Delta}(\zeta_{j\Delta 1}), \quad \eta_{j\Delta 2} = \eta_{j\Delta}(\zeta_{j\Delta 2}) \quad (22)$$

получаем систему линейных уравнений

$$\zeta_{j\Delta 1} \chi_{j,1} + \zeta_{j\Delta 1}^2 \chi_{j,2} = F_{j,1} - \chi_{j,0},$$

$$\zeta_{j\Delta 2} \chi_{j,1} + \zeta_{j\Delta 2}^2 \chi_{j,2} = F_{j,2} - \chi_{j,0}$$

($F_{j,1} = 1/f_j(\eta_{j\Delta 1}) - 1$, $F_{j,2} = 1/f_j(\eta_{j\Delta 2}) - 1$), решение которой имеет следующий вид:

$$\chi_{j,1} = [(F_{j,1} - \varphi_{j,0})\zeta_{j\Delta 2}^2 - (F_{j,2} - \varphi_{j,0})\zeta_{j\Delta 1}^2] / [\zeta_{j\Delta 1}\zeta_{j\Delta 2}(\zeta_{j\Delta 2} - \zeta_{j\Delta 1})], \quad (23)$$

$$\chi_{j,2} = [(F_{j,2} - \varphi_{j,0})\zeta_{j\Delta 1} - (F_{j,1} - \varphi_{j,0})\zeta_{j\Delta 2}] / [\zeta_{j\Delta 1}\zeta_{j\Delta 2}(\zeta_{j\Delta 2} - \zeta_{j\Delta 1})].$$

Из (3) и (9) следует

$$\eta_{j\Delta} = \sigma_{j\Delta} / \hat{\sigma}_b, \quad \zeta_{j\Delta} = \bar{\varepsilon}_{j\Delta} / \hat{\varepsilon}_b. \quad (24)$$

Заметим, что среднее напряжение $\bar{\sigma} = \sigma / 3$ при одноосном сжатии, тогда приращение его $\bar{\sigma}_{1\Delta} = \sigma_{1\Delta} / 3$. Учитывая это, получаем из (17)

$$\bar{\sigma}_{j\Delta} = 3K_j(\bar{\varepsilon}_{j\Delta})\bar{\varepsilon}_{j\Delta}, \quad (25)$$

$$K_j(\bar{\varepsilon}_{j\Delta}) = K_j^{[0]} [1 + \chi_j(\bar{\varepsilon}_{j\Delta} / \hat{\varepsilon}_b)]$$

($K_j^{[0]} = \hat{\sigma}_b / (9A_j \hat{\varepsilon}_b)$). Легко убедиться, что при $j = 1$

$$K_j^{[0]} = K^{[0]}$$

($K^{[0]}$ — начальный объемный модуль упругости бетона).

Первое равенство (25) означает, что $K_1(\bar{\varepsilon}_{1\Delta})$ представляет собой секущий объемный модуль упругости бетона на первом этапе деформирования.

Сдвиг на октаэдрических площадках определяется по формуле [3]

$$\bar{\gamma} = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}, \quad (26)$$

где ε_k ($k = 1, 2, 3$) — главные линейные деформации. В случае одноосного сжатия $\varepsilon_1 = \varepsilon$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\nu_b \varepsilon$ и (26) принимает следующий вид:

$$\bar{\gamma} = \frac{2\sqrt{2}}{3} |\varepsilon| (1 + \nu_b). \quad (27)$$

Аналогично получаем соотношение

$$\bar{\tau} = \sqrt{2} |\sigma| / 3 \quad (28)$$

($\bar{\tau}$ – октаэдрические касательные напряжения).

Используя (27) и (1), находим, что на нулевом этапе нагружения

$$\bar{\gamma} = \frac{2\sqrt{2} |\sigma| [1 + \nu_b(\eta)]}{3 E^{[0]} V_b(\eta)}.$$

Это равенство может быть представлено так

$$\rho(\eta) = B_b \eta g(\eta). \quad (29)$$

Здесь

$$\rho = \frac{\bar{\gamma}}{|\varepsilon_b|}, B_b = \frac{2\sqrt{2} \hat{\sigma}_b (1 + \nu_0)}{3 E^{[0]} \hat{\varepsilon}_b}, g(\eta) = \frac{1 + \nu_b(\eta)}{(1 + \nu_0) V_b(\eta)}. \quad (30)$$

На первом этапе деформирования соотношения (28) и (29) принимают следующий вид (в нижеследующих формулах (31) – (39) $j = 1$):

$$\bar{\gamma}_{j\Delta} = \frac{2\sqrt{2} |k_j \sigma_j^* + \sigma_{j\Delta}| [1 + \nu_j(\eta_{j\Delta})]}{3 E_j^{[0]} V_j(\eta_{j\Delta})} - k_j \bar{\gamma}_j^* \quad (31)$$

где $\bar{\gamma}_{j\Delta} = \bar{\gamma} - \bar{\gamma}_j^*$ ($\bar{\gamma}_j^*$ – сдвиг на октаэдрической площадке при действии на колонну сжимающей силы N_j),

$$\rho_{j\Delta}(\eta_{j\Delta}) = B_j (k_j \eta_j^* + \eta_{j\Delta}) g_j(\eta_{j\Delta}) - k_j \rho_j^* \quad (32)$$

($\rho_{j\Delta} = \rho - \rho_j^*$, $\rho_j^* = \bar{\gamma}_j^* / |\hat{\varepsilon}_b|$), $B_j = B_b$).

В формуле (32)

$$g_j(\eta_{j\Delta}) = \frac{1 + \nu_j(\eta_{j\Delta})}{(1 + \nu_0) V_j(\eta_{j\Delta})} \quad (33)$$

Функция $\rho(\eta)$ является монотонно возрастающей на отрезке $[0, 1]$, а следовательно, является монотонно возрастающей и функция $\rho_{1\Delta}(\eta_{1\Delta})$ на отрезке $[0, 1 - \eta_1^*]$. Поэтому на этом отрезке функция $\rho_{1\Delta}(\eta_{1\Delta})$ обратима. Будем разыскивать функцию, обратную (32), в следующем виде:

$$\eta_{j\Delta}(\zeta_{j\Delta}) = \frac{1}{B_j} \rho_{j\Delta} [1 + \psi_j(\rho_{j\Delta})], \quad (34)$$

где

$$\psi_j(\rho_{j\Delta}) = \sum_{k=0}^2 \psi_{j,k} \rho_{j\Delta}^k.$$

Как и $\chi_{j,k}$ ($k = 0, 1, 2$) будем определять коэффициенты $\psi_{j,k}$ ($k = 0, 1, 2$) из следующих условий:

$$\eta'_{j\Delta}(0) = 1/\rho'_{j\Delta}(0), \eta_{j\Delta}(\rho_{j\Delta 1}) = \eta_{j\Delta 1}, \eta_{j\Delta}(\rho_{j\Delta 2}) = \eta_{j\Delta 2}. \quad (35)$$

в которых $\rho_{j\Delta 1}$ и $\rho_{j\Delta 2}$ находятся из равенств

$$\rho_{j\Delta 1} = \rho_{j\Delta}(\eta_{j\Delta 1}), \rho_{j\Delta 2} = \rho_{j\Delta}(\eta_{j\Delta 2}). \quad (36)$$

Из первого из условий (35) находим,

$$\psi_{j,0} = 1/g_j(0) - 1, \quad (37)$$

а исходя из второго и третьего условий (34) строим систему линейных уравнений относительно $\psi_{j,k}$ ($k = 1, 2$) аналогичную (22), решая которую получаем

$$\psi_{j,1} = [(G_{j,1} - \psi_{j,0})\rho_{j\Delta 2}^2 - (G_{j,2} - \psi_{j,0})\rho_{j\Delta 1}^2] / [\rho_{j\Delta 1}\rho_{j\Delta 2}(\rho_{j\Delta 2} - \rho_{j\Delta 1})], \quad (38)$$

$$\psi_{j,2} = [(G_{j,2} - \psi_{j,0})\rho_{j\Delta 1} - (G_{j,1} - \psi_{j,0})\rho_{j\Delta 2}] / [\rho_{j\Delta 1}\rho_{j\Delta 2}(\rho_{j\Delta 2} - \rho_{j\Delta 1})].$$

$$(G_{j,1} = 1/g_j(\eta_{j\Delta 1}) - 1, G_{j,2} = 1/g_j(\eta_{j\Delta 2}) - 1).$$

Отсюда и из (28) и (34) следует

$$\bar{\tau}_{j\Delta} = G_j(\bar{\gamma}_{j\Delta})\bar{\gamma}_{j\Delta}, \quad (39)$$

$$G_j(\bar{\gamma}_{j\Delta}) = G_j^{[0]}[1 + \psi_j(\bar{\gamma}_{j\Delta} / |\hat{\epsilon}_b|)].$$

($G_j^{[0]} = \sqrt{2}\hat{\sigma}_b / (3B_j\hat{\epsilon}_b)$). Заметим, что при $j = 1$

$$G_j^{[0]} = G^{[0]}$$

($G^{[0]}$ – начальный объемный модуль упругости бетона).

Первое равенство (39) означает, что $G_1(\bar{\gamma}_{1\Delta})$ представляет собой секущий модуль сдвига бетона на первом этапе деформирования колонны.

Пусть теперь величина сжимающей силы начинает уменьшаться, т.е. начинается процесс разгрузки при сжатии (назовем его вторым этапом деформирования). Диаграмма деформирования описывается [2] следующим соотношением (в формулах (40) – (42) $j = 2$):

$$\varepsilon_{j\Delta}(\sigma_{j\Delta}) = \sigma_{j\Delta} / [E^{[0]}V_j(\eta_{j\Delta})], \quad (40)$$

где

$$\varepsilon_{j\Delta} = \varepsilon - \varepsilon_j^*, \varepsilon_j^* = \sigma_j^* / [E^{[0]}V_j(\eta_j^*)], \sigma_{j\Delta} = \sigma - \sigma_j^*,$$

$$\eta_{j\Delta} = \eta - \eta_j^* = \sigma_{j\Delta} / \hat{\sigma}_b,$$

$$V_j(\eta_{j\Delta}) = \check{V}_j + (V_{j,0} - \check{V}_j)\sqrt{1 - \omega_{j,1}|\eta_{j\Delta}| - \omega_{j,2}\eta_{j\Delta}^2}, \quad (41)$$

$$V_{j,0} = 1/V_{j-1}(\eta_j^* - \eta_{j-1}^*), \check{V}_j = 0,7 + 0,3V_{j-1}(\eta_j^* - \eta_{j-1}^*),$$

$$\omega_{j,1} = (2 - 2,5\check{V}_j) / \eta_j^*, \omega_{j,2} = -(1 - 2,5\check{V}_j) / (\eta_j^*)^2.$$

Таким образом, формулы (12) – (13) и формулы (15) – (25) и (31 – 39) применимы и ко второму этапу (т.е. для $j = 2$). Соотношения (14) должны быть заменены (41) и при этом

$$k_j = 0, E_j^{[0]} = E^{[0]}, A_j = A_b, B_j = B_b, K_j^{[0]} = K^{[0]}, G_j^{[0]} = G^{[0]}. \quad (42)$$

В результате определяем $K_2(\bar{\epsilon}_{2\Delta})$ и $G_2(\bar{\gamma}_{2\Delta})$, которые представляют собой секущие объемный модуль упругости и модуль сдвига бетона на втором этапе деформирования.

На рис.1 участок диаграммы, соответствующий этому этапу, изображен кривой X_2X_3 , причем координаты ϵ_3^* и σ_3^* точки X_3 определяются следующим образом:

$$\sigma_3^* = N_3^* / S, \epsilon_3^* = \epsilon_{2\Delta}(\sigma_3^* - \sigma_2^*) + \epsilon_2^*.$$

Следующий третий этап деформирования колонны состоит в увеличении величины сжимающей силы от N_3^* до N_4^* , т.е. он представляет собой процесс нагружения при сжатии после разгрузки при сжатии. Будем называть такой процесс повторным сжатием. Согласно [2] при повторном сжатии диаграмма деформирования бетона описывается зависимостью

$$\epsilon = \sigma / [E_{cc}^{[0]} V_{cc}(\eta)] + \epsilon_0 \quad (43)$$

(индекс cc означает повторное сжатие), где

$$V_{cc}(\eta) = \hat{V}_{cc} + (V_{0cc} - \hat{V}_{cc}) \sqrt{1 - \omega_{cc,1} \eta / \tilde{\gamma}_1 - \omega_{cc,2} (\eta / \tilde{\gamma}_1)^2},$$

$$\omega_{cc,1} = 2 - 2,5 \hat{V}_{cc} + [36 V_I(\eta_{I\Delta 1}) - 28] \sqrt{\hat{V}_{cc} - \hat{V}_b},$$

$$\omega_{cc,2} = 1 - \omega_{cc,1}, \hat{\sigma}_{cc} = \tilde{\gamma}_1 \hat{\sigma}_b, \hat{\epsilon}_{cc} = \tilde{\gamma}_2 \hat{\epsilon}_b, \quad (44)$$

$$E_{cc}^{[0]} = \tilde{\gamma}_3 E^{[0]}, \hat{V}_{cc} = \hat{\sigma}_{cc} / (E_{cc}^{[0]} \hat{\epsilon}_{cc}), V_{0cc} = 1,$$

$$\tilde{\gamma}_i = 1 + \beta_{1i} \varphi_v + \beta_{2i} \varphi_v^2 + \beta_{3i} \varphi_v^3 \quad (i = 1, 2, 3), \varphi_v = \frac{1 - V_I(\eta_{I\Delta 1})}{1 - \hat{V}_b},$$

ϵ_0 – постоянная, которая определяется из условия прохождения графика функции (40) через точку X_{III} .

При повторном сжатии коэффициенты β_{ki} ($k, i = 1, 2, 3$) равны [2]:

$$\beta_{1,1} = 0,86, \quad \beta_{2,1} = 1,78, \quad \beta_{3,1} = 0,77,$$

$$\beta_{1,2} = -0,2, \quad \beta_{2,2} = 0, \quad \beta_{3,2} = 0,$$

$$\beta_{1,3} = 0,43, \quad \beta_{2,3} = -0,88, \quad \beta_{3,3} = 0,37.$$

График функции (40) при $\epsilon_0 = 0$ приведен на рис.1 в виде кривой OX_0 .

Замечание. Приращения ϵ и σ , а также величины, связанные с ними, не зависят от величины ϵ_0 , поэтому для дальнейших вычислений можно положить $\epsilon_0 = 0$.

Отрезок X_3X_4 диаграммы, соответствующий третьему этапу, запишем в виде уравнения в приращениях:

$$\varepsilon_{3\Delta}(\sigma_{3\Delta}) = (\sigma_3^* + \sigma_{3\Delta}) / [E_3^{[0]} V_3(\eta_{3\Delta})] - \varepsilon_3^* \quad (45)$$

где

$$\varepsilon_{3\Delta} = \varepsilon - \varepsilon_3^*, \sigma_{3\Delta} = \sigma - \sigma_3^*, \eta_{3\Delta} = \eta - \eta_3^*, \eta_3^* = \sigma_3^* / \hat{\sigma}_b,$$

$$V_3(\eta_{3\Delta}) = \hat{V}_3 + (V_{03} - \hat{V}_3) \sqrt{1 - \omega_{3,1}(\eta_3^* + \eta_{3\Delta}) - \omega_{3,2}(\eta_3^* + \eta_{3\Delta})^2}, \quad (46)$$

$$\hat{V}_3 = \hat{V}_{cc}, V_{03} = V_{0cc}, \omega_{3,1} = \omega_{cc,1} / \tilde{\gamma}_1, \omega_{3,2} = \omega_{cc,2} / \tilde{\gamma}_1^2, E_3^{[0]} = E_{cc}^{[0]}.$$

Таким образом, и в этом случае (т.е. для $j = 3$) применимы формулы (12) – (13), (15) – (25) и (31 – 39). Вместо (14) используем (44), (46) и

$$k_j = 1, A_j = A_b / \tilde{\gamma}_3, B_j = B_b / \tilde{\gamma}_3. \quad (47)$$

Тогда

$$K_j^{[0]} = K^{[0]} \tilde{\gamma}_3, G_j^{[0]} = G^{[0]} \tilde{\gamma}_3$$

и формулы (25) и (39) будут выглядеть так

$$p_{j\Delta} = 3K_j(e_{j\Delta})e_{j\Delta}, K_j(e_{j\Delta}) = K^{[0]} [1 + \tilde{\delta}_j + (1 + \tilde{\delta}_j)\chi_j(e_{j\Delta} / \hat{\varepsilon}_b)], \quad (48)$$

$$\bar{\tau}_{j\Delta} = G_j(\bar{\gamma}_{j\Delta})\bar{\gamma}_{j\Delta}, G_j(\bar{\gamma}_{j\Delta}) = G^{[0]} [1 + \tilde{\delta}_j + (1 + \tilde{\delta}_j)\psi_j(\bar{\gamma}_{j\Delta} / |\hat{\varepsilon}_b|)]$$

$$(\tilde{\delta}_j = \tilde{\gamma}_3 - 1).$$

В результате определяем $K_3(\bar{\varepsilon}_{3\Delta})$ и $G_3(\bar{\gamma}_{3\Delta})$, которые представляют собой секущие объемный модуль упругости и модуль сдвига бетона на третьем этапе деформирования.

При дальнейшем изменении сжимающей силы по циклическому закону на этапах разгрузки определение объемного модуля упругости и модуля сдвига производится аналогично второму этапу деформирования, а на этапах нагружения – аналогично третьему.

Вывод. В статье предложен метод определения секущих объемных модулей упругости и сдвига для бетона при циклическом нагружении, который может быть использован при исследовании нелинейных колебаний железобетонных конструкций.

1. Фомин В.М., Фомина И.П. Определение секущих объемных модулей упругости и сдвига для бетона // Вестник ОГАСА. Вып. 26, – Одесса, 2007. – с. 301 – 306.
2. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. М: Стройиздат, 1996.– 416 с.
3. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М: Машиностроение, 1975. – 400 с.