

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХПРОЛЕТНОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ РАМЫ ПОДВЕРЖЕННОЙ ВОЗДЕЙСТВИЮ АГРЕССИВНОЙ СРЕДЫ

Фомина И.П.

*Одесская государственная академия строительства и архитектуры,
г. Одесса*

В статье [1] была исследована устойчивость П-образной железобетонной рамы, находящейся под воздействием агрессивной среды. В настоящей работе методы, предложенные в [1], используются при исследовании устойчивости двухпролетной железобетонной рамы, также находящейся в условиях агрессивного воздействия среды. Рама является частью конструкции одноэтажного промышленного здания (рис. 1). Агрессивная среда находится внутри здания, поэтому боковые колонны рамы подвергаются несимметричному воздействию среды.

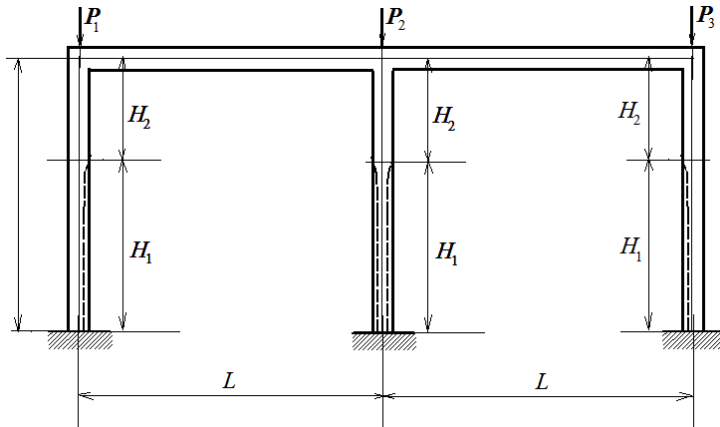


Рис. 1

Как и в работе [1] для определения критического сочетания нагрузок P_1 , P_2 и P_3 будем использовать метод граничных элементов [2]. На каждом из стержней выбрана локальная система координат (рис. 2, номера стержней проставлены в кружках, номера узлов - в квадратах). Для каждого стержня записываем следующее равенство:

$$Y^{(i)} = A^{(i)}(l_i)X^{(i)} \quad (1)$$

Здесь

$$X^{(i)} = \begin{bmatrix} B_i(0)y_i(0) \\ B_i(0)y_i'(0) \\ M_i(0) \\ Q_i \\ N_i \end{bmatrix}, Y^{(i)} = \begin{bmatrix} B_i(l_i)y_i(l_i) \\ B_i(l_i)y_i'(l_i) \\ M_i(l_i) \\ Q_i \\ N_i \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$A^{(i)}(k_i, x_i) = \begin{bmatrix} 1 & a_{1,2}(k_i, x_i) & a_{1,3}(k_i, x_i) & a_{1,4}(k_i, x_i) & 0 \\ 0 & a_{2,2}(k_i, x_i) & a_{1,2}(k_i, x_i) & a_{1,3}(k_i, x_i) & 0 \\ 0 & a_{3,2}(k_i, x_i) & a_{2,2}(k_i, x_i) & a_{1,2}(k_i, x_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(i - номер стержня, $B_i(x_i)$ - его изгибная жесткость, $M_i(x_i)$, Q_i , N_i - изгибающий момент, поперечная и продольная силы). Если поперечное сечение стержня и арматуры остаются неизменными по его длине, то функции $a_{j,k}(x_i)$ ($j = 1,2,3; k = 2,3,4$) имеют следующий

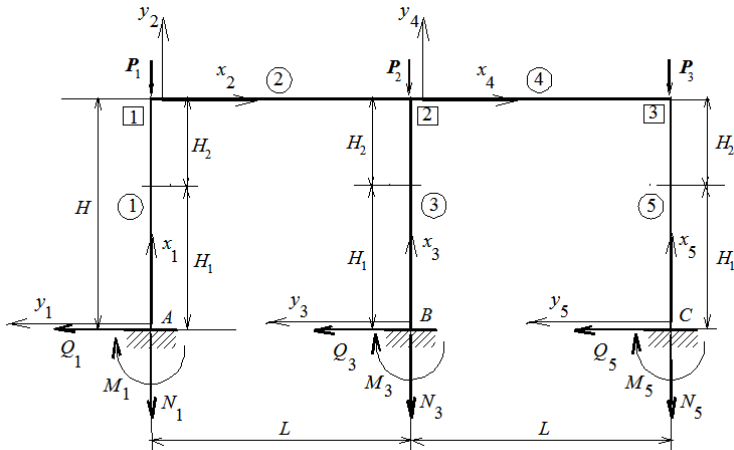


Рис. 2

ВИД:

$$a_{1,2}(k_i, x_i) = \frac{\sin k_i x_i}{k_i}, a_{1,3}(k_i, x_i) = \frac{1 - \cos k_i x_i}{k_i^2}, a_{1,4}(k_i, x_i) = \frac{k_i x_i - \sin k_i x_i}{k_i^3},$$

$$a_{2,2}(k_i, x_i) = \cos k_i x_i, a_{3,2}(k_i, x_i) = -k_i \sin k_i x_i, k_i = \sqrt{N_i / B_i}. \quad (3)$$

На рис. 2 в точках *A*, *B* и *C* показаны две составляющие опорной реакции и реактивный момент. Они представлены в виде продольной и поперечной сил и изгибающего момента в нижнем сечении стержней 1, 2 и 3 (на чертеже показаны их положительные направления).

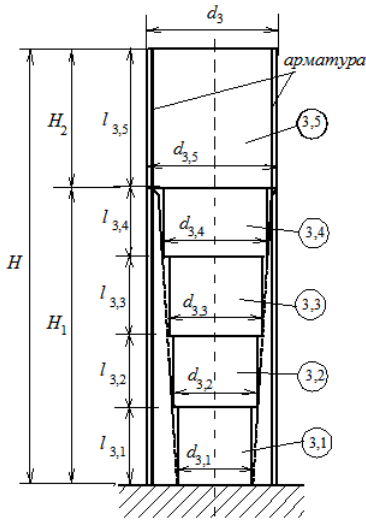


Рис. 3

Следуя [1] строим матрицы $A^{(1)}$ и $A^{(5)}$ для стержней 1 и 5. Для построения матрицы $A^{(3)}$ поступаем аналогично. Разбиваем стержень 3 на несколько участков, в пределах каждого из которых поперечное сечение будем считать постоянным (рис. 3). Каждый из участков, а также его длина и ширина получили двойную нумерацию. Первый из номеров - это номер стержня, а второй - номер участка.

участка.

Поперечное сечение каждого из участков представлено на рис. 4. Учитывая условия непрерывности функций $y_1(x_1)$ и $y_1'(x_1)$ на границах участков, можно записать следующее соотношение:

$$X^{(3,j+1)} = C^{(3,j)} Y^{(3,j)}, \quad (4)$$

где

$$C^{(3,j)} = \begin{bmatrix} B_{3,j+1}/B_{3,j} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_{3,j+1}/B_{3,j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

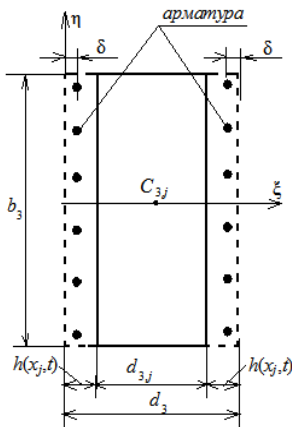


Рис. 4

Для первого участка имеем

$$Y^{(3,1)} = A^{(3,1)}(k_{3,1}, l_{3,1})X^{(3)}, X^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_3 \\ Q_3 \\ N_3 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

для последующих

$$X^{(3,i)} = C^{(3,i-1)}Y^{(3,i-1)}, Y^{(3,i)} = A^{(3,i)}(k_{3,i}, l_{3,i})X^{(3,i)}. \quad (6)$$

Из (5) и (6) получаем для последнего участка

$$Y^{(3,n_{yc})} = A^{(3,n_{yc})}(k_{3,n_{yc}}, l_{3,n_{yc}}) \prod_{i=1}^{n_{yc}-1} C^{(3,i)} A^{(3,i)}(k_{3,i}, l_{3,i}) X^{(3)} \quad (7)$$

(n_{yc} - число участков). Учитывая, что $Y^{(3,n_{yc})} = Y^{(3)}$, находим, что

$$A^{(3)} = A^{(3,n_{yc})}(k_{3,n_{yc}}, l_{3,n_{yc}}) \prod_{i=1}^{n_{yc}-1} C^{(3,i)} A^{(3,i)}(k_{3,i}, l_{3,i}), \quad (8)$$

т.е. получаем матрицу $A^{(3)}$ для стержня 3.

В [1] получено следующее соотношение:

$$X^{(2)} = D^{(1)}Y^{(1)} + \hat{P}_1, D^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_2/B_1(l_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \hat{P}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ P_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

откуда следует, что

$$Y^{(2)} = A^{(2)}(k_2, L)(D^{(1)}A^{(1)}X^{(1)} + \hat{P}_1). \quad (10)$$

Равенство (1) при $i = 3$ и $i = 5$ записывается так:

$$Y^{(i)} = A^{(i)} X^{(i)}, \quad X^{(i)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_i \\ Q_i \\ N_i \end{bmatrix} \quad (i = 3,5), \quad (11)$$

где Q_i, N_i, M_i ($i = 3,5$) - опорные реакции и реактивные моменты в точках B и C (рис.2).

Рассмотрим теперь равновесие граничного элемента 2, находящегося между стержнями 2, 3 и 4 (рис. 5). Составим уравнения равновесия

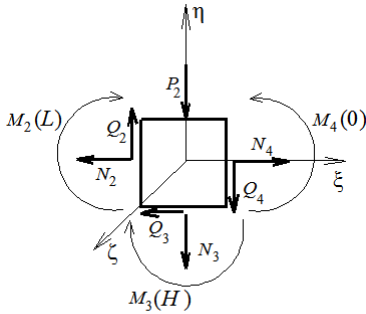


Рис. 5

$$\begin{aligned} N_4 - N_2 - Q_3 &= 0, \\ Q_2 - N_3 - Q_4 - P_2 &= 0, \\ M_4(0) - M_2(L) - M_3(H) &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Учтем также соотношения

$$y_4(0) = 0, \quad y_4'(0) = y_2'(L). \quad (13)$$

Равенства (12) и (13) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} X_1^{(4)} &= 0, \quad X_2^{(4)} = Y_2^{(2)}, \quad X_3^{(4)} = Y_3^{(2)} + Y_3^{(3)}, \quad X_4^{(4)} = Y_4^{(2)} + Y_5^{(3)} + P_2, \\ X_5^{(4)} &= Y_4^{(3)} + Y_5^{(2)}. \end{aligned}$$

(14)

Из (14) следует

$$X^{(4)} = D^{(2)} Y^{(2)} + D^{(3)} Y^{(3)} + \hat{P}_2,$$

(15)

где

$$D^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 / B_2(L) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ P_2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Из (10), (11) и (15) находим

$$\mathbf{Y}^{(4)} = \mathbf{A}^{(4)}(k_4, L)\mathbf{X}^{(4)} = \mathbf{A}^{(4)}(k_4, L)\{\mathbf{D}^{(2)}\mathbf{A}^{(2)}(k_4, L)[\mathbf{D}^{(1)}\mathbf{A}^{(1)}\mathbf{X}^{(1)} + \hat{\mathbf{P}}_1] + \mathbf{D}^{(3)}\mathbf{A}^{(3)}\mathbf{X}^{(3)} + \hat{\mathbf{P}}_2\}. \quad (16)$$

Из формул (11) и (16) следует, что компоненты векторов $\mathbf{Y}^{(4)}$ и $\mathbf{Y}^{(5)}$ являются функциями девяти неизвестных величин M_i, Q_i, N_i ($i = 1, 3, 5$).

Заметим, что элементы матриц $\mathbf{A}^{(1)}$, $\mathbf{A}^{(2)}$ и $\mathbf{A}^{(3)}$ также зависят от M_i, Q_i, N_i ($i = 1, 3, 5$), так как величины k , входящие в формулы (3), являются функциями этих величин.

Рассмотрим равновесие граничного элемента 3, расположенного между стержнями 4 и 5 (рис. 6). Уравнения равновесия:

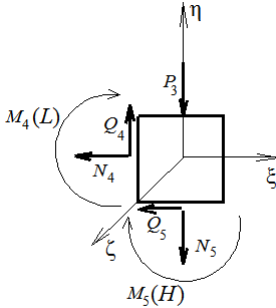


Рис. 6

$$\begin{aligned} N_4 + Q_5 &= 0, \\ Q_4 - N_5 - P_3 &= 0, \\ M_4(L) + M_5(H) &= 0. \end{aligned}$$

Они могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_5^{(4)} + \mathbf{Y}_4^{(5)} &= 0, \\ \mathbf{Y}_4^{(4)} - \mathbf{Y}_5^{(5)} - P_3 &= 0, \quad (17) \\ \mathbf{Y}_3^{(4)} + \mathbf{Y}_3^{(5)} &= 0. \end{aligned}$$

Равенства (17) представляют собой три уравнения относительно указанных выше девяти неизвестных. Для составления дополнительных уравнений воспользуемся соотношениями

$$y_2'(L) = y_3'(H), \quad y_4'(L) = y_5'(H), \quad (18)$$

а также равенствами, вытекающими из допущения об отсутствии продольных смещений точек стержней:

$$y_2(L) = 0, \quad y_4(L) = 0, \quad y_3(H) = y_1(H), \quad y_5(H) = y_1(H). \quad (19)$$

Запишем (18) и (19) в следующем виде:

$$\begin{aligned}
Y_2^{(2)} - Y_2^{(3)} &= 0, \\
Y_2^{(4)} - Y_2^{(5)} &= 0, \\
Y_1^{(2)} &= 0, \\
Y_1^{(4)} &= 0, \\
Y_1^{(3)} - Y_1^{(1)} &= 0, \\
Y_1^{(5)} - Y_1^{(1)} &= 0
\end{aligned} \tag{20}$$

Равенства (17) и (20) представляют собой систему уравнений относительно неизвестных $M_i, Q_i, N_i, (i = 1, 3, 5)$. Запишем эту систему в следующем виде:

$$U(\mathbf{u}, \mathbf{p})\mathbf{u} = \mathbf{w}(\mathbf{u}, \mathbf{p}). \tag{21}$$

Здесь

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ N_1 \\ M_1 \\ Q_3 \\ N_3 \\ M_3 \\ Q_5 \\ N_5 \\ M_5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}.$$

Для решения задач продольно-поперечного изгиба при заданных значениях P_1, P_2 и P_3 используем метод последовательных приближений: на первом шаге полагаем $N_1 = -P_2, N_3 = -P_2, N_5 = -P_3, Q_1 = Q_3 = Q_5 = M_1 = M_3 = M_5 = 0$, тем самым определяем вектор \mathbf{u} . Затем определяем элементы матрицы $U(\mathbf{u}, \mathbf{p})$ и вектора $\mathbf{w}(\mathbf{u}, \mathbf{p})$ и решая систему (21), находим новые значения $M_i, Q_i, N_i (i = 1, 3, 5)$, через них определяем новые значения элементов матрицы $U(\mathbf{u}, \mathbf{p})$ и вектора $\mathbf{w}(\mathbf{u}, \mathbf{p})$ и т.д. Метод оказывается быстро сходящимся из-за малости значений функции $h(x, t)$ по сравнению с размерами поперечного сечения.

При решении задач устойчивости для нахождения значения критических сил используем уравнение

$$\det[U(u, p)] = 0. \quad (22)$$

Решение этого уравнения определяет некоторую поверхность (назовем ее критической) в системе координат P_1, P_2, P_3 . Зададимся некоторым значением $P_2 = P_2^{(0)}$. Это значение определит кривую, получающуюся в результате пересечения упомянутой поверхности плоскостью $P_2 = P_2^{(0)}$. Затем задаемся начальными значениями P_1 и P_3 и используем метод последовательных приближений точно так же, как и при решении задач продольно-поперечного изгиба, в результате находим значение определителя $\det[U(u, p)]$. Если он оказывается не равным нулю, то фиксируем значение P_1 и меняя значение P_3 находим такое его значение, при котором выполняется уравнение (22), при этом для каждого значения P_3 используя метод последовательных приближений. Затем задаемся новым значением P_1 и для него находим значение P_3 , при котором выполняется (27) и т.д. Используя полиномиальную аппроксимацию, можно найти уравнение сечения критической поверхности плоскостью $P_2 = P_2^{(0)}$. Меняя значения $P_2^{(0)}$, строим новое сечение критической поверхности и т.д.

Пример. Исследуем на устойчивость железобетонную раму при следующих значениях параметров: $H = 16 \text{ м}$, $L = 16 \text{ м}$, $E_b = 27 \cdot 10^3 \text{ МПа}$,

$E_a = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; параметры поперечных сечений стержней 1,2,3:

$d_1 = d_2 = d_3 = 0,4 \text{ м}$, $b_1 =$

$b_2 = b_3 = 0,8 \text{ м}$, $\delta = 0,04 \text{ м}$;

параметры арматуры: $r_a =$

$0,01 \text{ м}$, $n_a = 8$;

параметры зоны коррозии: $h_0 = 0,08 \text{ м}$, $\beta =$

$7,5 \text{ лет}$, $v_0 = 0,1 \text{ м/год}$.

На рис. 7

представлены графики

сечений критических

поверхностей,

построенные при

помощи изложенного

выше алгоритма (линии

1, 2, 3 для $P_2 = 0$ и $t = 0$,

$t = 50 \text{ лет}$, $t = 100 \text{ лет}$

соответственно; линии

4, 5, 6 для $P_2 = 5000 \text{ кН}$ и

$t = 0$, $t = 50 \text{ лет}$, $t = 100 \text{ лет}$ соответственно; линии 7 8 для $P_2 =$

10000 кН и $t = 0$, $t = 50 \text{ лет}$; значения P_1 и P_3 на графиках - в

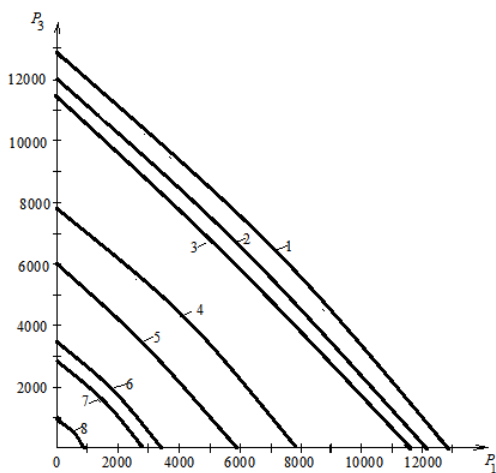


Рис. 7

килоньютонх). Заметно значительное понижение значений критических сил с увеличением периода эксплуатации конструкции.

Вывод

Произведен расчет на устойчивость двухпролетной железобетонной рамы при агрессивном воздействии среды, что необходимо для своевременного ее усиления для обеспечения надежности конструкции.

Summary

Stability structural analysis of two-span RC frame subjected to aggressive environmental impact is carried out, what is necessary for its on-time strengthening to secure reliability of constructions.

Литература

1. Фомина И.П. Устойчивость П-образной железобетонной рамы подверженной воздействию агрессивной среды// Вісник ОДАБА. Вып.57, – Одесса, 2015. – с.346-444 .
Баженов В.А., Коломиец Л.В., Оробей В.Ф. и др. Строительная механика. Специальный курс. Применение метода граничных элементов - Одесса: Астропринт, 2001. - 288с.