

## О КОЭФФИЦИЕНТЕ ПОСТЕЛИ УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ПРОЧНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ТЕМПЕРАТУРНОМ КЛИМАТИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Жданов А.А., к.т.н., доц.

*Одесская государственная академия строительства и архитектуры,  
Украина*

При решении задач прочности металлических цилиндрических хранилищ для сыпучих материалов при температурных воздействиях необходима информация о величинах и характере изменения коэффициента постели упругого основания, моделирующего сыпучий материал [1].

В [2] выполнен анализ совместной работы тонкостенного кольца, заполненного зернистым сыпучим материалом при охлаждении кольца. Закон состояния сыпучего материала принят в виде

$$d\varepsilon = \frac{d\sigma_r}{A} \frac{1}{\sigma_{r0} + \sigma_r}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  – радиальная деформация сыпучего материала;  $\sigma_r$  – радиальное напряжение в сыпучем материале у стенки кольца (давление сыпучего материала на кольцо);  $A$  – жесткость сыпучего материала;  $\sigma_{r0}$  – начальное радиальное напряжение в сыпучем материале;  $\sigma_r'$  – дополнительное давление кольца на сыпучий материал при охлаждении кольца на  $t$  °K, равно

$$\sigma_r' = \frac{Eh}{R} \alpha_t t, \quad (2)$$

где  $E$ ,  $\alpha_t$  – модуль нормальной упругости и коэффициент линейного температурного расширения материала кольца;  $h$ ,  $R$  – толщина и радиус срединной поверхности кольца.

Получено, что осесимметричная деформация кольца, заполненного сыпучим материалом, в конце процесса «резкого» (более 10 °K в час) охлаждения кольца на  $t$  °K и перехода системы «кольцо-сыпучий материал» в равновесное состояние определяется выражением

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{A} \left[ \left( 1 + \frac{AR}{Eh} \sigma_{r_i} + A\alpha_t t \right) - \sqrt{\left( 1 + \frac{AR}{Eh} \sigma_{r_i} + \frac{AR}{Eh} + A\alpha_t t \right)^2 - 2A\alpha_t t} \right]$$

(3)

Деформации кольца, покоящегося изнутри на упругом винклеровском основании, при охлаждении кольца на  $t$  °K равна

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{q_{\hat{e}}} + \alpha_t t, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_{q_{\hat{e}}}$  – деформация кольца, вызванная отпором упругого винклеровского основания  $q_{\hat{e}} = -k \cdot w$  ( $k$  – коэффициент постели основания,  $w$  – радиальное перемещение срединной поверхности кольца).

Из (4) получим

$$\varepsilon_2 = \frac{w}{R} = -\frac{kwR}{Eh} + \alpha_t t. \quad (5)$$

После преобразований найдем

$$\varepsilon_2 = \frac{\alpha_t t}{1 + \frac{kR^2}{Eh}}. \quad (6)$$

Раскладывая корень квадратный в (3) по биному Ньютона и удерживая три члена разложения, получим

$$\varepsilon_1 \cong \frac{\alpha_t t}{1 + \frac{AR}{Eh} \sigma_{r_i} + A\alpha_t t} + \frac{A(\alpha_t t)^3}{2 \left( 1 + \frac{AR}{Eh} \sigma_{r_i} + A\alpha_t t \right)^3}. \quad (7)$$

Вторым членом в (7) можно пренебречь в виду его малости второго порядка, т.е.

$$\varepsilon_1 \cong \frac{\alpha_t t}{1 + \frac{AR}{Eh} \sigma_{r_i} + A\alpha_t t}. \quad (8)$$

Из сравнения (6) и (8) следует, что коэффициент постели упругого основания  $k$  можно представить в виде

$$k \cong \frac{A}{R} \left( \sigma_{r_i} + \frac{Eh}{R} \alpha_t t \right). \quad (9)$$

При медленном охлаждении кольца (порядка 1°К в час) вторым членом в скобках (9) можно пренебречь и выражение для коэффициента постели принимает вид

$$k \cong \frac{A}{R} \sigma_r. \quad (10)$$

Если оценить произведение  $A\sigma_r$  как модуль деформации сыпучего материала, то (10) совпадает с выражением для коэффициента постели упругого основания, предложенного Г.К.Клейном [3].

В вертикальных хранилищах сыпучих материалов горизонтальное давление его на стенку хранилища является функцией продольной координаты  $x$  [4] поэтому (10) можно представить в виде

$$k(x) \cong \frac{A}{R} \sigma_r(x). \quad (11)$$

Анализ величин, входящих в (11), показывает, что наибольшей изменчивостью (отклонением от среднего) обладает горизонтальное давление сыпучего материала  $\sigma_r(x)$ . Жесткость стен сблокированных силосов для зерна переменна по периметру стен и высоте [5,6], что также сказывается на величине давления сыпучего материала на стенку хранилища [7,8].

Все эти факторы обосновывают необходимость описания горизонтального давления сыпучего материала на стенку силоса случайной функцией двух переменных – продольной и угловой координат.

Следовательно, (11) можно представить в виде

$$\tilde{k}(x, \beta) \cong \frac{A}{R} \tilde{\sigma}_r(x, \beta), \quad (12)$$

где  $\tilde{k}$  и  $\tilde{\sigma}_r$  – случайные поля;  $A, R$  – постоянные величины.

Натурными экспериментами [7,9] установлено, что при загрузке сыпучего материала в силос его среднее по периметру давление равно янсенсовскому [4],

поэтому случайное поле  $\tilde{\sigma}_r(x, \beta)$ , можно представить в виде суперпозиции детерминированной  $\overline{\sigma}_r(x)$  и случайной  $\tilde{\sigma}_r^o(x, \beta)$  составляющей с нулевым математическим ожиданием. При этом  $\overline{\sigma}_r(x)$  является математическим ожиданием случайного поля

$$\tilde{\sigma}_r(x, \beta) = \overline{\sigma}_r(x) + \tilde{\sigma}_r^o(x, \beta). \quad (13)$$

Для качественной оценки влияния жесткости стен силоса на величины и распределение давления сыпучего материала проанализированы данные натурных экспериментов С.Г.Тахтамышева [9].

В первом варианте осреднение по совокупности отклонений показаний каждого датчика давления от среднего проводили отдельно для каждой вертикали по четырем циклам (см.рис.1б).

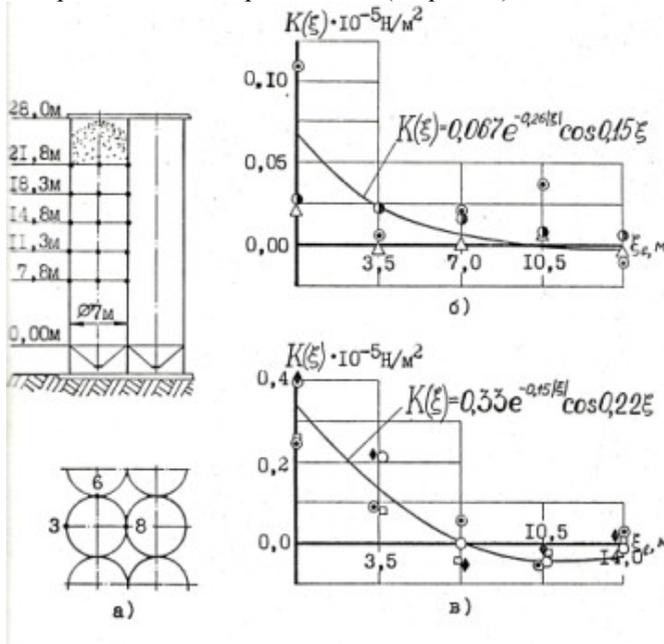


Рис. 1. Оценка корреляционных функций давления зерна по экспериментальным данным С.Г.Тахтамышева [9]: а – расположение датчиков в силосе № 52; б – осреднение для каждой вертикали по четырем циклам (  $\Delta$  - 3,  $\bullet$  - 6,  $\circ$  - 8); в – осреднение для каждого цикла по пяти уровням ( $\circ$  - I цикл,  $\square$  - II цикл,  $\blacklozenge$  - III цикл,  $\circ$  - IV цикл)

На рисунке точками обозначены экспериментальные данные, сплошной линией – аппроксимирующая функция. Дисперсия равна значению корреляционной функции в начале координат.

Как видно из этих графиков результаты двух вариантов обработки экспериментальных данных существенно различны. В продольном направлении (по каждой из трех вертикалей) отклонение от среднего значительно меньше по сравнению с отклонением от среднего в

окружном направлении. Это обусловлено влиянием жесткости стенки силоса на горизонтальное давление сыпучего материала, а она по всем трем вертикалям различна, при этом максимальна по образующей «8» и минимальна по образующей «3».

В экспериментах точки измерения горизонтального давления были расположены в средней части силосной оболочки, следовательно, жесткость стенки по одной образующей, в пределах зоны измерения давления, изменялась незначительно и в первом варианте осреднения влияние её на конечный результат сказывается в значительно меньшей степени, чем во втором.

### *Заключение*

Задача вероятностного расчета прочности ограждающих конструкций силосов включает определение математического ожидания и дисперсии перемещений и усилий.

Если вопрос о возможности расчета дисперсий остается пока открытым, то математическое ожидание соответствующих величин может быть определено с учетом представления коэффициента постели упругого основания в виде (9) или (11).

Функция коэффициента постели  $k(x)$ , определяемая формулой (11), является гладкой и может быть аппроксимирована кусочно-постоянной или, более точно, кусочно-линейной функцией (см.рис.1 [1]).

При кусочно-линейной аппроксимации в пределах одного пояса график функция коэффициента постели  $k_i(x)$ , имеет вид (рис.2) и описывается выражением

$$k_i(\alpha) = k_{oi} + \bar{k}_i \alpha, \quad (14)$$

где  $k_{oi}$  – значение функции  $k_i(\alpha)$  в начале  $i$ -го участка (пояса);

$\bar{k}_i$  – интенсивность нарастания коэффициента постели на  $i$ -м участке;

$\alpha = \frac{x}{R}$  – безразмерная продольная (вертикальная) координата.

### **Summary**

**The granular bulk material was modeled elastic Winkler foundation. Withdrawn the formulas for the coefficient of the elastic foundation.**

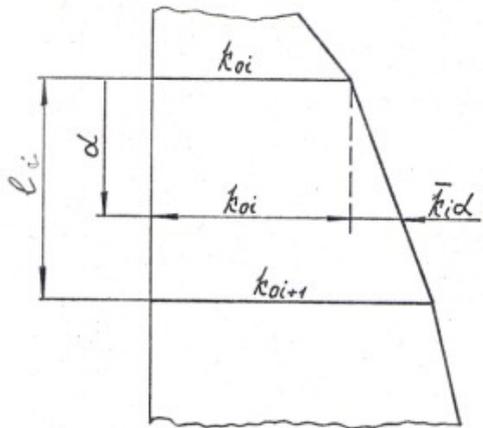


Рис.2 – График коэффициент постели при кусочно-линейной аппроксимации

### *Литература*

1. Жданов А.А. Цилиндрическая металлическая оболочка на упругом основании при температурном климатическом воздействии. – ВІСНИК ОДАБА. Вып. 57. – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2015. с. 152-160.
2. Анатолев А.В., Жданов А.А., Чоботов В.П. Влияние изменения температур на совместную работу столба зерна и стенки круглого силоса. – Известия Вузов СССР. «Пищевая технология», 1974, № 4, 110-112.
3. Клейн Г.К. Расчет подземных трубопроводов. – М.: Госстройиздат, 1969. – 240 с.
4. Janssen H.A. Versuche uber Getreiderucke in Silozellen. – Zrzschrift des Veriens Deutscher Ingenieure, 1895, b. 39, № 35, s. 1045-1049.
5. Эксплуатационная надежность элеваторов/Е.З.Болтянский, Б.М.Иванов, В.И.Карев, П.Н.Платонов, Б.А.Скориков. – М.: Колос, 1976. – 239 с.
6. Павилайнен В.Я. Расчет оболочек многоволновых систем. – Л.: Стройиздат, 1975. – 134 с.
7. Влияние упругих свойств стен силоса на величины и характер распределения давления / Иванов Б.М., Платонов П.Н., Замоченюк А.П., Цыналевский В.Т. – В кн. Исследование конструкций и расчет элеваторных сооружений. М.: Колос, 1974, вып. 1, с. 94-101. – (Научные труды/ЦНИИПромзернопроект).
8. Курочкин А.М. Давление зерна в силосах. В кн. Исследование напряженного состояния железобетонных силосных сооружений. Саратов: Изд-во СПИ, 1976, вып.5, с.134-156.
9. Тахтамышев С.Г. Давление в силосах по опытным данным: Дисс... канд... техн... наук. – М., 1954. – 203 с.